

FLUORESCIENCES

Mathématiques pour la

P_{hy}sique

Mahmoud Qafsaoui

DUNOD

Conception graphique de la couverture : Hokus Pokus Créations
Conception graphique de la maquette intérieure : Marse

© Dunod, 2023

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-085687-9

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Se repérer dans le livre	VI
Le selfie de l'auteur	VIII
Avant-propos et remerciements	1

CHAPITRE

1

OUTILS DE CALCUL DANS $\mathbb{R}$	2
1 Binôme de Newton	4
1.1 Formule du binôme de Newton et triangle de Pascal	
1.2 Lecture de la table	
2 Formule de factorisation de $(a^n - b^n)$	6
3 Valeur absolue d'un réel	8
3.1 Définition de la valeur absolue	
3.2 Quelques propriétés importantes à retenir	
3.3 Équations et inéquations avec valeur absolue	
4 Trinôme du second degré	9
4.1 Forme canonique d'un trinôme du second degré	
4.2 Racines et signe d'un trinôme du second degré	
Ce qu'il faut retenir	13
Exercices	14

CHAPITRE

2

TRIGONOMÉTRIE	18
1 Cercle et lignes trigonométriques	20
2 Systèmes de coordonnées usuels	21
2.1 Coordonnées polaires	
2.2 Coordonnées cylindriques	
2.3 Coordonnées sphériques	
3 Formules fondamentales	27
3.1 Relation fondamentale de la trigonométrie	
3.2 Formules d'addition	
3.3 Formules de linéarisation	
4 Équations harmoniques	30
4.1 Oscillation harmonique : $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$	
4.2 Équations trigonométriques	
Ce qu'il faut retenir	37
Exercices	38

CHAPITRE

3

CALCUL VECTORIEL	42
1 Produit scalaire	44
1.1 Propriétés fondamentales	
1.2 Norme euclidienne d'un vecteur	
1.3 Orthogonalité et produit scalaire	
1.4 Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée	

2 Produit vectoriel	47
2.1 Propriétés fondamentales	
2.2 Norme d'un produit vectoriel	
3 Formules de dérivation vectorielle	49
4 Base mobile versus base fixe	52
4.1 Base polaire ($\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta$)	
4.2 Base cylindrique ($\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$)	
4.3 Base sphérique ($\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_\theta$)	
4.4 Dérivation des vecteurs d'une base mobile	
5 Opérateurs différentiels usuels	58
5.1 Champ scalaire et champ de vecteurs	
5.2 Opérateurs différentiels en coordonnées cartésiennes	
Ce qu'il faut retenir	62
Exercices	63

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE : ÉLÉMENTS DE BASE

1 Rappels	72
1.1 Équation cartésienne d'une droite dans le plan	
1.2 Équation cartésienne d'une droite tangente à une courbe	
2 Équation cartésienne d'un cercle	74
3 Équation cartésienne d'un plan dans l'espace	77
3.1 Équation à partir d'un point et d'un vecteur normal	
3.2 Équation à partir de trois points non alignés	
3.3 Exemples	
Ce qu'il faut retenir	81
Exercices	82

CALCUL DANS $\mathbb{C}$

1 Plan complexe	86
1.1 Représentation d'un nombre complexe et de son conjugué dans le plan	
1.2 Distance entre deux points du plan	
1.3 Angle orienté	
2 Formes d'un nombre complexe	88
2.1 Forme algébrique : $z = a + bi$	
2.2 Formes trigonométrique et exponentielle : $z = \rho (\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \rho e^{i\theta}$	
2.3 Quelques propriétés importantes à retenir	
2.4 Argument principal d'un nombre complexe et fonction arctangente	
3 Formule de Moivre et applications	97
3.1 Formule de Moivre	
3.2 Application 1 : lignes trigonométriques de $(n\theta)$, où $n \in \mathbb{N}$	
3.3 Application 2 : racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe	
4 Formules d'Euler et application à la linéarisation	101
4.1 Formules d'Euler	
4.2 Application à la linéarisation	

5 Équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$	104
Ce qu'il faut retenir.....	106
Exercices	107

ANNEXES

1 Calcul élémentaire (propriétés de base)	112
2 Éléments de trigonométrie.....	113
3 Logarithme et exponentielle (propriétés fondamentales)	114
4 Dérivées de fonctions composées usuelles	116

Corrigés	118
Exercices de synthèse : auto-évaluation	205
Index	208
Crédits iconographiques	208

Le selfie de l'auteur

Mahmoud Qafsaoui



Je suis enseignant et chercheur en mathématiques et mathématiques appliquées à l'ingénierie. J'enseigne actuellement les mathématiques et leurs applications à l'ESTACA, école d'ingénieurs du groupe ISAE. Je suis également référent et responsable pédagogique de la formation STI et membre du centre d'innovation pédagogique – ESTACA.

Avant-propos

Le contenu de ce livre est le fruit d'une vingtaine d'années d'expérience d'enseignement dans le supérieur (Facultés, IUT et actuellement écoles d'ingénieurs) et de quelques expériences au lycée. Il revient en détail sur les outils nécessaires aux étudiants désireux de commencer leur première année post-bac dans de bonnes conditions. Il leur permettra aussi de combler certaines lacunes. L'idée derrière ce projet est née d'une demande des étudiants et de certains collègues enseignants des modules transverses.

Des profils de plus en plus diversifiés (STI et bac généraux) postulent et sont acceptés dans les écoles d'ingénieurs ou à l'université. Le fossé entre l'enseignement secondaire et le supérieur est parfois important. Les étudiants peuvent se retrouver en difficulté dès les premiers mois de la première année. Cet ouvrage vient en support pour les aider à assimiler le « calcul algébrique » de base nécessaire à la compréhension des thèmes officiels du programme. Il est conçu de manière à guider les étudiants dans leurs apprentissages grâce à une pédagogie qui diffère des livres « classiques » en se basant notamment sur des illustrations en couleurs, des définitions, des focus illustrant des exemples concrets, des astuces, des conseils méthodologiques, des QCM et des exercices variés avec leurs corrections.

Remerciements

Je remercie les relecteurs du manuscrit pour leurs remarques et suggestions. Je remercie tout particulièrement Laetitia Jammet pour sa confiance et pour la richesse des échanges que nous avons eus tout au long de l'élaboration et la mise en forme de cet ouvrage. Merci également à Vanessa Beunèche pour son travail important dans le suivi de la réalisation de ce livre.

Outils de calcul dans $\mathbb{R}$

Pour bien démarrer

1. Pour x, y, z et t des réels quelconques tels que $y \neq 0$ et $t \neq 0$, l'inégalité $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{t}$ implique :
☐ a. $\frac{yz - xt}{yt} \geq 0$; ☐ c. $xt \leq yz$.
☐ b. $\frac{xt - yz}{yt} \leq 0$;
2. Pour tous réels x, y et z , l'égalité $xy = xz$ implique forcément que $y = z$. Cette affirmation est :
☐ a. Vraie; ☐ b. Fausse.
3. Pour x et y deux réels quelconques, si $x \leq y$ alors :
☐ a. $x^2 < y^2$; ☐ c. Aucune des deux réponses n'est correcte.
☐ b. $x^2 > y^2$;
4. Pour tout réel x positif, $(\sqrt{x})^2$ est égal à :
☐ a. $\pm x$; ☐ b. x ; ☐ c. $|x|$.
5. Pour tout réel x de signe quelconque, $\sqrt{x^2}$ est égal à :
☐ a. $\pm x$; ☐ b. x ; ☐ c. $|x|$.
6. Soient a, b et c des réels non nuls. Si a et c sont de signes opposés, alors l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ admet forcément des solutions dans $\mathbb{R}$. Cette affirmation est :
☐ a. Vraie; ☐ b. Fausse.
7. Soient a, b et c des réels non nuls. Si a et c sont de même signe, alors l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ ne peut admettre de solution dans $\mathbb{R}$. Cette affirmation est :
☐ a. Vraie; ☐ b. Fausse.

Réponses p. 118

Objectifs

- Savoir utiliser le triangle de Pascal pour développer $(a + b)^n$, et appliquer la formule de factorisation de $(a^n - b^n)$, notamment dans la résolution des équations.
- Maîtriser les calculs de base utilisant les puissances, la racine carrée et la valeur absolue.
- Apprendre à déterminer la forme canonique et le signe d'un trinôme du second degré; à résoudre plusieurs catégories d'équations dans $\mathbb{R}$; à résoudre les systèmes linéaires dans le plan et dans l'espace.