ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE

Analyse et synthèse des circuits

Cours et exercices corrigés

Tahar Neffati
Maître de conférences à l'IUT
de Cergy-Pontoise et au CNAM

2e édition

DUNOD

DU MÊME AUTEUR

Electronique de A à Z,
Dunod, 2004.

Introduction à l'électronique analogique,
Dunod, 2008.

Traitement du signal analogique,
Ellipses, 1999.

Exercices et problèmes résolus de traitement du signal analogique,
Ellipses, 1999.

Illustration de couverture : *Fotolia, © Attila Toro*

© Dunod, Paris, 2003, 2008, 2019 pour la nouvelle présentation
ISBN 978-2-10-080157-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

CHAPITRE 1 • NOTIONS DE BASE SUR LES CIRCUITS 1

1.1 Grandeurs électriques 1

1.2 Formes d'ondes et signaux électriques 5

1.3 Relation tension-courant 18

EXERCICES 30

CHAPITRE 2 • LES RÉSEAUX LINÉAIRES EN RÉGIME STATIQUE 44

2.1 Définitions 44

2.2 Lois de Kirchhoff 47

2.3 Associations de dipôles 49

2.4 Principaux théorèmes 52

2.5 Méthodes d'analyse 61

2.6 Puissance et énergie 72

EXERCICES 76

CHAPITRE 3 • ANALYSE HARMONIQUE 100

3.1 Représentation d'un signal sinusoïdal 100

3.2 Généralisation de la loi d'Ohm 107

3.3 Puissance et énergie en régime sinusoïdal 116

3.4 Systèmes triphasés 127

EXERCICES 133

CHAPITRE 4 • QUADRIPÔLES ÉLECTRIQUES ET FONCTIONS DE TRANSFERT 152

4.1 Définitions 152

4.2 Représentation matricielle 153

4.3 Association de quadripôles 158

4.4 Quadripôles en charge 161

4.5 Fonction de transfert 166

EXERCICES 179

CHAPITRE 5 • LES RÉSEAUX LINÉAIRES EN RÉGIME QUELCONQUE 199

5.1 Résolution des équations différentielles 199

5.2 Utilisation de la transformation de Laplace 209

5.3 Transformation inverse 214

5.4 Méthodes de calcul 218

EXERCICES 232

CHAPITRE 6 • CIRCUITS À TRANSISTORS ET À AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS 247

6.1 Les transistors bipolaires 247

6.2 Les transistors à effet de champ 252

6.3 Circuits à transistors 254

6.4 L'amplificateur opérationnel 261

6.5 Applications de l'amplificateur opérationnel 267

6.6 Contre réaction appliquée à l'amplificateur opérationnel 275

EXERCICES 279

INDEX 307

Chapitre **1**

Notions de base sur les circuits

1.1 GRANDEURS ÉLECTRIQUES

1.1.1 Introduction

L'électricité est une forme d'énergie produite par la circulation de charges électriques dans un corps conducteur ou semi-conducteur. Certains corps, en particulier les métaux (aluminium, cuivre...) sont de très bons conducteurs parce qu'ils possèdent des électrons qui peuvent se libérer de l'attraction du noyau de l'atome pour participer à la conduction électrique. Dans d'autres matériaux appelés isolants, les charges électriques ne peuvent pas circuler.

L'étude du mouvement de ces charges électriques et des phénomènes qui s'y rattachent est *l'électrocinétique*. En réalité, la mise en mouvement des charges dans un conducteur n'est pas instantanée. Le champ électromagnétique se propage le long du conducteur à une vitesse proche de la vitesse de la lumière qui est : $c = 3 \times 10^8$ m.s^{-1} (mètres par seconde).

Nous allons dans la suite de ce paragraphe rappeler les définitions de l'électrocinétique.

Prenons par exemple le cas d'une batterie de voiture de 12 volts : cette batterie qui est appelée *générateur de tension ou source de tension* a pour rôle de fournir l'énergie sous forme d'un courant électrique. Une ampoule branchée directement aux bornes de la batterie reçoit le courant c'est pourquoi l'ampoule est appelée un *récepteur*. Le

passage du courant électrique échauffe le filament de l'ampoule qui devient incandescent et produit une lumière. D'une façon générale, un récepteur est un appareil qui transforme l'énergie électrique en diverses énergies.

Le rôle du générateur consiste non pas à fabriquer des charges, mais à mettre en mouvement simultané les charges mobiles situées dans les matériaux conducteurs du circuit électrique. C'est cette circulation des charges électriques dans les conducteurs que nous appelons le courant électrique.

1.1.2 Charge électrique et courant électrique

La charge élémentaire « $-q$ » est celle de l'électron. Il s'agit d'une charge négative exprimée en coulomb (C) et qui vaut : $-q = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C. Les charges en mouvement peuvent aussi être positives (ions positifs), mais pour les conducteurs, ce sont souvent les électrons qui contribuent majoritairement à la conduction électrique.

Supposons maintenant un conducteur de section $\mathrm{d}S$: (par exemple $\mathrm{d}S = 1\ \mathrm{cm}^2$), qui contient des porteurs de charges mobiles. Les collisions que subissent ces porteurs de charges sur les imperfections du réseau cristallin du conducteur, leur communiquent un mouvement désordonné dont la résultante du point de vue de transport de l'électricité, est nulle.

La batterie de l'exemple précédent est à l'origine de l'établissement d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$ qui permet le déplacement des charges électriques avec une vitesse proportionnelle à $\overrightarrow{E}$. Cette vitesse notée $\overrightarrow{v}$ est égale à :

$$\overrightarrow{v} = \mu.\overrightarrow{E}\ \left(\mu \text{ représente la mobilité des charges exprimée en } \mathrm{m}^2.\ \mathrm{V}^{-1}.\ \mathrm{s}^{-1}\right)$$

En un intervalle de temps égal à 1 seconde, un certain nombre de charges « N » traversent la surface considérée « $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$».

$$N = \overrightarrow{v}.n.\ \overrightarrow{\mathrm{d}S}.\ \mathrm{d}t = \overrightarrow{v}.n.1\ \mathrm{cm}^2.1\ \mathrm{s}$$

n étant la densité des charges ; c'est-à-dire le nombre de porteurs par unité de volume. La charge électrique qui traverse la section en 1 seconde devient :

$$\mathrm{d}Q = qN = q.\overrightarrow{v}.n.\ \overrightarrow{\mathrm{d}S}.\ \mathrm{d}t$$

Le flux d'électrons qui circule dans le conducteur est appelé courant électrique I. Son intensité s'exprime en ampère (A).

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{J}.\ \overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

Généralement, « $\mathrm{d}Q$ » représente la quantité de charges (en coulomb) traversant la section « $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ » pendant l'intervalle de temps « $\mathrm{d}t$ » (en seconde).

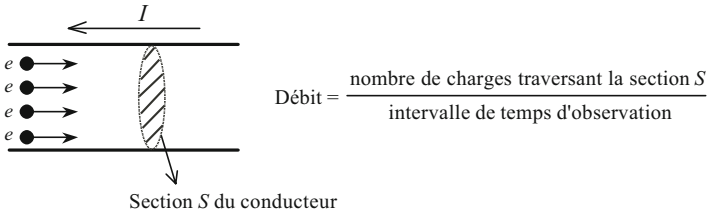


Figure 1.1 Déplacement des charges négatives et sens du courant dans un conducteur.

$\overrightarrow{J}$ représente le vecteur densité de courant exprimé en $A.m^{-2}$. La densité du courant est liée à la vitesse « $\overrightarrow{v}$ » d'ensemble des porteurs de charges mobiles, et à leur densité volumique de charges locale « ρ_v ».

$$\overrightarrow{J} = \rho_v . \overrightarrow{v} \text{ exprimé en } A.m^{-2}$$

En remplaçant la vitesse par son expression, nous obtenons :

$$\overrightarrow{J} = \rho_v . \mu . \overrightarrow{E} = \sigma . \overrightarrow{E}$$

σ représente la conductivité électrique du conducteur, exprimée en siemens par mètre ($S.m^{-1}$). Cette expression représente la forme locale de la loi d'Ohm. Nous utilisons aussi couramment l'inverse de la conductivité qui est appelée la résistivité du conducteur.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \text{ exprimé en ohm.m } (\Omega.m)$$

Dans le cas particulier d'un conducteur cylindrique à section constante « S », nous pouvons déterminer la résistance R ou la conductance G d'un tronçon du conducteur de longueur ℓ :

$$R = \rho . \frac{\ell}{S} \text{ exprimée en ohm et } G = \sigma . \frac{S}{\ell} \text{ exprimée en siemens ou } \Omega^{-1}$$

Par convention, les physiciens du XIX^{e} siècle, ignorant alors l'existence des électrons, ont défini le courant électrique comme une circulation de charges positives se déplaçant dans le circuit de la borne positive « + » du générateur vers la borne négative « − » de ce dernier.

Cette convention a été maintenue bien que nous sachions aujourd'hui que, dans la plupart des cas, ce sont des électrons qui circulent en sens inverse. Nous retenons :

- le sens du courant est identique au sens du déplacement des ions positifs (trous),
- le sens du courant est opposé au sens du déplacement des électrons.

Comme nous allons le voir au troisième paragraphe, nous trouvons dans les réseaux linéaires l'élément résistance (résistor) dont la valeur exprime la résistance que le composant oppose à la circulation des charges électriques.

La résistance, notée souvent « R », transforme ainsi l'énergie électrique reçue en énergie thermique par dégagement de chaleur. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet Joule.*

1.1.3 Potentiel électrique

Comme dans tous les domaines de la physique, le déplacement d'un objet quelconque (une bille, des molécules d'eau, de l'air...) est dû à un apport d'énergie caractérisé par le travail. L'unité du travail (ou énergie) est le joule. Souvent, pour mieux expliquer les phénomènes électriques, nous avons recours à des analogies hydrauliques. Par exemple, l'intensité du courant est comparée à un débit d'eau, la section du conducteur correspondant à la section du tuyau.

En électricité, le générateur joue le rôle d'une pompe où l'eau est remplacée par des charges électriques. La différence d'état électrique (équivalent de la pression) est appelée *différence de potentiel* ou *tension électrique*. Nous pouvons aussi comparer le déplacement d'une charge électrique au déplacement d'une masse entre un niveau haut et un niveau plus bas, ce qui constitue la chute de la masse.

Dans tous les cas, nous avons affaire à un travail qui peut être exprimé par :

$$W = Q\,(U_A - U_B) = Q.U \quad \text{en joule (J)}$$

La quantité $U = U_A - U_B$ est appelée la différence entre le potentiel du point A et le potentiel du point B, nous parlons alors d'une différence de potentiel exprimée en « volt ». Cette différence de potentiel est définie comme étant le travail par unité de charge. Elle établit une comparaison entre deux points d'un circuit. La tension est symbolisée par la lettre U (ou V) et par une flèche sur le circuit tournée vers le point dont le potentiel est le plus élevé : c'est-à-dire la borne positive du générateur de l'exemple donné à la figure 1.2 qui représente une batterie (pile) du type 12 volts branchée aux bornes d'une ampoule ou d'une résistance.

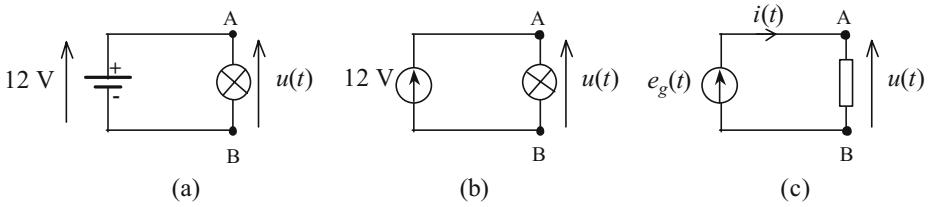


Figure 1.2 Représentation d'un générateur (12 V) et d'un récepteur constitué, soit d'une ampoule électrique (a) et (b), soit d'une résistance (c).

1.1.4 Énergie et puissance électrique

Dans un conducteur, les porteurs de charges soumis à un champ électrique se trouvent en mouvement, ce qui leur procure une certaine énergie cinétique. Ils cèdent cette

énergie au cours de collisions multiples qu'ils subissent durant leur trajet. Le conducteur s'échauffe et nous parlons dans ce cas d'échauffement par *effet Joule*. L'échauffement traduit la quantité d'énergie dissipée par le conducteur.

Soit $u(t)$ la différence de potentiel entre le point A et le point B à un instant déterminé et soit $i(t)$ le courant qui circule entre A et B au même instant. Nous parlons dans ce cas de grandeurs électriques instantanées. La puissance instantanée est :

$$p(t) = u(t).i(t) \quad \text{exprimée en watt (W)}$$

Cette puissance représente le taux (en joule par seconde) selon lequel l'énergie est transférée. Il est donc possible de déterminer, pendant l'intervalle de temps considéré « Δt », la quantité d'énergie dissipée.

$$W = \int_0^{\Delta t} p(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^{\Delta t} u(t).i(t)\,\mathrm{d}t \quad \text{(en J)}$$

Remarque : Ne pas confondre l'unité de la puissance qui est le watt, notée « W » et l'énergie ou travail qui est souvent désigné en physique par la lettre « W ».

Souvent, l'évolution temporelle de la valeur de la tension $u(t)$ et de la valeur du courant $i(t)$ en fonction du temps n'est pas constante, mais elle est décrite par une expression mathématique connue $f(t)$. La connaissance de l'énergie dissipée pendant l'intervalle du temps Δt permet de calculer la puissance moyenne.

$$P_{\text{moyenne}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} p(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} u(t).i(t)\,\mathrm{d}t \quad \text{(en watt)}$$

En toute rigueur, la moyenne temporelle d'un signal électrique est une caractéristique propre qui doit être calculée sur toute l'existence de ce signal, en prenant un intervalle de temps infini. En pratique, nous nous contentons d'une estimation en prenant un intervalle de temps Δt déterminé.

1.2 FORMES D'ONDES ET SIGNAUX ÉLECTRIQUES

D'une manière générale, un circuit électrique linéaire peut être décrit par les éléments passifs (résistances, condensateurs et inductances) qui le constituent, et par les générateurs de tension et de courant qui l'alimentent.

Pour ces générateurs, nous pouvons distinguer les sources continues et les sources alternatives, sinusoïdales ou non.

➤ Le régime statique ou régime continu

Les grandeurs électriques sont invariantes dans le temps. Nous disons que les tensions et les courants sont continus. Le régime statique peut être utilisé seul dans des cas simples, mais ce régime constitue souvent une première étape pour étudier des systèmes plus complexes comme par exemple les amplificateurs.

➤ Le régime dynamique ou régime variable

Les grandeurs électriques évoluent dans le temps selon une loi de variation temporelle bien déterminée. Nous pouvons appliquer directement ce régime à des éléments passifs ou sur un schéma équivalent du circuit, auquel cas le modèle n'est valable que pour un régime statique particulier (point de fonctionnement déterminé).

1.2.1 Tensions et courants continus

Dans un circuit, nous souhaitons souvent déterminer la tension entre deux points appelés dipôle électrique. Nous pouvons choisir d'avance soit la convention récepteur, soit la convention générateur :

- convention récepteur : les flèches du courant et de la tension sont en sens inverse ;
- convention générateur : les flèches du courant et de la tension sont dans le même sens.



(a) (b)

Figure 1.3 Convention générateur (a) et convention récepteur (b).

Il est commode d'utiliser l'une ou l'autre des conventions selon la nature connue ou présumée du dipôle. Mais il arrive souvent qu'après avoir fini le calcul, l'une ou l'autre des quantités déterminées soit négative. Nous pouvons alors nous référer au tableau suivant :

Tableau 1.1 Tableau récapitulatif des conventions.

U	+	−	+	−
I	+	+	−	−
Convention récepteur	Le dipôle réel est un récepteur $v > 0$	Le dipôle réel est un générateur $v < 0$	Le dipôle réel est un générateur $v < 0$	Le dipôle réel est un récepteur $v > 0$
Convention générateur	Le dipôle réel est un générateur $v > 0$	Le dipôle réel est un récepteur $v < 0$	Le dipôle réel est un récepteur $v < 0$	Le dipôle réel est un générateur $v > 0$

a) Source idéale de tension

Un générateur (source) de tension continue supposé idéal est un générateur qui fournit, entre ses bornes, une différence de potentiel constante, quelle que soit l'intensité du courant qui le traverse, ou en d'autres termes quelle que soit la charge à ses bornes, à condition que cette charge ne soit pas nulle.

Nous appelons aussi la source de tension idéale, une force électromotrice U désignée par l'abréviation « f.é.m ». Nous trouvons souvent dans les documents produits en français trois types de notation indiquées à la figure 1.4.

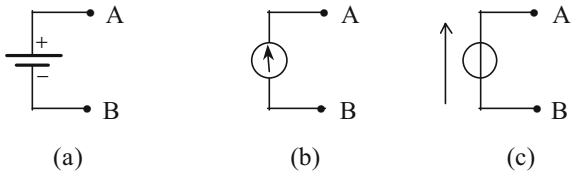


Figure 1.4 Différents symboles pour une source de tension.

Pour l'étude des circuits électriques, nous sommes souvent amenés à déterminer la tension entre deux points A et B, autrement dit aux bornes d'un dipôle AB. Dans ce cas, nous pouvons choisir la convention récepteur pour laquelle la flèche du courant et la flèche de la tension sont en sens inverse. Nous pouvons aussi choisir la convention d'un générateur (émetteur) pour laquelle la flèche du courant et la flèche de la tension sont dans le même sens. Dans la convention récepteur représentée sur la figure 1.5 (a), le générateur reçoit de l'énergie si le produit $U.I$ est positif, il en fournit si au contraire $U.I$ est négatif.

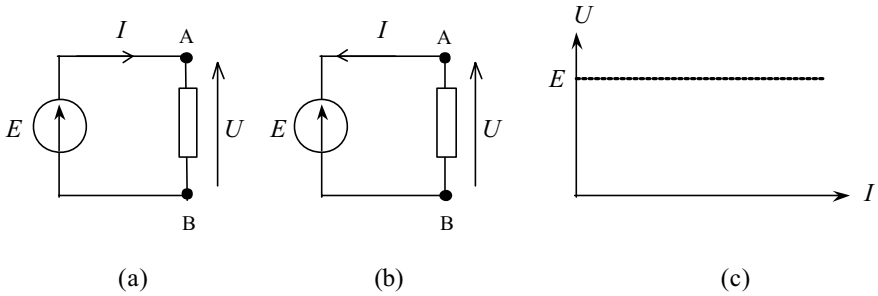


Figure 1.5 Source de tension avec la convention récepteur (a), la convention générateur (b) et courbe $U = f(I)$ en (c).

Supposons maintenant un générateur idéal de tension qui fournit à une charge quelconque un courant I. Nous pouvons tracer l'évolution de la tension en fonction du courant : $U = f(I)$ aux bornes de la charge. Cette caractéristique présentée à la figure 1.5 (c) se réduit à une droite parallèle à l'axe des courants et d'abscisse à l'origine égale à E, ce qui représente la valeur de la tension fournie par la source.

La puissance P_f fournie par le générateur est égale à la puissance dissipée par la charge. Cette puissance varie proportionnellement avec l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

$$U = U_A - U_B = \text{ constante} \quad \text{et} \quad P_f = P_{\text{dissipée}} = U.I = E.I$$

La courbe représentant la variation de la puissance fournie par une source idéale de tension en fonction du courant débité est donnée à la figure 1.6.

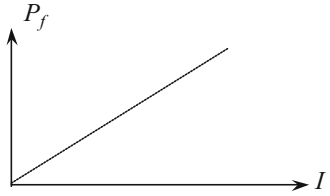


Figure 1.6 Variation de la puissance fournie en fonction du courant débité.

b) Source idéale de courant

Un générateur (source) de courant continu supposé idéal est un générateur fixant l'intensité du courant électrique I_g qui le traverse quelle que soit la différence de potentiel U à ses bornes, autrement dit quelle que soit la charge à ses bornes, à condition que cette charge ne soit pas infinie. Le courant ainsi débité est aussi appelé courant de court-circuit.

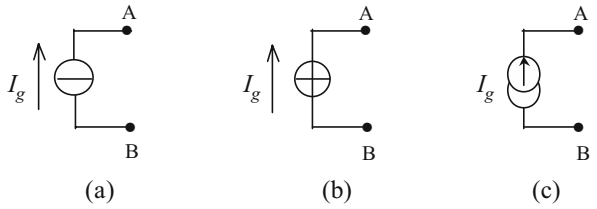


Figure 1.7 Nouveaux symboles (a) et (b) et ancien symbole (c) d'une source de courant.

Comme pour le générateur de tension, en utilisant la convention récepteur, si le produit $U.I$ est négatif, le générateur fournit de l'énergie ; si le produit $U.I$ est positif, le générateur reçoit de l'énergie. La figure 1.8 (a) donne le courant débité I en fonction de U et la figure 1.8 (b) la puissance fournie P_f en fonction de la tension U aux bornes du générateur de courant.

c) Générateur réel de tension

Un générateur réel de tension possède souvent une résistance interne R_g placée en série avec le générateur idéal de tension E_g. La tension qui apparaît entre les deux bornes du dipôle est égale à la somme algébrique de la tension fournie par le générateur E_g et de la chute de tension produite par le passage du courant I circulant dans la résistance interne.

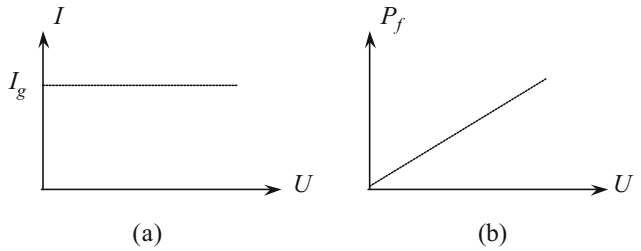


Figure 1.8 Variations du courant *I* (a) et de la puissance fournie P_f (b), en fonction de *U*.

Selon le choix arbitraire du sens du courant, le dipôle ainsi constitué a pour équation l'une des deux relations suivantes :

$$U = E_g + R_g.I \qquad \text{cas de la figure 1.9 (a)}$$

$$U = E_g - R_g.I \qquad \text{cas de la figure 1.9 (b)}$$

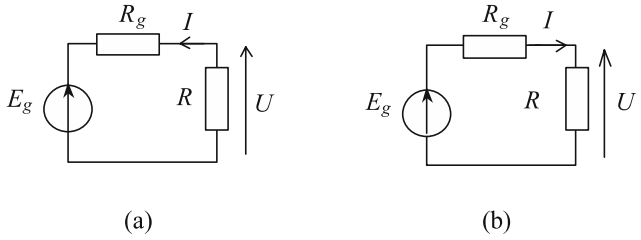


Figure 1.9 Générateur réel de tension chargé par une résistance *R*.

La caractéristique courant-tension du générateur réel s'obtient facilement en ajoutant algébriquement la caractéristique courant-tension du générateur idéal ($U = E_g$) et celle de la résistance interne ($R_g.I$) à intensité I fixée. Si nous choisissons la convention générateur de la figure 1.9 (b), la caractéristique est représentée sur la figure 1.10 par la droite d'équation :

$$U = E_g - R_g.I$$

Cette droite passe par les deux points dont les coordonnées sont :

$$\left(U = 0 \quad \text{et} \quad I = I_{CC} = \frac{E_g}{R_g}\right) \qquad \text{et} \qquad \left(U = E_g \quad \text{et} \quad I = 0\right)$$

I_{CC} est appelé le courant de court-circuit de la source.

Si nous utilisons, comme nous l'avons représenté à la figure 1.9 (b), la convention générateur pour la source et la convention récepteur pour la résistance, lorsqu'une source réelle de tension est chargée par une résistance R, la tension U et le courant I doivent vérifier :

$$U = E_g - R_g.I \quad \text{et} \quad U = R.I$$

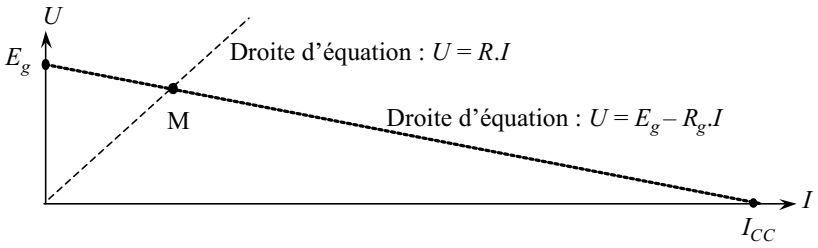


Figure 1.10 Caractéristique tension-courant d'une source réelle de tension.

Sur la figure 1.10, le point M de coordonnée (U,I) est représentatif de l'état du circuit. Il se trouve à l'intersection des deux droites d'équation :

- $U = E_g - R_g.I$;
- $U = R.I$.

Ce point est appelé *point de repos* ou *point de fonctionnement* du circuit. Parfois, pour des circuits complexes, si nous superposons une tension continue et une tension alternative, afin d'éviter des confusions, nous pouvons mettre *des indices zéro* (U_0,I_0) à la place de (U,I).

d) Générateur réel de courant

Un générateur réel de courant présente toujours une résistance interne de fuite de courant. Cette résistance R_g est montée en parallèle avec le générateur idéal. Le courant total I qui traverse le dipôle est égal à la somme algébrique du courant dans la résistance interne R_g et du courant I_g fourni par le générateur.

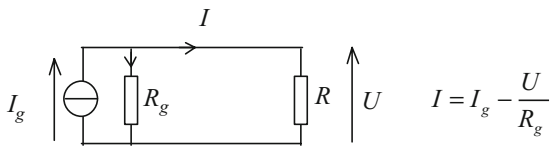


Figure 1.11 Source réelle de courant chargée par une résistance *R*.

La caractéristique courant-tension s'établit (comme pour le générateur réel de tension) en ajoutant l'intensité I_g à celle traversant la résistance R pour une différence de potentiel fixée.

Nous prenons la convention générateur pour la source de courant et la convention récepteur pour la résistance R. Lorsque la source est utilisée pour alimenter une résistance R, le point M représentatif de l'état du circuit de coordonnées (U,I) se trouve à l'intersection :

- de la caractéristique de la source dont l'équation est : $I = I_g - \dfrac{U}{R_g}$

- et de la caractéristique de charge d'équation : $I = \dfrac{U}{R}$

Le point d'intersection de la caractéristique de la source avec l'axe des abscisses, donne une tension notée $U_V = R_g.I_g$ qui représente la tension à vide de la source de courant.

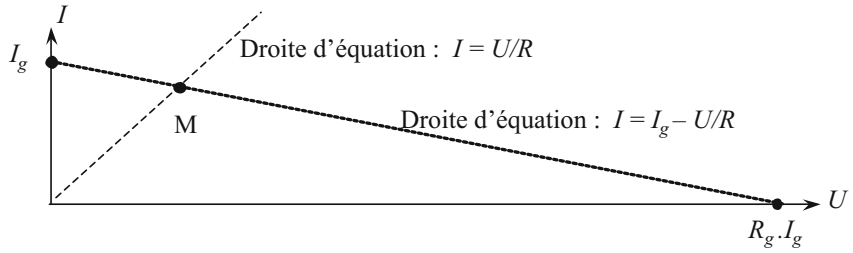


Figure 1.12 Variation du courant en fonction de la tension d'une source réelle de courant.

Remarque : Souvent, les résistances internes n'ont pas plus de réalité physique que les sources idéales auxquelles elles sont associées pour représenter les sources réelles. Ces représentations permettent de modéliser le comportement des sources vis-à-vis de l'extérieur. La résistance interne traduit un phénomène physique qui limite l'énergie tirée d'une source.

1.2.2 Tensions et courants périodiques

a) Fonction périodique

Un signal $u(t)$ ou $i(t)$ est périodique, de période « T » si, quel que soit l'instant t, nous avons :

$$u(t) = u(t+T) \quad \text{ou} \quad i(t) = i(t+T)$$

La connaissance du signal sur une durée égale à T, c'est-à-dire la connaissance de l'évolution de la fonction qui représente le signal est suffisante pour le déterminer complètement.

- T est *la période* du signal exprimée en seconde (s) ; nous utilisons les multiples et sous-multiples de cette unité. Cette période représente le temps qui sépare deux passages successifs par la même valeur avec le *même sens de variation*.
- La fréquence « f » qui est exprimée en hertz (Hz) donne le nombre de périodes par seconde. Nous pouvons aussi utiliser surtout les multiples de cette unité : kHz, MHz et même des GHz dans le cas de l'hyperfréquence.

Nous pouvons aussi rencontrer dans des documentations anciennes le terme de *cycle par seconde* qui a été remplacé par le hertz.

$$f = 1/T \quad \text{en Hz (ou } \text{s}^{-1}\text{)}$$