



SCIENCES SUP

Cours et exemples

Master • Écoles d'ingénieurs



MODÉLISATION ET SIMULATION À BASE D'AGENTS

Exemples commentés, outils informatiques
et questions théoriques

Préface de Paul Bourguine et Édith Perrier

IRD
Institut de recherche
pour le développement

Jean-Pierre Treuil
Alexis Drogoul
Jean-Daniel Zucker

DUNOD

MODÉLISATION ET SIMULATION À BASE D'AGENTS

Consultez nos parutions sur dunod.com

Dunod Éditeur, édition de livres, Microsoft Press, ETSF, Ediscience, InterEditions

Recherche OK

Éditions ETSF InterEditions Microsoft Press

Donnez un nouveau souffle à votre vie

Santé - Feng Shui Bien-être

Mon compte

Accueil Contacts

Sciences et Techniques Informatique Gestion et Management Sciences Humaines

Interviews

Réinventer les RH : urgence !
Gilles Verrier

Ramseyes 2008 : exigez la nouvelle formule !
Thierry de Montbrial

→ toutes les interviews

Club Enseignants

→ Inscrivez-vous !

Événements

Découvrez le [vidéo](#)
Profession dirigeant

En librairie ce mois-ci

Développement personnel et coaching : découvrez le [nouveau site](#)
[interEditions.com](#) !

les librairies

Nouveautés - Nouveautés - Nouveautés - Nouveautés -

Bacchus 2008
Enjeux, stratégies et pratiques dans la filière vitivinicole
Jean-Pierre Couderc, Hervé Hannin, François d'Auderville, Élienne Montaigne

Profession dirigeant
De la conception du changement à l'action
Gérard Roth, Michal Kurtyka

PYTHON
Petit guide à l'usage du développeur agile
Tarek Ziade

150 petites expériences de psychologie du sport
pour mieux comprendre les champions... et les autres
Yvan Paquet, Pascal Legrain, Elisabeth Rosnet, Stéphanie Rusinek

LES BIBLIOTHÈQUES DES MÉTIERS

→ Bibliothèque du DSI
→ Gestion industrielle
→ Métiers de la vigne et du vin
→ Marketing et Communication
→ Directeur d'établissement social et médico-social
→ Toutes les bibliothèques

LES NEWSLETTERS

→ Action sociale
→ Psychologie
→ Développement personnel et Bien-être
→ Entreprise
→ Expertise comptable
→ Informatique et NTIC
→ Industrie
→ Toutes les newsletters

bibliothèques des métiers newsletters Microsoft®Press ediscience.net expert-sup.com

Notice légale

MODÉLISATION ET SIMULATION À BASE D'AGENTS

**Exemples commentés, outils informatiques
et questions théoriques**

Jean-Pierre Treuil

Membre honoraire de l'UR GEODES de l'IRD

Alexis Drogoul

Directeur de recherches à l'IRD

Jean-Daniel Zucker

Directeur de recherches à l'IRD

Préface de

Paul Bourguine et Édith Perrier

DUNOD

Toutes les marques citées dans cet ouvrage sont des marques déposées par leurs propriétaires respectifs.

Illustration de couverture : *Modèle à base d'agents
du fonctionnement biologique des sols*
Source : Christophe Cambier

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du

droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2008
ISBN 978-2-10-053987-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Préface

Oser modéliser des systèmes complexes, dont le comportement à une échelle donnée — dite macroscopique — est le produit des interactions entre un grand nombre d'entités à une échelle inférieure — dite microscopique —, c'est un défi de notre monde moderne. Prétendre, pour mieux comprendre, voire contrôler des systèmes dynamiques biologiques, naturels ou humains, intégrer de multiples niveaux d'organisation dans des reconstructions multi-échelles, et prendre en compte une multiplicité d'entités et de processus hétérogènes mis en jeu, c'est un pari audacieux ; surtout si l'on cherche à confronter de multiples sources d'informations sur le monde réel, des expérimentations informatiques et des théorisations mathématiques...

L'usage de la modélisation informatique à base d'agents se développe depuis une trentaine d'années : la complexité du monde réel est reproduite dans des expérimentations *in silico*, où l'on observe les dynamiques individuelles et collectives d'entités informatiques, des « abstractions manipulables » du monde réel, conçues par des chercheurs de toutes disciplines. Les simulations confirment l'apparition de phénomènes d'auto-organisation, d'émergence de dynamiques complexes du « tout » à partir de comportements simples des « parties ». Elles suggèrent des relations de cause à effet, permettent de tester des scénarios d'évolution, de formaliser des hypothèses et de concrétiser des échanges de points de vue multi-disciplinaires sur un même objet. Au-delà des analyses théoriques, ce livre met en lumière comment l'approche agents s'enracine dans la reproduction de cas concrets et valide ses modèles à partir de leurs capacités d'expression, en lien direct avec l'observation du monde réel.

Les approches à base d'agents sont utilisées par une communauté scientifique qui ne cesse de grandir. Cela s'explique par une simplicité relative de mise en œuvre, que les capacités de calcul des ordinateurs individuels, le développement de plates-formes dédiées, et des formations spécifiques, mettent désormais à portée du plus grand nombre. Mais comme pour toute querelle entre les Anciens et les Modernes, la démarche suscite à la fois enthousiasme et scepticisme. Les critiques parleront de jeux informatiques, jugés insuffisamment formels ou trop peu rigoureux, et d'une mode. Mais la mode ne passe pas. Et si les rapports et articles spécialisés abondent, peu d'ouvrages proposent une vue d'ensemble de l'état de l'art. En quoi consiste cette approche à base d'agents dont tout le monde parle ? Quels en sont ses principes de base ? Quels sont les techniques et outils disponibles ? Peut-on avoir des exemples scientifiquement convaincants ? Le lecteur trouvera dans le présent ouvrage

une réflexion issue du terrain, écrite par des chercheurs qui ont contribué pendant des années à l'émergence et à l'activité de la communauté française dans ce domaine. Un témoignage honnête, éclairant, riche en définitions, en exemples pratiques, en réflexions théoriques.

La première partie débute par des généralités fort intéressantes sur le rôle de la modélisation en science. Elle se focalise très vite sur la modélisation informatique en y resituant de façon très claire les concepts et les principes fondateurs de l'approche multi-agents. Sont ensuite décrits de façon didactique onze exemples très différents, mais analysés à travers une même grille de lecture. Ces analyses de cas non seulement éclairent le lecteur sur la méthode, les objectifs et les résultats, mais lui font entreprendre un voyage passionnant dans des études de phénomènes physiques, biologiques, comportementaux, que la modélisation, par nature « simplificatrice », nous fait découvrir ou re-découvrir. Deux chapitres sont enfin consacrés à la présentation des méthodes de conception et d'implémentation informatiques, et à la description des principales plates-formes disponibles pour faciliter le développement de simulateurs.

Les auteurs vont plus loin. Pour la première fois dans le même ouvrage, ils tentent la réconciliation entre deux « cultures » en matière de modélisation à base d'agents. Ils ouvrent en effet une discussion sur la complémentarité entre une vision informatique basée sur des expérimentations et une vision plus mathématique des systèmes d'entités en interaction. C'est l'objet de la deuxième partie et de plusieurs annexes. Que le lecteur non mathématicien ne s'inquiète pas outre mesure en feuilletant ces derniers chapitres. Qu'il prenne donc un moment pour suivre la démarche conceptuelle et même pour en détailler les développements. Il sera vite convaincu que la tâche est ardue mais qu'elle en vaut la peine, si l'on veut dépasser le stade de l'observation et des statistiques. L'informaticien et le modélisateur disposeront alors d'une description détaillée de techniques mathématiques qui devraient permettre de dépasser l'empirisme. Le mathématicien ou le physicien que la fascination pour les modèles à base d'agents intrigue y trouvera de son côté une synthèse des nombreux formalismes déjà développés pour à la fois définir des agents et leurs comportements, caractériser les états, l'organisation spatiale, les trajectoires des systèmes dont ils sont les composants, construire des « résumés », afin de réduire la complexité et tenter de faire le lien avec les modèles mathématiques traditionnels. Tout un chacun découvrira dans ce livre des pistes déjà ouvertes et d'autres originales pour essayer d'avancer sur cette question d'actualité pressante : serons-nous bientôt capables de concevoir une approche rigoureuse des interactions multi-entités et des organisations multi-échelles ? d'entrevoir des raisonnements et des preuves de notre foi dans l'apport potentiel de la science des systèmes complexes ? Toutes les méthodes d'intégration présentées, essentiellement sur un milieu et un temps continu, sont cependant compliquées. Quel formalisme, peut-être radicalement novateur, nous permettra de progresser en mathématiques discrètes, et donc d'analyser ces simulations informatiques qui reproduisent étrangement la réalité de tant de réseaux d'interactions multi-niveaux, y compris en biologie ou sciences humaines intégratives ?

Le livre est épais, le sujet encore plus vaste. Que le lecteur soit étudiant, chercheur professionnel de toute discipline, ou simplement chercheur amateur éclairé, curieux d'un des courants de recherche actuel, qu'il soit bien averti : ce n'est pas un livre de cours, mais c'est un ouvrage de référence à ne pas manquer.

Il fallait faire ce livre et ils l'ont fait. Qui sont-ils ? Jean-Pierre Treuil est l'ex-directeur du Laboratoire d'informatique appliquée (LIA) de l'IRD (Institut de recherche et de développement), où il a été le moteur d'échanges quotidiens entre chercheurs et étudiants de tous horizons. Polytechnicien, bilingue en informatique et mathématiques, il a inlassablement démontré l'importance de la méthode, de la rigueur, et de la complémentarité des points de vues dans toute démarche de modélisation. Alexis Drogoul, ex-professeur d'informatique à l'université Paris 6, où il a dirigé l'équipe MIRIAD, est maintenant directeur de recherches à l'IRD. Il a été l'un des pionniers, en France, de la recherche sur les modèles à base d'agents et leurs applications dans de nombreux domaines thématiques. Il est un défenseur convaincu de la collaboration entre chercheurs de toutes disciplines au bénéfice de la recherche en intelligence artificielle et en robotique. Jean-Daniel Zucker, ingénieur Sup'Aéro, ex-responsable de R&D aux USA, ex-chef du projet européen Esprit atelier de logiciel futur chez Thomson, est ensuite revenu à la recherche académique — universités Paris 6, Paris 13, INSERM, IRD. Spécialiste de bioinformatique et d'apprentissage automatique, il réalise régulièrement dans ces domaines la synthèse entre approches mathématiques et approches à base d'agents. Tous les trois passionnés par la recherche, ses applications pour le développement et les échanges transdisciplinaires, ils se sont retrouvés au sein d'une équipe originale de l'IRD, l'UR GEODES (Unité de recherches en mathématique et informatique appliquées à la modélisation des systèmes complexes), et ce livre est en grande partie le résultat de cette rencontre et de l'expérience de l'Unité.

Nous sommes heureux que ce livre ait été écrit, nous sommes heureux de l'avoir lu et nous avons le plaisir de le recommander à un large public. Bien sûr, écrit au début du XXI^e siècle, cet ouvrage sera un jour daté. Mais nous pensons que les recherches qu'il relate seront suivies de nouvelles applications qu'il aura inspirées et de découvertes dont il aura été le germe. Il deviendra alors un document d'histoire des idées, qui, nous en sommes sûrs, saura toujours enrichir notre réflexion.

Paul BOURGINE¹ et Édith PERRIER²

Institut des systèmes complexes de Paris Île de France

Février 2008

1. Directeur du CREA (Centre de recherches en épistémologie appliquée, UMR École Polytechnique CNRS), directeur du RNSC (Réseau national des systèmes complexes) et de l'ISC-PIF (Institut des systèmes complexes de Paris Île de France).

2. Directrice de recherches à l'IRD, HDR université Paris 6, ex-directrice de l'UR GEODES (2000-2005), éditrice en chef de Geoderma, Elsevier, secrétaire générale du RNSC et de l'ISC-PIF.

Table des matières

PRÉFACE	v
AVANT-PROPOS	xix
INTRODUCTION	1
I.1 La modélisation	1
I.2 La simulation	3
I.3 La simulation à base d'agents	13
CHAPITRE 1 • MODÈLES PHYSIQUES	17
1.1 GRANULAB : mécanique des milieux granulaires	17
1.1.1 La question scientifique	17
1.1.2 Les raisons avancées pour une approche agent	20
1.1.3 Échelles spatio-temporelles et granularité	21
1.1.4 Les agents, leurs attributs, leur organisation	21
1.1.5 Les comportements ou mécanismes	22
1.1.6 L'implémentation informatique	23
1.1.7 L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	23

1.2	RIVAGE : hydrodynamique du ruissellement	24
1.2.1	La question scientifique	25
1.2.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	26
1.2.3	Échelles spatio-temporelles et granularité	27
1.2.4	Les agents, leurs attributs	29
1.2.5	Les comportements ou mécanismes	29
1.2.6	L'implémentation informatique	31
1.2.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	31
CHAPITRE 2 • MODÈLES BIOLOGIQUES		33
2.1	BIOFILMS : modélisation à base d'agents de la formation et de l'évolution de BIOFILMS	33
2.1.1	La question scientifique	33
2.1.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	35
2.1.3	Échelles spatio-temporelles et granularité	36
2.1.4	Les agents, leurs attributs	37
2.1.5	Les comportements ou mécanismes	37
2.1.6	L'implémentation informatique	39
2.1.7	L'exploitation des modèles et l'apport au domaine	39
2.2	SIMANCHOIS : modélisation d'un écosystème marin	41
2.2.1	La question scientifique	41
2.2.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	43
2.2.3	Les échelles spatio-temporelles (et la granularité)	43
2.2.4	Les agents, leurs attributs (et leur organisation)	44
2.2.5	Les comportements ou mécanismes	45
2.2.6	L'implémentation informatique	45
2.2.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	46
CHAPITRE 3 • MODÈLES COMPORTEMENTAUX		49
3.1	MANTA : processus d'auto-organisation chez les fourmis	49
3.1.1	La question scientifique	49
3.1.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	50
3.1.3	Échelles spatio-temporelles	50

3.1.4	Les agents et leurs attributs	51
3.1.5	Les comportements ou mécanismes	52
3.1.6	L'implémentation informatique du modèle	54
3.1.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	55
3.2	DOMWORLD : modélisation des hiérarchies de dominance chez les primates . . .	57
3.2.1	La question scientifique	58
3.2.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	59
3.2.3	Échelles spatio-temporelles et granularité	60
3.2.4	Les agents, leurs attributs	60
3.2.5	Les comportements ou mécanismes	61
3.2.6	L'implémentation informatique	62
3.2.7	L'exploitation des modèles et l'apport au domaine	63
3.3	ARCHISIM : modélisation de la dynamique du trafic routier	63
3.3.1	L'objectif de recherche	64
3.3.2	Les raisons avancées pour une approche agent	66
3.3.3	Échelles spatio-temporelles	66
3.3.4	Les agents, leurs attributs	67
3.3.5	Les comportements ou mécanismes	68
3.3.6	L'implémentation informatique	69
3.3.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	70
CHAPITRE 4 • MODÈLES SOCIAUX		73
4.1	CUBES : modélisation du comportement de consommateurs	73
4.1.1	La question scientifique	74
4.1.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	75
4.1.3	Échelles spatio-temporelles et granularité	76
4.1.4	Les agents, leurs attributs, leur organisation	76
4.1.5	Les comportements ou mécanismes	79
4.1.6	L'implémentation informatique	80
4.1.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	81
4.2	SELF CORMAS : modélisation d'accompagnement des processus collectifs de concertation	82
4.2.1	La question scientifique	83

4.2.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	84
4.2.3	Les échelles spatio-temporelles (et la granularité)	86
4.2.4	Les agents, leurs attributs (et leur organisation)	87
4.2.5	Les comportements ou mécanismes	88
4.2.6	L'implémentation informatique	88
4.2.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	89
4.3	SIMPPOP : modéliser les « systèmes de villes »	91
4.3.1	La question scientifique	91
4.3.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	91
4.3.3	Les échelles spatio-temporelles (et la granularité)	92
4.3.4	Les agents, leurs attributs (et leur organisation)	92
4.3.5	Les comportements ou mécanismes	92
4.3.6	L'implémentation informatique	94
4.3.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	95
4.4	DAMASRESCUE : modélisation d'agents sauveteurs après une catastrophe naturelle	98
4.4.1	La question scientifique	98
4.4.2	Les raisons avancées pour l'approche agent	99
4.4.3	Échelles spatio-temporelles (et granularité)	99
4.4.4	Les agents, leurs attributs (et leur organisation)	99
4.4.5	Les comportements ou mécanismes	100
4.4.6	L'implémentation informatique	102
4.4.7	L'exploitation du modèle et l'apport au domaine	102
CHAPITRE 5 • SYNTHÈSE DES EXEMPLES ET MÉTA-MODÈLE À BASE D'AGENTS		103
5.1	Agents	103
5.1.1	Agents simples, agents complexes	104
5.1.2	Versatilité des modèles, diversité des agents	106
5.2	Comportements et décisions	109
5.2.1	Décision et comportements partagés	110
5.2.2	Décisions partagées et comportements individualisés	111
5.2.3	Décisions et comportements individualisés	111

5.3	Environnement	112
5.3.1	L'environnement comme ensemble de contraintes structurelles	112
5.3.2	L'environnement comme champ médiateur	113
5.3.3	L'environnement comme support de la perception	114
5.3.4	L'environnement comme contrôle de l'action	115
5.3.5	L'environnement comme médium de communication	115
5.3.6	L'environnement comme espace relationnel	116
5.3.7	L'environnement comme espace(s) multiple(s)	116
5.3.8	L'environnement comme entité(s) autonome(s)	117
5.4	Synthèse - Lacunes du méta-modèle	118
 CHAPITRE 6 • RÉALISATION INFORMATIQUE DES SIMULATIONS		
	À BASE D'AGENTS	129
6.1	Introduction	129
6.1.1	Gestion du temps	129
6.1.2	Ordonnancement des agents	131
6.1.3	Ordonnancement des actions	133
6.2	L'implémentation	135
6.2.1	Programmation spécifique ou plate-forme générique ?	135
6.2.2	Panorama des principales plates-formes	137
6.2.3	Comparaison	144
 CHAPITRE 7 • MATHÉMATIQUES ET MODÉLISATION AGENT		
7.1	Agents et niveaux de modélisation	145
7.2	Implication des mathématiques	146
7.2.1	Formuler mathématiquement les comportements individuels	147
7.2.2	Caractériser synthétiquement les systèmes d'agents	147
7.2.3	Modéliser un système d'agents à un niveau agrégé	148
7.2.4	Établir un lien analytique entre niveaux différents	148
7.3	Vocabulaire et notations	149
7.3.1	Agents, mécanismes, environnement	149
7.3.2	États individuels, états du système	150

7.3.3	Trajectoires	154
7.3.4	De la structure des calculs en simulation agents	155
CHAPITRE 8 • EXPRIMER MATHÉMATIQUEMENT, AU NIVEAU DE L'AGENT, COMPORTEMENTS ET INTERACTIONS		159
8.1	Métaphore des forces, métaphore des jeux	159
8.2	La métaphore des forces	160
8.3	Dynamiques d'agents et champs de potentiels	161
8.3.1	Un modèle minimal	162
8.3.2	Vers des modèles plus complexes	166
8.3.3	Mouvements amortis	166
8.3.4	Interactions plus ciblées	167
8.3.5	Influences non séparables	168
8.4	Dynamiques d'agrégation/répulsion	169
8.4.1	Un modèle minimal	169
8.4.2	Vers des modèles plus complexes	172
8.4.3	De la réaction à un stress local à la recherche d'un optimum global	173
8.4.4	Des potentiels aux perceptions	175
8.5	Dynamiques de polarisation	176
8.5.1	Un modèle minimal	176
8.5.2	Vers des modèles plus complexes	179
8.5.3	Modèles d'Ising et automates cellulaires	179
8.5.4	Des réactions différentes selon les sites	180
8.6	Dynamiques de reproduction/dissémination	181
8.6.1	Un modèle minimal	182
8.6.2	Vers des modèles plus complexes	185
8.7	Modèles proies/prédateurs	185
8.7.1	Un modèle minimal	186
8.7.2	Retour sur quelques difficultés de formulation	189
8.8	La métaphore des jeux	190
8.8.1	Jeux à N joueurs et apprentissage multi-agents	191
8.8.2	Un modèle minimal avec environnement évolutif	193

8.8.3	La notion d'objectif, individuel ou collectif	193
8.8.4	L'évaluation de l'action par les agents	195
8.8.5	L'amélioration de l'évaluation par apprentissage	196
8.9	Une grande diversité et des points communs	197
CHAPITRE 9 • CARACTÉRISER LES DYNAMIQUES D'AGENTS		199
9.1	Résumer les données d'un système d'agents	199
9.2	Caractériser des structures spatiales	201
9.2.1	L'approche empirique	201
9.2.2	L'approche théorique	203
9.3	Outils généraux de caractérisation des états	206
9.3.1	Dénombrements et résumés d'ordre 1	206
9.3.2	Dénombrements et résumés d'ordre n	211
9.3.3	Extensions à plusieurs catégories d'agents	213
9.3.4	Vers une typologie des résumés	214
9.4	Caractériser les dynamiques	216
9.4.1	Résumer une trajectoire	216
9.4.2	Caractériser le faisceau des trajectoires	217
9.4.3	Stationnarité, courants de probabilités, ergodicité	218
9.5	Caractériser les interactions	220
9.5.1	Un terme polysémique	220
9.5.2	Mesurer des corrélations au sein d'un système d'agents	221
9.5.3	Évaluer les conséquences d'une perturbation sur les états ultérieurs du système	222
9.6	Des configurations aux réseaux	223
CHAPITRE 10 • MODÉLISER LES DYNAMIQUES D'AGENTS		225
10.1	Réduction des modèles agents : pourquoi ?	226
10.1.1	Une compréhension plus « profonde »	227
10.1.2	La possibilité de développements analytiques	227
10.1.3	Des simulations moins coûteuses et mieux contrôlables	227

10.2	Réductions d'une dynamique de polarisation	228
10.2.1	Le modèle agent	228
10.2.2	Questions sur la dynamique du système	231
10.2.3	Reformulations des équations du modèle	232
10.2.4	Cas d'un grand nombre d'agents : réduction à un modèle EDP	235
10.2.5	Les enseignements du modèle EDP	238
10.2.6	Apports d'autres réductions	239
10.3	Réductions d'une dynamique de reproduction avec déplacement	242
10.3.1	Le modèle agent	242
10.3.2	Reformulation du processus de branchement	244
10.3.3	Combinaison du branchement et de la diffusion	246
10.3.4	Réductions vers une dynamique de densités	247
10.4	Réductions : diversité et difficultés rencontrées	250
10.4.1	Diversité des réductions : nature des équations	250
10.4.2	Diversité des réductions : nature des résumés	253
10.4.3	Réductions : nature des difficultés	256
10.5	En conclusion : de la possibilité des réductions	262
CONCLUSION		265
ANNEXE		269
A.1	Compléments du chapitre 8	269
A.1.1	Dynamiques d'agrégation-répulsion et fonction d'énergie (§ 8.4.3)	269
A.1.2	Dynamiques de polarisation et fonction d'énergie (§ 8.5.4)	276
A.1.3	Dynamiques de reproduction-dissémination et fonction d'énergie (§ 8.6.2)	279
A.2	Compléments du chapitre 9	280
A.2.1	Caractérisation empirique d'organisations spatiales : quelques indicateurs courants (§ 9.2.1)	280
A.2.2	Fonction de corrélation sur une configuration spatiale homogène : définition et calcul (§§ 9.2.1 (b) et 9.5.2)	285
A.3	Compléments du chapitre 10	290
A.3.1	Dynamique de polarisation : tropisme vers les orientations majoritaires et champ de potentiel (§ 10.2.1)	290