

Jérôme Fehrenbach



Mathématiques, raisonnement et mystification

Comment décrypter les fausses informations



Mathématiques, raisonnement et mystification

Comment décrypter les fausses informations

Jérôme Fehrenbach



Remerciements

Pour leurs relectures et encouragements, je remercie Caroline D., Caroline K., Guy, Jean-Claude et Jérémie.

Bien entendu les erreurs qui subsistent involontairement et les points de vue subjectifs qui sont exprimés volontairement sont entièrement de mon fait.

Cet ouvrage est dédié à la mémoire
du mathématicien Ibni Oumar Mahamat Saleh,
disparu à N'Djamena en 2008.

ISBN 9782340-060289

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2021

8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos



L'idée de ce livre a germé progressivement, à partir de lectures répétées de chiffres complètement aberrants donnés dans les médias ou sur des supports de communication institutionnelle ou commerciale. À chaque fois le lecteur ayant un minimum de culture scientifique se met à râler un bon coup « comment peut-on donner avec un tel aplomb des chiffres aussi manifestement faux » ? Bien sûr il s'agit parfois de coquilles, mais on peut également déceler au mieux une ignorance des concepts élémentaires, et au pire une intention trompeuse derrière ces approximations. Nous en verrons des exemples au cours des pages qui suivent.

Notre époque est friande en *fake news*, et autres manœuvres de propagation d'information mensongère. Une expression qui apporte de l'autorité à celui qui la prononce est « c'est mathématique ». La certitude et la puissance de l'argument sont encore augmentées par l'utilisation de mots ou d'expressions techniques comme *exponentiel*, *il est démontré que...*, *pourcentage*. Mais en vérité il ne suffit pas de coller l'étiquette de mathématiques à un énoncé pour le rendre automatiquement vrai. Le premier objectif de ce livre est de (re)-donner au lecteur non spécialiste, voire non scientifique, des outils élémentaires permettant de s'approprier certaines notions mathématiques parmi les plus utiles au quotidien, et ainsi de décrypter les fausses informations basées sur de prétendues mathématiques. Il nous suffira pour cela de rester à un niveau élémentaire. Le tour d'horizon des mathématiques élémentaires utiles au quotidien forme la première partie de ce livre.

Les mathématiques forment une science très active et féconde en résultats qui accompagnent le développement technologique vertigineux de notre civilisation. Nous ne pouvons pas aborder en détail toutes les applications des mathématiques, mais nous proposons un aperçu partiel dans la deuxième partie de cet ouvrage. On présentera certaines applications des mathématiques, en se focalisant sur les applications à des disciplines autres ayant un fort impact sur l'organisation de notre société : l'économie, la finance et la science des données. Nous verrons quels ont été les apports des mathématiques dans ces champs, et comment l'efficacité de ces disciplines a fortement progressé en utilisant des outils sophistiqués développés *ad hoc*.

Pour reformuler un peu les choses on se permettra une métaphore. Le mathématicien est un peu comme un menuisier : il dispose de pièces de base, d'outils et d'un vocabulaire technique. Son métier consiste à construire des meubles solides, élégants et fonctionnels. Comme le menuisier qui fabrique ses pièces de base, le mathématicien construit ses objets élémentaires à l'aide de définitions. Pour éviter le formalisme et tenir notre promesse de ne pas accabler le lecteur sous le vocabulaire technique, on se contentera dans ce livre d'utiliser des objets élémentaires courants : nombres et opérations usuelles, géométrie du rectangle... Les outils du mathématicien sont les règles de déduction et les bases du raisonnement, que l'on regroupe sous le terme de *logique mathématique*. Les meubles que construit le mathématicien sont les théorèmes, ils peuvent selon le cas être très théoriques ou avoir une application immédiate, tout comme le mobilier peut être purement décoratif ou fonctionnel.

La première partie de cet ouvrage se donne comme objectif de montrer que tout le monde est capable de planter un clou. Dire *je ne comprends rien aux mathématiques* c'est comme prétendre que l'on ne sait pas tenir un marteau : bien sûr on peut se faire mal aux doigts en essayant de planter un clou, mais avec un peu de vigilance cet exercice ne présente aucune difficulté. Pour illustrer ceci, nous présentons quelques problèmes simples que nous espérons exposer de façon lisible et accessible à tout le monde.

Dans la deuxième partie, nous montrons l'utilité de certaines méthodes mathématiques, promenant le lecteur comme un guide montrerait une collection de meubles aux visiteurs sans entrer dans le détail de la méthode de construction. Nous verrons que certaines constructions peuvent paraître solides parce qu'elles se parent de mathématiques, mais qu'il ne s'agit parfois que de trompe-l'œil. Et qu'une invocation de mots-clés tirés des mathématiques, ou même la mise au point de méthodes très avancées ne sert parfois que de cache-misère à des pratiques de manipulation, de domination ou d'escroquerie.

★ Certains passages sont « encadrés », ou plus exactement mis entre des étoiles comme celui que vous lisez. Il s'agit de développements un peu plus techniques qui ont paru mériter une petite place dans cet ouvrage. Ces développements pourront intéresser certains lecteurs mais nécessitent – selon le cas – un bagage de lycéen scientifique, voire un peu plus. ★

Sommaire



Partie I	Panorama de quelques notions accessibles	1
1.	Mise en jambe	3
2.	Calculs élémentaires, multiplication, division	9
3.	La règle de trois et les pourcentages	15
4.	Géométrie et facteur d'échelle	23
5.	Variations, augmentation exponentielle	35
6.	Logique	51
Partie II	Un outil au service des sciences, des technologies et des citoyens	59
7.	Économie	63
8.	Finance et mathématiques	73
9.	Statistique et science des données	81
10.	Et dans mon quotidien ?	93
11.	Communiquer avec des chiffres	103
12.	En guise de conclusion	111
13.	Références	113

Partie I

Panorama de quelques notions accessibles



Les outils mathématiques ont été développés tout d'abord pour répondre à des problèmes concrets de dénombrement. On a retrouvé des os entaillés datant du Paléolithique, les entailles servant manifestement à compter. Ensuite, les sociétés évoluant, il a été nécessaire de savoir dénombrer et mesurer plus précisément : établir un calendrier, faire entrer l'impôt dans les caisses, mesurer les parcelles de terrain, dénombrer du bétail. Toutes ces actions accompagnant l'émergence des premières civilisations ont nécessité des outils dépassant le simple comptage sur les doigts.

Les tablettes babyloniennes les plus anciennes retrouvées datent d'environ 3300 ans avant notre ère. On y compte bœufs, brebis et agneaux. Un millénaire plus tard, vers -2000, on retrouve des tablettes permettant de résoudre des équations. Les Égyptiens évaluaient en 2700 avant notre ère la durée d'une année à 365 jours. Les Indiens nous ont légué leurs chiffres, que nous appelons *chiffres arabes*. Les outils mathématiques alors développés dans cette région du monde étaient donc déjà avancés. Le continent américain a connu un développement en complet isolement par rapport à l'Asie. Le calendrier maya était très perfectionné, la durée de l'année solaire était évaluée à 365,242 jours ce qui est d'une précision remarquable si on la compare avec la durée actuellement retenue de 365,242198 jours. Comme la date de départ de ce calendrier remonte à 3113 années avant notre ère, on peut imaginer le degré de raffinement de leurs techniques. Malheureusement, dans la plupart des cas, ce sont les sources qui ne nous sont pas parvenues. On peut cependant constater que depuis plusieurs millénaires les civilisations ont développé des outils mathématiques permettant de répondre à des questions d'ordre quotidien ou administratif.

Dans notre quotidien en ce début de XXI^e siècle, il est souvent utile de faire de petits calculs, par exemple pour vérifier que le bon taux de réduction est appliqué pendant les soldes, pour répartir les frais de vacances entre plusieurs familles de taille variée, ou encore savoir si on aura assez de carburant pour arriver à destination. De nombreuses institutions effectuent les calculs à notre place, et décident de l'augmentation (ou non) des salaires et des tarifs autoroutiers, diffusent des chiffres reflétant l'évolution de quantités variées comme la délinquance, le prix de l'immobilier ou encore le taux de couverture par la dernière technologie de télécommunications.

Dans cette partie nous allons nous intéresser particulièrement à la présence de mathématiques que l'on pourrait qualifier d'élémentaires dans notre quotidien. On abordera des notions simples à la portée de toute personne ayant décroché le brevet des collèges, la plupart étant accessibles à un élève ayant fini l'école élémentaire. Après une mise en condition rapide, nous présenterons successivement de petits calculs comme la division, la règle de 3 et les pourcentages, puis des éléments de géométrie, des progressions exponentielles ou non, et enfin un peu de logique élémentaire.



Mise en jambe

Faire des mathématiques, cela consiste avant tout à utiliser son bon sens, et raisonner par analogie. Cela n'est pas plus difficile que de ranger les couverts dans un tiroir, et de mettre les couteaux, les fourchettes et les cuillères dans leurs cases respectives. La différence est qu'en mathématiques les objets sont formalisés c'est-à-dire que leur définition et les règles d'utilisation sont codifiées. Il suffit donc de connaître quelques notions et un peu de vocabulaire. Notons que ce point de vue concerne les mathématiques que la majorité des gens peuvent utiliser. Bien entendu les professionnels ont besoin de notions pointues qui peuvent s'appréhender après de longues études, et leurs découvertes nécessitent de l'intuition et des techniques de raisonnement raffinées. Les innovations majeures proviennent souvent de l'adoption d'un point de vue nouveau, ce qui n'est possible qu'avec du recul apporté par l'expérience.

Dans la première partie de cet ouvrage nous allons effectuer quelques promenades dans les mathématiques accessibles, sans connaissance technique particulière. Ces promenades nécessiteront un petit peu de prérequis, tout comme une sortie dans les bois demande d'avoir des chaussures bien lacées et de savoir suivre un sentier. Nous n'allons pas entraîner le lecteur sur des sentiers périlleux de haute montagne, mais il faut quand même une préparation pour profiter pleinement de la suite.

Nombres, opérations

Les premiers contacts des enfants à l'école avec les mathématiques concernent les nombres et le calcul. On sait ce que sont les opérations élémentaires : addition, soustraction, multiplication et division. Un peu de terminologie : lorsque l'on effectue une addition, le résultat s'appelle la *somme* et chacun des éléments est un *terme*. Lorsque l'on effectue une multiplication, le résultat est un *produit* et chaque élément est un *facteur*.

Nous utiliserons les nombres appelés nombres réels, sans faire appel à leurs propriétés précises. Il faudra cependant savoir qu'un nombre peut être positif ou négatif. Les nombres négatifs servent à représenter des quantités qui sont plus petites que zéro, par exemple une température plus froide que zéro, ou un solde débiteur sur un compte bancaire.

La règle de calcul qu'il faudra avoir à l'esprit est celle qui concerne le signe d'un produit. Lorsque l'on multiplie entre eux deux nombres positifs, on obtient un nombre positif. Lorsqu'un produit fait intervenir des quantités négatives la règle est la suivante :

➤ produit d'un nombre négatif par un nombre positif : le résultat est négatif,

➤ produit de deux nombres négatifs : le résultat est positif.

Ces règles peuvent se résumer dans le tableau suivant :

signe du premier facteur	signe du 2 ^e facteur	signe du produit
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

Il est d'usage courant en mathématiques de représenter des quantités par des lettres. Cette pratique est sans doute la plus déroutante et contribue peut-être à détourner un certain nombre de personnes des mathématiques qui sont persuadées que « les mathématiques c'est trop abstrait je n'y comprends rien ». Notre point de vue est que, bien entendu certaines pratiques sont hors de portée des non spécialistes mais qu'un petit aperçu nécessitant quelques notions élémentaires est accessible à tout le monde. Et pour pouvoir avancer un peu il est beaucoup plus simple d'utiliser la facilité de notation consistant à utiliser des lettres. Voyons ci-dessous un exemple.

Les opérations élémentaires vérifient la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Cela signifie que par exemple

$$2 \times (5 + 3) = 2 \times 5 + 2 \times 3. \quad (1.1)$$

Cette propriété est « évidente » si on interprète ce qu'est une multiplication : j'ai 2 tas dans lesquels il y a 5+3 objets. Je peux ré-organiser mes objets en d'un côté 2 tas de 5 objets, et d'un autre côté 2 tas de 3 objets. Comme le nombre total d'objets n'a pas changé l'égalité ci-dessus numérotée (1.1) est vraie. On se rend compte en effectuant le même raisonnement que la propriété (1.1) doit être vraie si on remplace 5 et 3 par n'importe quels autres nombres. Et si on remplace 2 par n'importe quel autre nombre l'égalité est encore vraie. Il est impossible d'écrire toutes ces égalités car

il y a une quantité infinie de nombres. Pour écrire que l'égalité est valable pour tout nombre, on utilise une lettre pour noter ces nombres.

On écrira donc :

pour tous les nombres a, b, c l'égalité suivante est vraie :

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c. \quad (1.2)$$

Le cas particulier de l'égalité (1.1) ci-dessus correspond aux valeurs $a = 2, b = 5, c = 3$.

Il est d'usage lorsque l'on écrit des mathématiques de se référer à des équations écrites précédemment, cela est possible si on les indique par un numéro, ou par un nom par exemple celui de l'inventeur. Par exemple ici nous dirons que la propriété de distributivité est décrite par l'équation (1.2). De la même façon si on souhaite se référer à un résultat qui a été démontré on lui donne un nom ou un numéro, comme « le théorème de Pythagore », ou encore « le théorème 3.1 du chapitre 3 ».

Puissances, théorème, lemme

Le produit d'un nombre par lui-même s'appelle le *carré* de ce nombre. La terminologie vient du fait que cette quantité mesure la surface du carré dont le nombre est le côté. Par exemple le carré de 5 est $5 \times 5 = 25$. On note le carré d'un nombre avec un exposant 2 : le carré de 5 se notera 5^2 , et d'une manière générale le carré d'un nombre a se notera :

$$a^2 = a \times a.$$

Lorsque l'on multiplie une quantité par elle-même 3 fois on obtient le cube de la quantité, noté avec un exposant 3 :

$$a^3 = a \times a \times a.$$

En continuant de la même manière, on obtient la puissance n -ième d'une quantité en la multipliant par elle-même n fois, on la notera avec un exposant n :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

Nous avons vu que le produit de deux nombres positifs est positif, et qu'il en est de même du produit de deux nombres négatifs. On voit donc que, quel que soit le signe du nombre réel a , son carré est un nombre positif. Nous venons d'établir le résultat suivant :

La carré de tout nombre réel est un nombre positif.

Ceci est un résultat mathématique, issu d'un raisonnement. Le raisonnement qui a permis de l'établir est assez élémentaire : il nous a suffi de