

Objectif **CRPE** 2023

ÉPREUVE ÉCRITE

Maths

Épreuve écrite d'admissibilité

Tout pour réussir !

- ☒ Les notions essentielles
- ☒ Les méthodes clés
- ☒ 230 exercices d'entraînement
- ☒ Des sujets corrigés
-  **Le nouveau concours :**
descriptif et conseils



hachette
ÉDUCATION

Objectif CRPE 2023

Maths

Erik Kermorvant

Professeur agrégé de mathématiques
Formateur à l'INSPE de Bretagne, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés

Katia Odiot

Professeure agrégée de mathématiques
Formatrice à l'INSPE de Paris, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés

Joseph Sansonetti

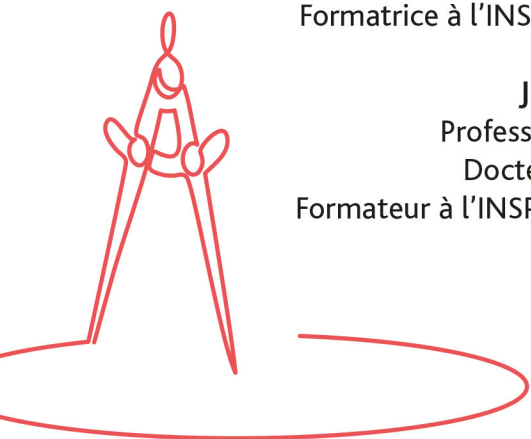
Professeur agrégé de mathématiques
Formateur à l'INSPE de Corse, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés

Emmanuelle Servat

Professeure agrégée de mathématiques
Formatrice à l'INSPE de Paris, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés

Jean-Christophe Tomasi

Professeur agrégé de mathématiques
Docteur en mathématiques pures
Formateur à l'INSPE de Corse, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés



hachette
ÉDUCATION

L'éditeur remercie Messieurs Julien Cuminetto et Laurent Bonnet, auteurs de la présentation du concours, pp. 8 à 15.

Les tutos pratiques (pp. 418-419 ; 428-431) ont été réalisés d'après les ouvrages de la collection de Maths Collège, Mission Indigo, Hachette Éducation.

© Scratch : pp. 32, 33, 36, 86, 92, 123, 124, 125, 128, 129, 192, 254, 261, 280, 283, 286, 289, 310, 316, 335, 337, 338, 377, 389, 396, 411, 420-427.

« Scratch est développé par le groupe Lifelong Kindergarten auprès du MIT Mediz Lab. Voir <http://scratch.mit.edu> »

Couverture : Stéphanie Benoit

Maquette intérieure : Manon Guérin

Mise en pages et schémas : Ma petite FaB – Laurent Grolleau

Édition : Sabine Mary

ISBN : 978-2-01-718618-2

© Hachette Livre 2022.

58, rue Jean Bleuzen, CS 70007, 92178 Vanves Cedex.

www.parascolaire.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

SOMMAIRE

Tout savoir sur le concours et l'épreuve écrite de mathématiques

① Les modalités du Concours de recrutement de professeurs des écoles (CRPE)	8
② Se préparer à devenir professeur des écoles	14
③ Descriptif de l'épreuve écrite de mathématiques et conseils de méthode	16

CHAPITRE 1. Arithmétique

Cours

► Diviseurs et multiples	18
► Division euclidienne	19
► Les nombres premiers	20
► Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers	22
► Déterminer l'ensemble des diviseurs d'un nombre	23
► Diviseurs communs, PGCD	24
► Multiples communs, PPCM	26
► Nombres premiers entre eux	28

Méthodes

① Savoir utiliser la division euclidienne	29
② Savoir utiliser l'outil PGCD	29
③ Savoir utiliser l'outil PPCM	30

Entraînement	31
--------------	----

Corrigés	35
----------	----

CHAPITRE 2. Systèmes de numération

Cours

► Analyse de notre système de numération décimal (base 10)	39
► Étude d'une numération positionnelle dans une autre base	41
► Étude d'une numération additive : la numération romaine	44

Méthodes

① Traduire en écriture mathématique un énoncé d'arithmétique avec le système de numération décimal	45
② Coder dans une autre base un nombre écrit dans le système de numération usuel (base 10)	45
③ Convertir en base 10 un nombre écrit dans une autre base	46

Entraînement	47
--------------	----

Corrigés	51
----------	----

CHAPITRE 3. Les ensembles de nombres

Cours

► Les entiers relatifs	57
► Les nombres rationnels	58
► Les nombres décimaux	61
► Les nombres réels	63

Méthodes

① Calculer avec des rationnels	66
② Comparer des rationnels	66
③ Reconnaître un nombre décimal	66

4 Calculer et comparer des racines carrées	67
5 Intercaler des décimaux	67
Entraînement	68
Corrigés	72

CHAPITRE 4. Calcul littéral

Cours

► Écritures littérales	77
► Calcul littéral	79
► Équations	82

Méthodes

1 Traduire un problème en équation et le résoudre	86
2 Manipuler des expressions algébriques	87
3 Résoudre une inéquation	88
4 Traduire et calculer littéralement	89
5 Manipuler des puissances	90

Entraînement	91
---------------------------	----

Corrigés	95
-----------------------	----

CHAPITRE 5. Géométrie plane

Cours

► Point, segment, droite, demi-droite	99
► Angles	102
► Cercle et disque	105
► Polygones	106
► Constructions géométriques à la règle et au compas	111

Méthodes

1 Raisonner à l'aide des angles	116
2 Construire un triangle à partir des longueurs de ses côtés ou des mesures de ses angles	117
3 Écrire et mettre en œuvre un protocole de construction à la règle et au compas	118
4 Reconnaître un quadrilatère particulier	119
5 Mener un raisonnement en utilisant les propriétés des figures	120

Entraînement	121
---------------------------	-----

Corrigés	126
-----------------------	-----

CHAPITRE 6. Théorème de Pythagore et trigonométrie

Cours

► Le théorème de Pythagore	131
► Lignes trigonométriques dans le triangle rectangle	133

Méthodes

1 Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur	137
2 Utiliser la contraposée du théorème de Pythagore pour montrer qu'un angle n'est pas droit	138
3 Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour montrer qu'un angle est droit	138
4 Utiliser sinus, cosinus et tangente pour calculer la mesure d'un angle	139
5 Utiliser les lignes trigonométriques pour calculer une longueur	139

Entraînement	140
---------------------------	-----

Corrigés	145
-----------------------	-----

CHAPITRE 7. Triangles égaux, semblables et théorème de Thalès

Cours

► Triangles égaux, triangles semblables	149
► Le théorème de Thalès.....	152

Méthodes

① Reconnaître les cas d'égalité des triangles et les triangles semblables.....	157
② Raisonner avec les triangles égaux et semblables	158
③ Calculer une longueur à l'aide des triangles semblables ou du théorème de Thalès.....	159
④ Montrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles	159
⑤ Utiliser le théorème des milieux ou sa réciproque.....	160
⑥ Appliquer le théorème de Thalès pour les constructions géométriques à la règle et au compas	161

Entraînement	163
---------------------------	-----

Corrigés	169
-----------------------	-----

CHAPITRE 8. Les transformations

Cours

► Les isométries	176
► Les homothéties.....	182

Méthodes

① Construire l'image d'une figure par une symétrie axiale	185
② Trouver l'axe de symétrie d'une figure.....	186
③ Construire l'image d'une figure par une symétrie centrale.....	186
④ Construire l'image d'une figure par une rotation	187
⑤ Construire l'image d'une figure par une translation	188
⑥ Construire l'image d'une figure par une homothétie	189
⑦ Utiliser une transformation pour démontrer	190

Entraînement	191
---------------------------	-----

Corrigés	196
-----------------------	-----

CHAPITRE 9. Géométrie dans l'espace

Cours

► Les solides	202
► Sections d'un solide par un plan.....	207
► Repérage dans le plan et dans l'espace	208
► Positions de droites et plans de l'espace	210

Méthodes

① Reconnaître des solides particuliers (prismes, pyramides)	213
② Construire une perspective cavalière d'un solide	214
③ Reconnaître le patron d'un polyèdre	214
④ Repérer un point dans un plan, dans l'espace	215
⑤ Repérer un point sur une sphère	216
⑥ Construire une section de cube.....	217

Entraînement	218
---------------------------	-----

Corrigés	224
-----------------------	-----

CHAPITRE 10. Longueur, aire, volume

Cours

► Définition d'une grandeur	232
► Longueur	232
► Aire	236
► Volume	242
► Périmètre, aire, volume et agrandissement/réduction	245

Méthodes

① Convertir pour comparer	247
② Calculer un périmètre	249
③ Calculer une aire et un volume	251

Entraînement	253
--------------------	-----

Corrigés	261
----------------	-----

CHAPITRE 11. Durée, masse, angle, grandeurs produits et grandeurs quotients

Cours

► Instant et durée	269
► Masse	272
► Les angles	274
► Grandeurs produits et grandeurs quotients	275
► Précisions sur l'utilisation des unités dans les calculs	275

Méthodes

① Calculer avec des heures, minutes et des heures décimales	276
② Calculer un volume, utiliser une masse volumique pour calculer une masse	277
③ Utiliser des angles (en degrés, minutes, secondes) pour calculer des distances	277

Entraînement	279
--------------------	-----

Corrigés	285
----------------	-----

CHAPITRE 12. Proportionnalité

Cours

► Grandeurs proportionnelles - Suites proportionnelles	292
► Notion de ratio	294
► Échelles	295
► Pourcentages	296
► Vitesse	298

Méthodes

① Reconnaître une situation relevant de la proportionnalité	300
② Calculer une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix	300
③ Comparer des proportions	302
④ Utiliser un ratio	303
⑤ Résoudre un problème de pourcentage	304
⑥ Résoudre un problème de vitesse	305

Entraînement	306
--------------------	-----

Corrigés	312
----------------	-----

CHAPITRE 13. Fonctions

Cours

► Définitions, vocabulaire	318
► Représentation graphique d'une fonction	319
► Cas particuliers des fonctions affines et linéaires	320

Méthodes

① Déterminer, à partir d'un mode de représentation, l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction.....	324
② Passer d'un mode de représentation à un autre : le cas d'une fonction affine	326
③ Modéliser une situation à l'aide de la représentation graphique d'une fonction	328
④ Résoudre un problème modélisé par des fonctions ; interpréter une intersection de courbes.....	330

Entraînement	332
---------------------------	-----

Corrigés	340
-----------------------	-----

CHAPITRE 14. Statistiques

Cours

► Vocabulaire	348
► Regroupement des observations	349
► Représentations graphiques	352
► Résumés numériques	358

Méthodes

① Comparer deux séries statistiques	362
② Exploiter les résumés numériques d'une série statistique	364

Entraînement	365
---------------------------	-----

Corrigés	370
-----------------------	-----

CHAPITRE 15. Probabilités

Cours

► Expérience aléatoire, événement	376
► Notion de probabilité	376

Méthodes

① Calculer la probabilité d'un événement	383
② Résoudre un problème d'expérience aléatoire à plusieurs épreuves en utilisant un arbre de choix pondérés....	383

Entraînement	387
---------------------------	-----

Corrigés	393
-----------------------	-----



Sujets du CRPE corrigés

SUJET 1	401	SUJET 2	411
----------------------	-----	----------------------	-----



Les tutos pratiques

► Les calculatrices TI et Casio	418
► Le logiciel Scratch	420
► Un tableur	428
► Un logiciel de géométrie dynamique	430

Tout savoir sur le concours et l'épreuve écrite de mathématiques

1 Les modalités du Concours de recrutement de professeurs des écoles (CRPE)

Conditions d'inscription pour le concours externe

À compter de la session 2022, **seuls les étudiants inscrits en 2nde année de master ou les candidats déjà titulaires d'un master** pourront se présenter au concours externe de recrutement des professeurs. Les étudiants en M1 à la rentrée de septembre 2021 ne pourront donc pas présenter le concours en 2022. Ils devront attendre la session suivante, lorsqu'ils seront inscrits en M2.

Faut-il détenir un master spécifique pour s'inscrire au concours externe rénové ?

Non. Le métier de professeur n'est pas une profession réglementée. L'inscription au concours est conditionnée à la détention d'un niveau de diplôme (master 2), pas à celle d'un titre spécifique.

Faudra-t-il présenter certaines attestations comme un brevet de secourisme ?

Ces informations sont disponibles sur les sites académiques détaillant l'organisation des épreuves.

Qu'en est-il des candidats en situation de handicap ?

Les candidats en situation de handicap peuvent solliciter un aménagement des conditions de concours en adressant leur demande à l'un des médecins désignés par la Commission des droits et de l'autonomie des personnes handicapées (CDAPH) territorialement compétente. La demande doit être formulée, au plus tard, à la date limite d'inscription au concours concerné, sauf dans le cas où le handicap est découvert après cette échéance ou si les besoins liés au handicap ont évolué. Le médecin rend un avis qui est adressé à l'autorité administrative compétente pour ouvrir et organiser le concours, dans lequel il propose des aménagements. L'autorité administrative décide, ensuite, des aménagements accordés et notifie sa décision au (à la) candidat(e). **Voir la circulaire n° 2015-127 du 3 août 2015.**

Se préparer au concours

Le master MEEF des INSPE

► Pour devenir professeurs des écoles, les étudiants ayant validé une licence peuvent candidater auprès d'un INSPE (Institut national supérieur du professorat et de l'éducation) pour suivre la formation du **master MEEF** (Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation). Ce master oriente ses enseignements sur la préparation au concours et dispense une **formation universitaire professionnalisante**, fondée sur une articulation entre le théorique et la pratique, à partir d'expériences et de **stages en milieu professionnel**. L'ensemble du parcours de formation comprend des activités diversifiées correspondant à 800 h d'enseignement et d'encadrement pédagogique, hors stage, par étudiant (annexes de l'arrêté du 27 août 2013 fixant le cadre national des formations dispensées au sein des masters MEEF, modifié par l'arrêté du 24 juillet 2020).

► Dans le cadre des MEEF, les étudiants peuvent être recrutés par le rectorat en qualité d'**alternants en école** (le plus souvent, en M2) et donc placés en responsabilité devant des élèves, avec un temps de service correspondant à un tiers de l'obligation réglementaire de service annuelle (cela équivaut à une journée en classe par semaine). Ce temps de service pouvant être réparti sur les différents semestres du master, sa bonne articulation avec les temps de formation à l'INSPE doit favoriser la réussite des étudiants au concours.

► Cette formation en alternance, particulièrement ambitieuse, varie en fonction des INSPE. Si celle-ci vous intéresse, vous pouvez participer à des journées « portes ouvertes » ou prendre contact avec le responsable du master.

L'alternance à l'INSPE est-elle rémunérée ?

L'alternance des étudiants en M2 repose sur un contrat de travail, avec une rémunération mensuelle autour de 720 € nets (en 2021). Celle-ci est cumulable avec la bourse, si l'étudiant en bénéficie. Les étudiants ne sont pas obligés d'être alternants en 2^e année de master. Ils doivent alors réaliser 2 jours de stage par semaine, pendant 18 semaines, soit 216 heures.

Plus d'informations sur le site www.devenirenseignant.gouv.fr.

Les formations privées

De nombreux organismes privés proposent des formations payantes et un accompagnement annuel à la carte (concours blancs corrigés, remises à niveau, accompagnement individualisé, etc.). Ces formations permettent à certains candidats de bénéficier d'un accompagnement important, tout en poursuivant une activité professionnelle.

En candidat libre

C'est la solution qui vous permet de réviser à votre rythme et en fonction de vos disponibilités professionnelles et/ou familiales. Vous ne pourrez, cependant, compter que sur vous-même et sur vos propres lectures pour réussir le concours.

Un concours académique

► Le **choix de l'académie** au moment de l'inscription au CRPE est très important : les admis seront affectés dans une école de l'académie où ils ont réussi le concours. **L'admission dans une académie ne vaut donc pas admission dans les autres.** Pour changer d'académie, vous devrez faire une demande de mutation. Or, pour que celle-ci soit acceptée, il faut, souvent, attendre plusieurs années.

► Les académies précisent, toujours, les dates des épreuves et leurs modalités pratiques sur leur site Internet.

Nombre de postes par académie

Les **taux d'admission** sont très différents d'une académie à l'autre. Cela dépend de plusieurs facteurs, dont le nombre de candidats, les besoins en postes dans l'académie ou encore le nombre d'habitants.

Le contenu des épreuves du concours externe

► Les épreuves des concours de recrutement de professeurs des écoles sont précisées en annexes de l'arrêté du 25 janvier 2021 fixant les modalités d'organisation du concours externe, du concours externe spécial, du second concours interne, du second concours interne spécial et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles.

Les épreuves écrites d'admissibilité

- **3 épreuves d'admissibilité** sont organisées à l'écrit :
 - une épreuve écrite de **français** ;
 - une épreuve écrite de **mathématiques** (voir le descriptif complet p. 16) ;
 - une épreuve écrite d'**application**.
- L'épreuve d'application est à choisir parmi 3 domaines :
 - Histoire, Géographie, Enseignement moral et civique (EMC) ;
 - Arts ;
 - Sciences et Technologie.
- En Histoire/Géographie/EMC et en Arts, 2 composantes seront au programme (par exemple, Histoire/EMC pour le domaine de l'Histoire, Géographie, EMC et Histoire des arts/Éducation musicale pour le domaine des Arts), comme l'évoque le BO : « *Au titre d'une session, la commission nationale compétente [...] détermine deux composantes parmi les trois enseignements.* »

Épreuves d'admissibilité	Durée	Note
Français	3 h	sur 20 (coeff. 1)
Mathématiques	3 h	sur 20 (coeff. 1)
Application	3 h	sur 20 (coeff. 1)

► Les copies des épreuves écrites d'admissibilité des candidats sont anonymisées avant d'être soumises à une double correction. À l'issue de celle-ci, le jury fixe, après délibération, la **liste des candidats admis à passer les épreuves d'admission**. En cas d'échec, vous pouvez vous rapprocher du rectorat pour demander vos copies, afin d'en analyser les erreurs.

Les épreuves orales d'admission

- **2 épreuves d'admission** sont organisées à l'oral :
 - **une épreuve de leçon** : elle porte, successivement, sur le français et les mathématiques. Elle a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire, dans chacune de ces matières, à partir d'un dossier, fourni par le jury, comportant au plus 4 documents de nature variée (supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes...). Elle vise à apprécier votre maîtrise disciplinaire et vos compétences pédagogiques ;
 - **une épreuve d'entretien** : une 1^{re} partie est consacrée à l'éducation physique et sportive, intégrant la connaissance scientifique du développement et la psychologie de l'enfant (à partir d'un sujet fourni par le jury, proposant un contexte d'enseignement et un objectif d'acquisition pour la séance, vous devez proposer une situation d'apprentissage) ; et une 2^{de} partie porte sur votre motivation et votre aptitude à vous projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'Éducation.

Épreuves d'admission	Temps de préparation	Temps d'examen
Épreuve de leçon (coeff. 4)	2 h	• Français (noté sur 10) : 30 min
		• Mathématiques (noté sur 10) : 30 min (exposé : 10-15 min / entretien : 15-20 min)
Épreuve d'entretien (coeff. 2)	30 min	• 1 ^{re} partie (noté sur 10) : 30 min (exposé : 15 min au maximum / entretien : 15 min au minimum)
		• 2 ^{de} partie (noté sur 10) : 35 min

Remarques générales

- Toutes les épreuves sont notées sur 20. Toute note inférieure ou égale à 5 sur 20 est éliminatoire. La note 0 obtenue à l'une des 2 parties de l'épreuve d'admission est éliminatoire.
- Les candidats admissibles qui en ont fait la demande au moment de leur inscription peuvent passer une **épreuve facultative de langue vivante étrangère** : allemand, anglais, espagnol ou italien. L'épreuve est notée sur 20. Seuls les points obtenus au-dessus de 10 sont pris en compte pour l'admission des candidats à l'issue des épreuves.
- Dans le concours externe spécial de recrutement de professeurs des écoles chargés d'un enseignement de et en langue régionale, les épreuves écrites et orales sont les mêmes. Le (La) candidat(e) aura, en plus, une épreuve écrite en langue régionale, ainsi qu'une épreuve orale de langue régionale.
- À l'issue des épreuves d'admission et après délibération, le jury, en fonction du nombre total de points que les candidats ont obtenus à l'ensemble des 2 séries d'épreuves (écrit + oral) et dans la limite des places mises au concours, fixe, par ordre de mérite, la **liste des candidats sur la liste principale**. Il peut établir, dans le même ordre, **une liste complémentaire**.

À SAVOIR

Pour les candidats admissibles, les points capitalisés à l'écrit ne peuvent suffire à obtenir le CRPE. La différence se fait à l'oral, et notamment sur les compétences pédagogiques du (de la) candidat(e).

Conseils pour réussir le concours

Organisez-vous pour travailler efficacement

- Se préparer à un concours de recrutement de l'Éducation nationale est **un marathon**. Pour tenir le rythme et assimiler au mieux les expériences et les savoirs, il faut commencer à travailler le plus tôt possible !
- Si vous êtes en M1 et inscrit(e) en MEEF, préparez-vous un plan de travail dès cette 1^{re} année de master. N'hésitez pas à aller observer des oraux (ouverts au public dans certaines académies) au moment des épreuves d'admission : cela vous permettra de vous projeter et de visualiser concrètement le déroulement des épreuves, les questions possibles, etc.
- Si vous êtes en M2, commencez vos révisions dès le début de l'été ! D'autant que, si vous suivez la formation à l'INSPE, **vous aurez des échéances importantes à tenir en plus de votre concours** (stages en alternance, mémoire professionnel, etc.).

- ▶ Avec un rythme régulier et précoce, vous appréhendez les apprentissages plus sereinement ! Planifiez donc vos révisions en vous fixant des objectifs raisonnables sur **un emploi du temps mensuel, voire annuel**, qui mélange le personnel et le scolaire, et que vous pourrez faire évoluer au fil des semaines. C'est le meilleur outil pour savoir où vous en êtes.
- ▶ Constituez-vous des **fiches de révision** par type d'épreuve (écrit français, écrit mathématiques, écrit H-G/EMC, etc.).
- ▶ **L'oral ne peut se réussir qu'en le préparant dès le début de l'année.** Des révisions régulières vous permettront de consolider vos connaissances et d'appréhender plus efficacement les enjeux didactiques et pédagogiques des mathématiques et du français. Dans le même esprit, un travail très anticipé sur l'épreuve d'entretien permettra de laisser mûrir votre réflexion et votre projet professionnel.

Coopérez et mutualisez vos travaux avec un petit groupe de candidats

- ▶ Réussir un concours aussi exigeant tout(e) seul(e) est très difficile. Essayez de constituer **un trinôme ou un binôme de travail** sur lequel vous pourrez vous appuyer dans les moments difficiles. Constituez votre groupe en fonction de vos compétences. Il est, par exemple, plus stratégique de travailler avec des étudiants qui se débrouillent bien en mathématiques si vous avez des lacunes dans cette discipline. De la même façon, optez pour un groupe avec des étudiants qui travailleront la même discipline que vous pour l'épreuve écrite d'application, si vous êtes sûr(e) de votre choix. Enfin, entraînez-vous à plusieurs sur des sujets zéro ou des concours blancs tout au long de l'année et mutualisez vos travaux.
- ▶ Dans le cadre de votre formation à l'INSPE ou dans d'autres types de formations privées, vous pouvez, très rapidement, commencer à repérer d'autres étudiants qui ont le même profil que vous mais avec des **compétences complémentaires**.
- ▶ N'hésitez pas à vous rapprocher de vos formateurs ou bien de professeurs du 1^{er} degré, qui partageront avec vous leurs expériences. Ce lien peut vous permettre de **construire une culture du métier** indispensable pour discuter efficacement des problématiques posées durant les épreuves.

Découvrez ce qu'est un élève

- ▶ Cela peut paraître évident, mais avez-vous déjà vu des élèves de maternelle ? Avez-vous déjà observé des élèves en train de faire des mathématiques en CM1 ?
- ▶ **L'élève est le sujet central du concours.** Le système éducatif est construit pour tâcher de le faire réussir, et il ne doit pas être un angle mort de vos révisions. La nouvelle mouture du CRPE est portée sur les enjeux didactiques et pédagogiques. La plupart des questions qui vous seront posées – à l'écrit comme à l'oral – vous amèneront à imaginer des situations pour faire travailler efficacement les élèves, leur faire acquérir des apprentissages, les faire progresser, etc.
- ▶ Si vous êtes inscrit(e) dans la formation à l'INSPE, **tirez parti le plus possible de vos stages, que vous soyez en observation ou en alternance.** Faites-vous des fiches thématiques avec des exemples concrets observés ou éprouvés, qui vous permettront d'illustrer vos propos lors des oraux et de mettre en perspective vos connaissances théoriques (l'école inclusive, l'évaluation, les valeurs de la République...).

Adoptez une posture réflexive

► **Le professeur est un « praticien réflexif »** (Philippe Perrenoud), c'est-à-dire qu'il réfléchit pour concevoir et mettre en œuvre son enseignement, élabore des stratégies pour remédier aux problématiques rencontrées face aux élèves. Cette posture, vous ne pouvez, bien sûr, pas encore l'incarner, mais vous pouvez parfaitement commencer à l'appréhender en vous posant des questions de manière systématique, face aux différents enjeux scientifiques, didactiques et pédagogiques rencontrés. Les épreuves d'oral vous demandent, en effet, d'adopter une posture réflexive, d'être ouvert(e) au questionnement, d'imaginer des solutions face aux études de cas proposées, de réfléchir à voix haute à propos des enjeux du métier de professeur.

► Tâchez aussi de **suivre l'actualité du système éducatif** dès que possible et tout au long de votre année de concours. Faites-vous des fiches à propos des grands débats scolaires ou disciplinaires (la question de la mémoire en histoire, la laïcité à l'école en EMC, le développement durable en géographie, par exemple). Il ne s'agit pas d'être un expert de toutes les réformes qui doivent intervenir dans le système éducatif, mais de connaître celles qui, dès la rentrée suivante, auront un impact sur votre enseignement.

Luttez sans relâche contre le stress !

► **Adoptez une bonne hygiène de vie** pendant votre année de concours. Cela passe par une alimentation équilibrée : évitez les aliments trop gras et trop lourds qui vous empêcheront de dormir correctement ; évitez aussi les nuits blanches, qui vous donneront l'impression d'avancer dans vos révisions mais qui diminueront la faculté de votre cerveau à retenir toutes les informations.

► Des études scientifiques ont prouvé, depuis longtemps, que **le cerveau a besoin de se reposer régulièrement pour être au maximum de ses capacités**. Le seul moyen de le ménager est de dormir ou se relaxer, en lisant un livre, en jouant modérément aux jeux vidéo, en allant se promener, en faisant du sport, etc. Le sommeil permet de régénérer les cellules du cerveau et de réorganiser ses pensées : en cas de fatigue prononcée, adoptez la micro-sieste de 15-20 min !

► **Ne vous coupez pas du monde !** Si vous organisez correctement vos révisions, vous pourrez profiter de vos proches, de vos amis, et sortir de chez vous. Accordez-vous des récompenses quand vous êtes satisfait(e) de votre travail !

2 Se préparer à devenir professeur des écoles

Après le concours : être stagiaire dans son académie

- ▶ Avec la réforme du concours, les fonctionnaires stagiaires ne cumulent plus ce statut avec celui d'étudiant et peuvent donc se consacrer pleinement à leur formation initiale statutaire. Celle-ci pourra être adaptée en fonction du profil du stagiaire : le type de master obtenu, la formation reçue en alternance, etc.
- ▶ Les dispositions statutaires applicables aux professeurs stagiaires prévoient que la formation initiale est organisée, dans le cadre des orientations définies par l'État, par un établissement d'enseignement supérieur. Les INSPE en sont les opérateurs. **La formation initiale des stagiaires dépendra de leur parcours avant le concours.**
- ▶ Les lauréats du concours externe n'ayant pas suivi le master MEEF exerceront à mi-temps à l'école et seront en formation à l'INSPE l'autre moitié du temps. Ceux issus d'un master MEEF exerceront, quant à eux, à temps plein dès leur nomination et bénéficieront de décharges adaptées à leur parcours. Ces dernières leur permettront de suivre, autant que nécessaire, des modules de formation à l'INSPE ou en circonscription.
- ▶ Les stagiaires, quel que soit leur parcours préalable, feront l'objet d'un suivi et d'une attention particulière des **inspecteurs de l'Éducation nationale (IEN)** chargés de la circonscription de leur stage.

L'école et ses responsabilités

- ▶ Une fois leur concours acquis, les professeurs stagiaires peuvent être intégrés dans n'importe quel niveau de classe, de la Petite Section au CM2. Cependant, le CP, classe sensible à cause de l'apprentissage de l'écriture et de la lecture, est rarement attribué. Les professeurs sont, parfois, placés en stage dans des doubles niveaux (MS/GS, CP/CE1, CE2/CM1, etc.).
- ▶ Dès leur stage, les professeurs des écoles exercent 3 types de responsabilités :
 - **Une responsabilité morale** : vous êtes responsable d'un groupe d'élèves que des parents vous ont confiés.
 - **Une responsabilité civile** : elle vise à réparer les dommages que vous provoqueriez par votre fait ou par non-respect de règles que vous auriez dû suivre (un élève qui se blesse sous votre surveillance).
 - **Une responsabilité pénale** : elle vous oblige à répondre des infractions que vous commettriez et de subir la peine prévue par les textes de loi (problèmes de mœurs ou actes physiques commis à l'encontre d'un élève, par exemple).

Le métier de professeur des écoles

- ▶ Le professeur des écoles doit maîtriser un certain nombre de compétences professionnelles pour exercer son métier. Le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation a été publié dans le *BO* du 25 juillet 2013.
- ▶ Ce référentiel de compétences a plusieurs objectifs :
 - affirmer que tous les personnels concourent à des **objectifs communs** et peuvent se référer à la **culture commune de leur profession** ;

- reconnaître la **spécificité des métiers** du professorat et de l'éducation, dans leur contexte d'exercice ;
 - identifier les **compétences professionnelles attendues**. Celles-ci s'acquièrent et s'approfondissent dès la formation initiale, puis se poursuivent tout au long de la carrière par l'expérience professionnelle et l'apport de la formation continue.
- Une des particularités du professeur des écoles est sa **polyvalence**. Il enseigne, en effet, plusieurs disciplines et peut les croiser pour tâcher de donner plus de sens aux enjeux du programme (le développement durable s'enseigne, par exemple, en sciences, en géographie ou en EMC).

Spécialisations et perspectives de carrière

- Il est possible d'évoluer dans sa mission et son poste, à travers une nouvelle affectation :
- en changeant de niveau de scolarité ;
 - en obtenant une mutation dans une autre école ;
 - en enseignant à l'étranger.
- En obtenant une qualification supplémentaire, le ou la professeur des écoles peut devenir :
- directeur(trice) d'école ;
 - professeur(e) des écoles maître-formateur (PEMF) ;
 - conseiller(ère) pédagogique ;
 - enseignant(e) spécialisé(e) ;
 - maître(esse) d'accueil temporaire (MAT).
- Grâce aux concours ouverts aux enseignants, le ou la professeur des écoles peut également changer d'activité et devenir :
- psychologue de l'Éducation nationale (PsyEN) ;
 - inspecteur(trice) de l'Éducation nationale chargé(e) d'une circonscription du 1^{er} degré (IEN CCPD) ;
 - enseignant(e) au collège ;
 - enseignant(e) au lycée ;
 - chef d'établissement.

3

Descriptif de l'épreuve écrite de mathématiques et conseils de méthode

Descriptif de l'épreuve

- ▶ L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat. Le sujet zéro fourni par le ministère rassemble cinq exercices, dont le plus long s'apparente à un problème.
- ▶ L'épreuve est notée sur 20. Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.
- ▶ Durée : trois heures ; coefficient 1.

Programme de l'épreuve

Le programme de l'épreuve est constitué du programme en vigueur de mathématiques du cycle 4 (fin de Troisième) complété de la partie « Nombres et calculs » du programme de mathématiques de Seconde générale et technologique.

L'ouvrage que vous tenez entre les mains a été conçu pour vous aider dans votre préparation au concours : le **cours**, relativement bref, traite l'intégralité du programme, chaque définition ou propriété est illustrée par un **exemple** ; les **méthodes de résolution** sont explicitées et suivies d'une série d'**exercices** de difficulté progressive, tous entièrement **corrigés**.

Voici donc un outil complet et accessible dont il faut vous emparer au plus vite ! Les apprentissages mathématiques exigent en effet du temps si on veut à la fois comprendre les notions en jeu et posséder une certaine dextérité dans leur mise en œuvre.

Se préparer au concours tout au long de l'année

Même si – notamment – la notion de mesure suppose une certaine familiarité avec les nombres et la géométrie, vous n'êtes pas tenu de lire les chapitres les uns après les autres. Au contraire, pratiquer les mathématiques, c'est repérer des points communs entre des situations à première vue différentes, en ramenant, par exemple, un problème géométrique à une résolution d'équation ou bien en s'aidant d'une figure pour effectuer un dénombrement. Or, créer de tels liens requiert une fréquentation que quelques mois de travail suffiront à retrouver à partir de vos souvenirs scolaires, à condition d'étudier attentivement le cours et de chercher la solution des exercices proposés.

- ▶ **Commencez donc par le chapitre qui vous tente**, lisez les quelques pages de cours puis les méthodes détaillées et testez-vous à l'aide des dix questions du QCM. Si vous n'avez pas de difficultés, passez à la partie Échauffement, sinon revenez au cours pour analyser les éléments qui vous ont gêné, et reprenez ensuite la partie Entraînement.
- ▶ **N'hésitez pas à multiplier ces allers-retours entre théorie et pratique**, en cherchant à résoudre les exercices dans l'ordre croissant de leur difficulté. Chaque thème sera ainsi un centre autour duquel vous tournerez en spirale.
- ▶ **Traitez les exercices les plus longs** et les plus complexes du chapitre choisi de manière à avoir un réel avant-goût de l'épreuve du concours.

- **Progressivement, la lecture des corrigés vous aidera à rédiger vos réponses**, car il ne s'agit pas seulement de trouver une solution mais de l'expliquer, c'est-à-dire de convaincre votre lecteur, en partant des hypothèses de l'énoncé – les données – et en cherchant à prouver le résultat visé à l'aide d'outils répertoriés : propriétés, théorèmes, algorithmes.
- Enfin, lorsque vous aurez étudié, au moins partiellement, tous les chapitres du livre, **consacrez-vous aux Sujets de concours** ! Et bien sûr ne craignez pas de faire marche arrière...

Être efficace pendant l'épreuve



LE MATÉRIEL LE JOUR J

Le jour de l'épreuve, vous devez apporter votre matériel, du crayon à la calculatrice, sans oublier une montre car le téléphone n'est pas autorisé pendant l'épreuve...

- **Lisez en diagonale l'énoncé** de manière à repérer les domaines mathématiques des exercices les plus courts : probabilité, statistiques, géométrie, arithmétique, algorithmique, etc. **Cela vous permettra de traiter prioritairement ceux qui appartiennent aux champs que vous maîtrisez le mieux.**
- **L'exercice le plus long s'apparente à un problème** dans lequel vous retrouverez des domaines divers : nombres, calculs, grandeurs, logiciels... En général la difficulté est progressive, au moins dans chaque partie ; vous pouvez donc l'aborder en premier.
- **La gestion du temps** est essentielle pour réussir l'épreuve : nous avons donc mentionné des indications de durée dans les exercices d'entraînement et vous devez apprendre progressivement à en tenir compte. Essayez de ne pas passer plus de cinq ou dix minutes sur une même question si vous n'avez aucune idée de la méthode à mettre en œuvre, quitte à admettre explicitement le résultat demandé pour pouvoir traiter le reste de l'exercice. Vous pourrez éventuellement y revenir après avoir résolu l'un ou l'autre des exercices du sujet. Inversement ne consacrez pas plus de temps que nécessaire à une question que vous savez traiter : restez concis et précis.
- **Effectuez vos recherches au brouillon et rédigez ensuite proprement les réponses**, question par question, ou bien exercice par exercice, en mettant en évidence l'enchaînement logique des arguments qui permet de passer des données de l'énoncé à la conclusion visée.
- **Reprenez la formulation de la question à laquelle vous répondez** : *Montrons que le nombre N est pair ; Prouvons que le quadrilatère $ABCD$ est un carré...* Cela rendra la lecture de votre copie plus agréable et permettra de mieux s'y repérer.
- **Prêtez une grande attention à la langue** : vocabulaire, syntaxe, argumentation, car il s'agit de résoudre des problèmes de mathématiques mais aussi de montrer votre capacité à enseigner, donc vos qualités d'expression et de raisonnement. Soignez votre écriture et n'utilisez le langage mathématique qu'à bon escient, c'est-à-dire en respectant les conventions et sans abuser des symboles. Relisez votre copie et vérifiez que les exercices et les réponses sont bien numérotés.
- **Réalisez les figures sur des intercalaires individuels** de manière à les conserver sous les yeux pendant que vous rédigez vos réponses et de façon à ne pas être obligé de les refaire en cas d'erreur. Pour les mêmes raisons, il vaut mieux traiter chaque exercice sur une feuille séparée, vous pourrez ainsi y revenir si vous butez sur une question et reprendre votre travail. Enfin, n'oubliez pas que l'épreuve est conçue pour qu'un candidat bien préparé puisse montrer l'étendue de ses connaissances et de ses capacités ! Vous aurez par conséquent toutes les raisons de l'aborder en confiance si vous suivez les conseils précédents et la progression proposée dans l'ouvrage.

L'arithmétique est l'étude des nombres et des opérations.

Ce chapitre concerne l'arithmétique élémentaire des nombres entiers naturels. Quand les lettres $a, b, c, d, D, k, n, N, q, r, \dots$ désignent des nombres, ce sont donc toujours des entiers naturels.

A Diviseurs et multiples

1. Définitions

Exemple 1

Sachant que $30 = 6 \times 5$, on peut dire que 6 est un **diviseur** de 30 (ou que 6 divise 30) ; on peut dire aussi que 30 est un **multiple** de 6.

DÉFINITIONS

Sachant que $n = a \times k$ (avec $a > 0$), on peut dire que a est un **diviseur** de n (ou que a divise n) ; on peut dire aussi que n est un **multiple** de a .

Remarques :

- Sachant que pour tout entier naturel n , on a : $n = 1 \times n = n \times 1$, on peut dire que 1 est diviseur de tout entier naturel et que tout entier naturel est diviseur de lui-même.
- Sachant que pour tout entier naturel n , on a : $0 = n \times 0$, on peut dire que tout entier naturel n est diviseur de 0.

2. Critères de divisibilité d'un nombre entier naturel

Si on ne dispose pas d'une calculatrice, la division peut s'avérer fastidieuse. Il est donc nécessaire de mémoriser des critères pratiques qui permettent de savoir rapidement si un nombre entier naturel est divisible par 2, 3, 5, 9 ou 10, sans même connaître l'égalité du type $n = a \times k$.

Divisibilité par	Critère de divisibilité d'un nombre entier naturel
2	Il faut et il suffit que le chiffre des unités du nombre soit pair, c'est-à-dire qu'il se termine par 0, 2, 4, 6, ou 8. Ex. : 30, 12, 154, 96, 178 sont divisibles par 2.
3	Il faut et il suffit que la somme des chiffres qui forment le nombre soit divisible par 3. Ex. : 117 est divisible par 3 ($1 + 1 + 7 = 9$ et 9 est divisible par 3).
5	Il faut et il suffit que le chiffre des unités du nombre soit 5 ou 0. Ex. : 30, 55, 115 sont divisibles par 5.
9	Il faut et il suffit que la somme des chiffres du nombre soit divisible par 9. Ex. : 198 est divisible par 9 ($1 + 9 + 8 = 18$; $1 + 8 = 9$ et 9 est divisible par 9).
10	Il faut et il suffit que le chiffre des unités du nombre soit 0.

MÉTHODE 1.
p. 29**B Division euclidienne****1. Écriture de la division euclidienne****Exemple 2**

Avec 15 jetons, combien peut-on faire, au maximum, de paquets complets de 6 jetons et combien reste-t-il de jetons isolés ?

On peut résoudre ce problème grâce à l'égalité : $15 = 6 \times 2 + 3$.

On peut donc faire 2 paquets et il reste 3 jetons isolés avec lesquels on ne peut pas faire un autre paquet car : $3 < 6$.

On a effectué la division euclidienne de 15 par 6.

15 est le dividende. 6 est le diviseur.

2 est le quotient. 3 est le reste.

Attention : il faut toujours s'assurer que : $0 \leq \text{reste} < \text{diviseur}$.

Ici, on a bien $0 \leq 3 < 6$.

DÉFINITIONS

Soit a et b deux entiers naturels ($b \neq 0$), la **division euclidienne** est l'opération par laquelle on associe à a et b , les entiers naturels q et r tels que :

$$a = b \times q + r \text{ avec } 0 \leq r < b.$$

a est le **dividende**. b est le **diviseur**.

q est le **quotient**. r est le **reste**.

Remarque : Si l'on veut effectuer la division euclidienne de 32 par 6, l'égalité : $32 = 6 \times 4 + 8$, bien que juste, ne permet de déterminer ni le quotient ni le reste car $8 > 6$ (on peut faire ici un paquet de plus).

On va donc extraire un paquet de 6 de 8 en remplaçant dans l'égalité 8 par $6 + 2$: $32 = 6 \times 4 + 8 = 6 \times 4 + 6 + 2 = 6 \times 5 + 2$.

$32 = 6 \times 5 + 2$ est bien l'écriture de la division euclidienne car $2 < 6$.

Le quotient est donc 5 et le reste 2.

Attention !

- Il faut toujours vérifier que : $0 \leq r < b$, sinon la division euclidienne n'est pas effectuée bien que l'égalité puisse être juste.
- Ne pas confondre le diviseur et le quotient.

2. Encadrement avec la division euclidienne**Exemple 3**

Dans la division euclidienne de 34 par 4, on trouve 8 et 2 tels que $34 = 4 \times 8 + 2$ et on a bien :

$$4 \times 8 \leq 34 < 4 \times (8 + 1) \text{ soit : } 32 \leq 34 < 36.$$

On a ainsi encadré 34 entre deux multiples consécutifs de 4.

Quand on effectue la division euclidienne de a par b ($b \neq 0$), on détermine q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $0 \leq r < b$.

En ajoutant $b \times q$ à chaque membre de cette double inégalité, on obtient :

$$b \times q + 0 \leq b \times q + r < b \times q + b, \text{ soit :}$$

$$b \times q \leq a < b \times (q + 1).$$

Ainsi, trouver le quotient de la division euclidienne de a par b , c'est situer a entre deux multiples consécutifs de b .