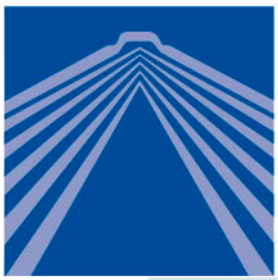
2.ª edición

Matemáticas financieras

Juan García Boza
(Coord.)





PIRÁMIDE

2.ª edición

Matemáticas financieras

Coordinador
JUAN GARCÍA BOZA
CATEDRÁTICO DE ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD
DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

ALICIA DÉNIZ TADEO
LOURDES JORDÁN SALES
PROFESORAS TITULARES DE ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD
DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

ROSA MARÍA CÁCERES APOLINARIO
OCTAVIO MAROTO SANTANA
YAIZA GARCÍA PADRÓN
PROFESORES DOCTORES DE ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD
DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

2.ª edición

Matemáticas financieras

EDICIONES PIRÁMIDE

COLECCIÓN «ECONOMÍA Y EMPRESA»

Director:
Miguel Santesmases Mestre
Catedrático de la Universidad de Alcalá

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Juan García Boza (Coord.), 2017
© Segunda edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2017
Para cualquier información pueden dirigirse a piramide_legal@anaya.es
Juan Ignacio Luca de Tena, 15. 28027 Madrid
Teléfono: 91 393 89 89
www.edicionespiramide.es
ISBN digital: 978-84-368-3859-6

Índice

Prólogo 15

PARTE PRIMERA
Fundamentos

1. Conceptos básicos (I) 21

1.1. Capital financiero 22
1.2. Comparación y equivalencia de capitales financieros 26
1.3. Leyes financieras: concepto y propiedades 31
1.4. Suma financiera 32
1.5. Ejercicios y problemas resueltos 36
1.6. Ejercicios y problemas propuestos .....

2. Conceptos básicos (II) 39

2.1. Operaciones financieras: concepto y características 40
2.2. Clasificación de las operaciones financieras 43
2.3. Postulado de equivalencia financiera 44
2.4. Saldo financiero 46
2.5. Ejercicios y problemas resueltos 53
2.6. Ejercicios y problemas propuestos 58

3. Magnitudes financieras 61

3.1. Introducción 62
3.2. Factores, réditos y tantos en leyes de capitalización 62

© Ediciones Pirámide

3.3. Factores, réditos y tantos en leyes de descuento 70
3.4. El precio financiero 74
3.5. Ejercicios y problemas resueltos 80
3.6. Ejercicios y problemas propuestos 84

4. Sistemas financieros clásicos de capitalización y de descuento 85

4.1. Introducción 86
4.2. Sistema financiero de capitalización simple 87
4.2.1. Concepto y ecuación de equivalencia financiera 87
4.2.2. Magnitudes derivadas 89
4.2.3. Tantos equivalentes 91
4.2.4. Capitalización con intereses anticipados 93
4.3. Sistema financiero de capitalización compuesta 94
4.3.1. Concepto y ecuación de equivalencia financiera 94
4.3.2. Magnitudes derivadas 98
4.3.3. Tantos equivalentes 100
4.3.4. Capitalización fraccionada y capitalización continua 104
4.3.5. Capitalización con intereses anticipados 107
4.4. Sistema financiero de descuento simple comercial 108
4.4.1. Concepto y ecuación de equivalencia financiera 108
4.4.2. Magnitudes derivadas 111
4.4.3. Tantos equivalentes 112
4.5. Ejercicios y problemas resueltos 113
4.6. Ejercicios y problemas propuestos 117

PARTE SEGUNDA
Rentas financieras

5. Rentas financieras 123

5.1. Concepto 124
5.2. Valor capital o financiero de una renta 125
5.3. Clasificación de las rentas financieras 128
5.4. Ejercicios y problemas resueltos 130
5.5. Ejercicios y problemas propuestos 133

6. Valoración de rentas financieras (I) 135

6.1. Valoración de las rentas inmediatas temporales 136
6.1.1. Renta temporal, inmediata y pospagable 136
6.1.2. Renta temporal, inmediata y prepagable 138
6.2. Valoración de las rentas constantes inmediatas 141
6.2.1. Renta constante, inmediata, temporal y pospagable 141
6.2.2. Renta constante, inmediata, temporal y prepagable 144
6.2.3. Renta constante, inmediata, perpetua y pospagable 147
6.2.4. Renta constante, inmediata, perpetua y prepagable 148

© Ediciones Pirámide

6.3. Valoración de las rentas constantes diferidas 148
6.3.1. Renta constante, diferida, temporal y pospagable 149
6.3.2. Renta constante, diferida, temporal y prepagable 151
6.4. Valoración de las rentas constantes anticipadas 153
6.4.1. Renta constante, anticipada, temporal y pospagable 153
6.4.2. Renta constante, anticipada, temporal y prepagable 155
6.5. Ejercicios y problemas resueltos 156
6.6. Ejercicios y problemas propuestos 166

7. Valoración de rentas financieras (II) 169

7.1. Concepto y valoración de las rentas variables 170
7.2. Rentas de términos variables en progresión aritmética 174
7.2.1. Renta temporal, inmediata y pospagable 174
7.2.2. Renta temporal, inmediata y prepagable 177
7.2.3. Renta perpetua, inmediata y pospagable 178
7.2.4. Renta perpetua, inmediata y prepagable 180
7.3. Rentas de términos variables en progresión geométrica 180
7.3.1. Renta temporal, inmediata y pospagable 181
7.3.2. Renta temporal, inmediata y prepagable 183
7.3.3. Renta perpetua, inmediata y pospagable 184
7.3.4. Renta perpetua, inmediata y prepagable 185
7.4. Ejercicios y problemas resueltos 186
7.5. Ejercicios y problemas propuestos 190

8. Valoración de rentas financieras (III) 193

8.1. Introducción 194
8.2. Rentas fraccionadas 194
8.2.1. Renta fraccionada, inmediata, temporal y pospagable 195
8.2.2. Renta fraccionada, inmediata, temporal y prepagable 197
8.2.3. Casos particulares 198
8.3. Rentas continuas 205
8.3.1. Renta continua pospagable 205
8.3.2. Renta continua prepagable 206
8.4. Rentas de periodicidad superior a la unidad de tiempo 207
8.5. Ejercicios y problemas resueltos 208
8.6. Ejercicios y problemas propuestos 215

PARTE TERCERA
Operaciones de constitución

9. Operaciones de constitución 219

9.1. Concepto y modalidades 220
9.2. Planteamiento general de las operaciones con imposiciones prepagables . 220

© Ediciones Pirámide

9.3. Casos particulares 227
9.3.1. Términos constitutivos constantes 227
9.3.2. Cuotas de constitución constantes 230
9.4. Cuadro de constitución 232
9.5. Ejercicios y problemas resueltos 234
9.6. Ejercicios y problemas propuestos 241

PARTE CUARTA
Operaciones de amortización

10. Operaciones de amortización de préstamos 245

10.1. Concepto 246
10.2. Modalidades 247
10.2.1. Préstamos elementales o simples 247
10.2.2. Préstamos de contraprestación múltiple 249
10.3. Estudio general de las operaciones de amortización de préstamos con contraprestación múltiple e intereses vencidos 250
10.4. Cuadro de amortización 259
10.5. Ejercicios y problemas resueltos 261
10.6. Ejercicios y problemas propuestos 265

11. Métodos clásicos de amortización de préstamos 267

11.1. Introducción 268
11.2. Método francés 268
11.3. Método americano 275
11.3.1. Método americano simple 275
11.3.2. Método americano con fondo 276
11.4. Método de cuota de amortización constante 279
11.5. Ejercicios y problemas resueltos 282
11.6. Ejercicios y problemas propuestos 285

12. Otros métodos de amortización de préstamos 287

12.1. Introducción 288
12.2. Amortización con términos variables en progresión geométrica 288
12.3. Amortización con términos variables en progresión aritmética 293
12.4. Amortización con intereses fraccionados 297
12.4.1. Planteamiento general 297
12.4.2. Casos particulares 304
12.5. Amortización con períodos de carencia y de diferimiento 308
12.5.1. Préstamo con períodos de carencia 308
12.5.2. Préstamo con períodos de diferimiento 309

© Ediciones Pirámide

12.6. Amortización con intereses anticipados 311
12.6.1. Planteamiento general 311
12.6.2. Método alemán 321
12.7. Ejercicios y problemas resueltos 327
12.8. Ejercicios y problemas propuestos 335

13. Préstamos amortizables con tipos de interés referenciados o indiciados 337

13.1. Clasificación de las operaciones de amortización en función del tipo de interés 338
13.2. Problemática del tipo de interés referenciado 340
13.3. Métodos de amortización de préstamos referenciados 341
13.3.1. Metodología de amortización con términos predeterminados. 342
13.3.2. Metodología de amortización con términos posdeterminados. 344
13.4. Ejercicios y problemas resueltos 348
13.5. Ejercicios y problemas propuestos 358

14. Valor financiero del préstamo, del usufructo y de la nuda propiedad 361

14.1. Conceptos básicos 362
14.2. Fórmula de Achard 364
14.2.1. Planteamiento general 364
14.2.2. Préstamo con intereses fraccionados 367
14.3. Valoración en métodos particulares de amortización 369
14.3.1. Método francés 369
14.3.2. Método americano 371
14.3.3. Método de cuotas de amortización constantes 372
14.4. Ejercicios y problemas resueltos 373
14.5. Ejercicios y problemas propuestos 381

15. Coste y rendimiento de las operaciones financieras 383

15.1. Operaciones financieras puras y con características comerciales 384
15.2. Los tantos efectivos de coste y de rendimiento 386
15.3. El TAE en las operaciones financieras 393
15.3.1. Cálculo del TAE en las operaciones de préstamo 395
15.3.2. Cálculo del TAE en las operaciones de préstamo con tipos de interés referenciados 398
15.4. Los costes efectivos en situaciones especiales 404
15.4.1. Amortización anticipada y reembolso parcial 404
15.4.2. Novación y subrogación 413
15.5. Distribución temporal de ingresos financieros y de costes de financiación 417
15.5.1. Préstamos amortizables con contraprestación múltiple e intereses pospagables 418

© Ediciones Pirámide

15.5.2. Préstamos amortizables con contraprestación múltiple e intereses prepagables 436
15.5.3. Préstamos amortizables con contraprestación única 443
15.6. Ejercicios y problemas resueltos 447
15.7. Ejercicios y problemas propuestos 472

PARTE QUINTA
Operaciones bancarias a corto plazo

16. Operaciones bancarias a corto plazo (I) 477

16.1. Introducción 478
16.2. Cuentas corrientes 479
16.2.1. Concepto y características 479
16.2.2. Métodos de liquidación 480
16.3. Cuentas corrientes bancarias 488
16.4. Cuentas de crédito 491
16.5. Cálculo de los tantos efectivos 497
16.5.1. Cálculo de los tantos efectivos activo y pasivo 497
16.5.2. Cálculo del TAE 501
16.6. Ejercicios y problemas resueltos 507
16.7. Ejercicios y problemas propuestos 517

17. Operaciones bancarias a corto plazo (II) 521

17.1. Imposiciones a plazo fijo 522
17.2. Descuento comercial 530
17.3. Descuento financiero 533
17.4. Cálculo de los tantos efectivos en las operaciones de descuento 537
17.4.1. Cálculo de los tipos efectivos para el cliente y para la entidad financiera 537
17.4.2. Cálculo del TAE 540
17.5. Ejercicios y problemas resueltos 544
17.6. Ejercicios y problemas propuestos 555

PARTE SEXTA
Empréstitos

18. Estudio general de los empréstitos 561

18.1. Concepto 562
18.2. Modalidades 564
18.3. Empréstitos normales sin cancelación escalonada 565
18.4. Empréstitos normales amortizables por sorteo y pago periódico de intereses pospagables 570

© Ediciones Pirámide

18.5. Empréstitos normales amortizables por sorteo y pago de intereses acumulados 581
18.6. Ejercicios y problemas resueltos 589
18.7. Ejercicios y problemas propuestos 599

19. Empréstitos con características comerciales (I) 601

19.1. Modalidades de características comerciales 602
19.2. Estructura del término amortizativo con características comerciales... 604
19.3. Metodología de normalización de un empréstito amortizable por sorteo y con cupón periódico 605
19.4. Empréstitos con intereses periódicos pospagables, amortizables por sorteo y con características comerciales 607
19.5. Ejercicios y problemas resueltos 616
19.6. Ejercicios y problemas propuestos 629

20. Empréstitos con características comerciales (II) 631

20.1. Empréstitos con intereses acumulados, amortizables por sorteo y con características comerciales 632
20.2. Empréstitos amortizables por sorteo y con cupón fraccionado 640
20.3. Tantos efectivos 642
20.4. Empréstitos amortizables por sorteo a tanto de rendimiento constante 650
20.5. Empréstitos sin cancelación escalonada y con características comerciales 654
20.6. Distribución temporal de costes de financiación y de ingresos finan-651 cieros 657
20.6.1. Empréstitos sin cancelación escalonada 657
20.6.2. Empréstitos con cancelación escalonada 666
20.7. Ejercicios y problemas resueltos 673
20.8. Ejercicios y problemas propuestos 685

21. Valor financiero, usufructo y nuda propiedad de un empréstito .. 689

21.1. Valor financiero de un empréstito puro 690
21.1.1. Empréstitos normales sin cancelación escalonada 691
21.1.2. Empréstitos normales amortizables por sorteo 694
21.2. Valor financiero de un empréstito con características comerciales 698
21.3. Ejercicios y problemas resueltos 710
21.4. Ejercicios y problemas propuestos 719

Soluciones de los ejercicios y problemas propuestos 721

Bibliografía 731

© Ediciones Pirámide

Prólogo

En el presente texto de *Matemáticas Financieras* intentamos plasmar una concepción de la disciplina que, si bien se denomina Matemáticas, queda encuadrada en el campo general de las Finanzas. Para ello, hacemos hincapié en explicar la significación y las aplicaciones financieras de los diversos conceptos que utilizamos. Además, procuramos, en la medida de lo posible, alejarnos de la abstracción inherente a algunos conceptos matemáticos, aunque sin olvidar el rigor que a todo razonamiento, en esta materia, debe caracterizar.

Nuestra concepción se fundamenta en todas las aportaciones realizadas por los importantes autores que antes que nosotros han publicado excelentes textos de la disciplina, gracias a los cuales hemos podido profundizar en el conocimiento de las distintas partes que conforman las Matemáticas Financieras.

Esta obra es una introducción a la temática mencionada en su título, y deseamos que sirva de ayuda a todos los interesados en la disciplina, de forma especial a los estudiantes de los diversos grados universitarios en los que la misma se cursa. Se ha enfocado este trabajo de tal manera que contenga los fundamentos precisos para abordar con garantías de éxito la resolución práctica de la amplia problemática vinculada al análisis y valoración de las operaciones financieras, estando al alcance de todos los estudiantes con conocimientos básicos de álgebra, ya que los desarrollos matemáticos, si bien rigurosos, se exponen en un lenguaje sencillo y de fácil comprensión.

Nuestro texto es un libro de teoría y de práctica, pues en cada una de las lecciones se incluyen diversos ejemplos de aplicación inmediata de los conceptos estudiados, así como ejercicios y problemas, tanto resueltos como propuestos. Consta de 236 ejemplos resueltos, expuestos a continuación de las explicaciones teóricas correspondientes, 181 supuestos con resolución detallada y 145 ejercicios y problemas propuestos, de los cuales, al final de la obra, se ofrecen los resultados procedentes. En total se incluyen 562 ejercicios y problemas.

La obra está estructurada en veintiuna lecciones en las que abordamos los seis bloques que consideramos constituyen los fundamentos de las Matemáticas Fi-

© Ediciones Pirámide

nancieras: fundamentos, rentas financieras, operaciones de constitución, operaciones de amortización, operaciones bancarias a corto plazo y empréstitos.

En las cuatro primeras lecciones, *Fundamentos,* estudiamos un conjunto de conceptos básicos que permiten dar fundamento y rigor a la disciplina. Para ello se parte del concepto de capital financiero y se introduce la necesidad de comparar capitales, lo que nos lleva a que sea preciso disponer de criterios de valoración y comparación de distintos capitales financieros (leyes financieras). A continuación estudiamos las operaciones con capitales financieros, el concepto y cálculo del saldo financiero, para introducir a continuación las magnitudes financieras fundamentales. Todo lo anterior nos posibilita concluir el bloque con el análisis de los sistemas financieros clásicos de capitalización y de descuento, introduciéndolos a través de su significación financiera, y analizando las ecuaciones de equivalencia y diversas magnitudes inherentes a cada uno de ellos.

En la segunda parte, *Rentas financieras,* dividida en cuatro lecciones, estudiamos la valoración de las rentas financieras, las cuales constituyen herramientas imprescindibles para abordar los restantes bloques. Así, analizamos los conceptos de las diversas modalidades de rentas, y procedemos a su valoración de acuerdo con la ley financiera de capitalización compuesta, realizando un planteamiento general del cálculo del valor actual y del valor final, para a continuación estudiar con detenimiento las rentas constantes, las rentas variables y las rentas fraccionadas, deduciendo a partir de las mismas las rentas continuas.

La tercera parte corresponde al bloque de *Operaciones de constitución,* en el que estudiamos únicamente las correspondientes a imposiciones prepagables, pues son las de mayor utilización práctica. Realizamos un planteamiento general que nos permite abordar a continuación el estudio de diversos casos particulares.

En el cuarto bloque, *Operaciones de amortización,* realizamos en primer lugar un análisis general, introduciendo los conceptos de términos amortizativos, ecuación dinámica, ecuaciones de equivalencia, saldos, etc. Todo ello nos permite analizar a continuación diversos métodos de amortización, tanto los aplicables para las operaciones pactadas con intereses pospagables como las pactadas con intereses anticipados. Además, estudiamos los problemas vinculados a las operaciones de amortización con intereses referenciados, determinando las sucesivas cuantías de los términos amortizativos y de las demás magnitudes. También analizamos la valoración de los préstamos, deduciendo las expresiones matemáticas que nos permiten cuantificar el valor financiero del usufructo y el de la nuda propiedad. En la última lección de este bloque se estudian el coste y el rendimiento de las operaciones financieras, analizando la cuantificación de los diversos tipos efectivos (tanto efectivo activo, tanto efectivo pasivo y TAE) vinculados a las operaciones financieras. También analizamos los tantos efectivos en las situaciones especiales de reembolso parcial y de cancelación anticipada, y se concluye con un amplio estudio de los problemas derivados de la distribución temporal de los costes e ingresos financieros, analizando diversas situaciones en cuanto a modalidades de operaciones financieras.

© Ediciones Pirámide

El quinto bloque consta de dos lecciones dedicadas al estudio de la problemática financiera vinculada a las *Operaciones bancarias a corto plazo,* analizando las cuentas corrientes, las cuentas de crédito, las operaciones de descuento tanto comercial como financiero y las imposiciones a plazo.

El sexto y último bloque comprende cuatro lecciones en las que analizamos los problemas vinculados con los *Empréstitos.* Para ello, en la lección 18 realizamos un estudio general, deteniéndonos en los empréstitos normales, tanto sin cancelación escalonada de títulos como en los amortizables periódicamente por sorteo, para a continuación, en las dos lecciones siguientes, estudiar diversas modalidades de empréstitos con características comerciales, tanto en los amortizables con pago periódico de cupón como en los amortizables con cupón acumulado. Asimismo, se analiza la problemática del cálculo de los tantos efectivos, la correspondiente a la distribución temporal de costes e ingresos financieros, para concluir con el análisis del valor financiero, del usufructo y de la nuda propiedad en los empréstitos.

Esta segunda edición está corregida y actualizada de acuerdo con las normas jurídicas reguladoras del TAE.

Esperamos que nuestro texto contribuya a que los interesados en el estudio de la disciplina aborden el mismo con garantías de éxito, y en cualquier caso les ayude a aprender de manera razonada, meditando y ejercitándose a través de la realización de los diversos ejercicios y problemas, los cuales contribuirán a afianzar los diversos conceptos teóricos.

LOS AUTORES

© Ediciones Pirámide

PARTE PRIMERA
Fundamentos

1 Conceptos básicos (I)

OBJETIVOS

- Entender el concepto de capital financiero e identificar sus componentes.
- Comparar capitales financieros, estableciendo la ordenación o equivalencia entre ellos.
- Entender el concepto de ley financiera y sus propiedades, con especial referencia a su significado financiero.
- Establecer las condiciones que debe verificar una función para ser ley financiera de valoración.
- Utilizar las leyes financieras para valorar capitales.
- Obtener el capital financiero suma de otros varios.
- Comparar conjuntos de capitales financieros.

SUMARIO

1.1. Capital financiero.
1.2. Comparación y equivalencia de capitales financieros.
1.3. Leyes financieras: concepto y propiedades.
1.4. Suma financiera.
1.5. Ejercicios y problemas resueltos.
1.6. Ejercicios y problemas propuestos.

1.1. CAPITAL FINANCIERO

La apreciación que se tenga de los bienes económicos está vinculada no sólo a su valor, expresado en unidades monetarias, sino también al momento de su disponibilidad. Por ello, es posible asociar a cualquier bien económico una magnitud bidimensional, de primer componente el valor del bien en unidades monetarias, y de segundo el vencimiento o momento del tiempo en que dicho bien es disponible.

Podemos señalar que[1] **«se denomina capital financiero a la medida de un bien económico referida al momento de su disponibilidad o vencimiento».** Por tanto, a cualquier bien económico le hacemos corresponder la magnitud bidimensional capital financiero (C, t), en la que $C > 0$ indica la cuantía y t el vencimiento. Para su correcta identificación se requiere señalar la unidad monetaria en la que se expresa la cuantía, la unidad de tiempo y el origen de éste. En consecuencia, cuando hablamos de un capital financiero nos estamos refiriendo a una **cuantía de dinero** y a su **vencimiento.** Por ejemplo, 2.000 € con vencimiento dentro de 2 años es el capital financiero (2.000,2).

Gráficamente, podemos representar los capitales financieros como aparece en la figura 1.1, o bien de forma simplificada, que es lo más usual (véanse figuras 1.2 y 1.3).

1.2. COMPARACIÓN Y EQUIVALENCIA DE CAPITALES FINANCIEROS

Si a cada bien económico le hacemos corresponder un capital financiero, los diversos intercambios de bienes económicos realizados por distintos sujetos se traducen en intercambios de los correspondientes capitales financieros a ellos

[1] Gil Peláez (1987: 24).

© Ediciones Pirámide

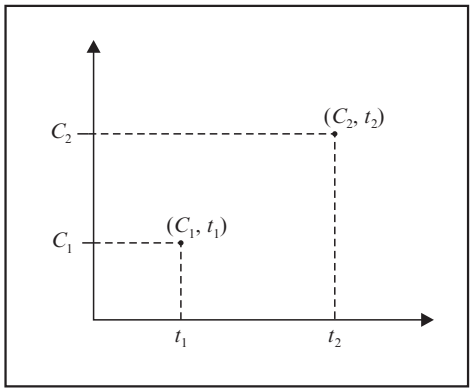


Figura 1.1.

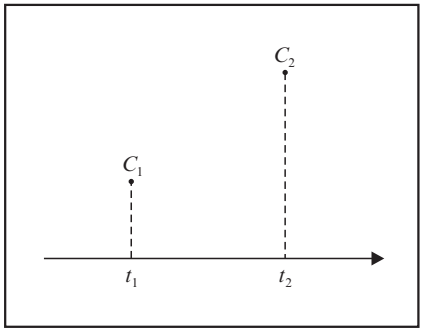


Figura 1.2.

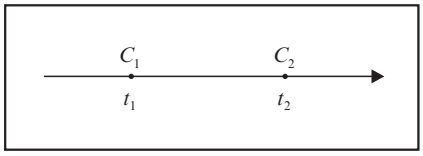


Figura 1.3.

vinculados. Por ello, es preciso proceder a la valoración y comparación de capitales financieros. Así, por ejemplo, si se adquiere un bien de precio 12 € que debe abonarse dentro de 8 meses, y se le propone al vendedor abonarle una cuantía de 10 € dentro de 3 meses, se le está proponiendo un intercambio entre el capital financiero (12,8) y el capital (10,3). El vendedor se plantea inmediatamente la pre-

© Ediciones Pirámide

gunta de si le interesa o no el intercambio, o sea, ¿son indiferentes o equivalentes ambos capitales? Para responder a la pregunta planteada es preciso disponer de criterios financieros objetivos que permitan a cualquier sujeto económico efectuar comparaciones entre capitales financieros. Tales criterios financieros se establecen atendiendo al comportamiento racional de cualquier sujeto en cuanto a su preferencia por la liquidez e introduciendo un postulado de fácil y general aceptación.

Sabemos que, a igualdad de calidad y cantidad, cualquier sujeto económico prefiere los bienes económicos de menor vencimiento, lo que constituye el *principio de preferencia por la liquidez.* Ello permite la comparación directa de capitales financieros en el caso de que sean de la misma cuantía o del mismo vencimiento: a igual cuantía es preferido el de menor vencimiento, y a igual vencimiento se prefiere el de mayor cuantía. Así, por ejemplo, entre los capitales (100,2) y (100,5) cualquier sujeto prefiere el primer capital: $(100,2) \succ (100,5)$. De igual forma, entre los capitales (120,8) y (150,8) es preferido el segundo: $(150,8) \succ (120,8)$.

EJERCICIO 1.1

Establecer el orden de preferencia entre los capitales financieros: (200,18); (190,18) y (210,17).

Resolución

El capital (210,17) es de mayor cuantía que los otros dos y de menor vencimiento, por lo que es preferido a ambos. Y entre los de vencimiento 18, se prefiere el de mayor cuantía. Por tanto, queda: $(210,17) \succ (200,18) \succ (190,18)$.

Para el caso general de que los capitales sean de distinta cuantía y distinto vencimiento, siempre que el de mayor cuantía también tenga mayor vencimiento, la comparación directa no es posible. Así, no sabemos cuál de los siguientes capitales es preferido: (100.000,7) o (108.000,12). En consecuencia, es preciso disponer de criterios financieros que hagan posible la comparación de capitales de cualquier cuantía y vencimiento. Una forma de disponer de tales criterios es aceptando como postulado[2] que cualquier sujeto económico es capaz de definir un criterio mediante el cual, dado un capital financiero (C, t), le es posible obtener la cuantía V de un capital sustituto o equivalente del mismo, con vencimiento en un punto fijo p. Dicho postulado se denomina *«Principio de sustitución o de proyección financiera en p»,* siendo V la cuantía equivalente o sustituta en p de la cuantía C, por lo que al sujeto económico le resulta indiferente que se trate del capital (C, t)

[2] Gil Peláez (1987: 29).

© Ediciones Pirámide

o del capital (V, p). La relación entre V y C se expresa mediante la igualdad: $V = Proy_p(C, t)$. Gráficamente, tenemos:

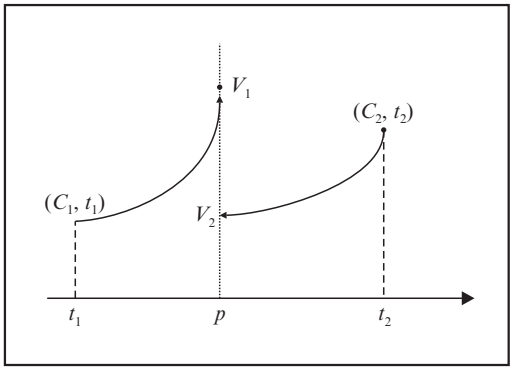


Figura 1.4.

De acuerdo con el postulado formulado, fijado un punto de referencia p es posible encontrar un capital (V, p) sustituto del (C, t), y ello tanto para $t > p$ como para $t < p$. Así, si se ha de elegir entre (100.000,7) y (108.000,12), el sujeto económico no puede aplicar directamente el principio de preferencia por la liquidez, siendo necesario sustituir dichos capitales por otros que considere equivalentes en un mismo vencimiento. Así, si dispone de un criterio que le permite, fijado un punto p por ejemplo en 15, calcular las cuantías equivalentes, ya podrá efectuar la comparación. Supongamos que de acuerdo con dicho criterio obtiene:

$$V_1 = Proy_p(100.000,7) = 130.000$$

$$V_2 = Proy_p(108.000,12) = 145.000$$

Al ser $V_2 > V_1$, el segundo capital es preferido al primero: $(108.000,12) \succ (100.000,7)$.

Cuando decimos que el capital (V, p) es el sustituto del capital (C, t), hemos de interpretar que al sujeto económico que ha de cobrar (o pagar) el capital de cuantía C, le resulta indiferente cobrar (o pagar) la cuantía V en p en lugar de la cuantía C en t.

En general, si dos capitales tienen, de acuerdo con un criterio financiero de sustitución, el mismo sustituto en p, se dice que son **capitales equivalentes** $(C_1, t_1) \sim (C_2, t_2)$, lo que se indica a través de la siguiente **ecuación de equivalencia financiera:**

$$Proy_p(C_1, t_1) = Proy_p(C_2, t_2)$$

© Ediciones Pirámide

1.3. LEYES FINANCIERAS: CONCEPTO Y PROPIEDADES

Tal y como hemos señalado, todo sujeto económico dispone de un criterio de sustitución de cualquier capital (C, t) por otro (V, p) que considera equivalente en un momento del tiempo p de referencia. Dicho criterio ha de plasmarse en una expresión matemática que relacione tanto las dos cuantías como los dos vencimientos. Tal expresión matemática constituye un **criterio financiero de valoración** o una **ley financiera de valoración.**

En general, podemos indicar que[3] **un criterio financiero de valoración o ley financiera de valoración está definida por una expresión matemática que permite, dado un capital financiero, obtener la cuantía de su equivalente en un punto *p* de referencia:**

$$V = Proy_p(C, t) \Leftrightarrow V = F(C, t; p)$$

EJERCICIO 1.2

Considerando que la siguiente expresión constituye una ley financiera de valoración, $F(C, t; p) = C[1 + 0{,}10(p - t)]$; $p = 20$, determinar cuál de los capitales es preferido: (100.000,8) o (120.000,13).

Resolución

Para poder comparar ambos capitales, hemos de calcular el equivalente en p de cada uno de ellos, siendo preferido el capital cuyo sustituto tenga mayor cuantía. El sustituto en $p = 20$ de cada uno de los capitales dados se obtiene sustituyendo en la expresión de la ley financiera los valores correspondientes a C, p y t:

$$V_1 = Proy_p(100.000,8) = 100.000[1 + 0{,}10(20 - 8)] = 220.000$$

$$V_2 = Proy_p(120.000,13) = 120.000[1 + 0{,}10(20 - 13)] = 204.000$$

Como $V_1 > V_2$, por tanto es (100.000,8) $\succ$ (120.000,13).

EJERCICIO 1.3

Supóngase que la siguiente expresión constituye una ley financiera de valoración para $p = 15$: $F(C, t; p) = C[1 + 0{,}04(p - t)]$. Calcular: *a*) cuantía del capital sustituto de (150.000,4), y *b*) capital equivalente en 9 del capital (200.000,7).

[3] Puede verse Gil Peláez (1987: 31).

© Ediciones Pirámide

Resolución

a) El sustituto en $p = 15$ del capital (150.000,4) se obtiene sustituyendo en la expresión de la ley financiera, C, p y t por los valores correspondientes:

$$V = Proy_p(150.000,4) = 150.000[1 + 0,04(15 - 4)] = 216.000$$

b) Sea X la cuantía del capital con vencimiento en 9 y equivalente al capital (200.000,7). Por ser ambos equivalentes se ha de verificar la correspondiente ecuación de equivalencia financiera:

$$Proy_p(200.000,7) = Proy_p(X, 9)$$

Y al sustituir queda:

$$200.000[1 + 0,04(15 - 7)] = X[1 + 0,04(15 - 9)] \Leftrightarrow X = 212.903,23$$

En general, cuando $t < p$, se dice que V es la cuantía en p resultado de la capitalización del capital (C, t). La ley se representa en este caso por $L(C, t; p)$, recibiendo el nombre de **ley financiera de capitalización en *p*,** siendo V el **valor capitalizado o montante.**

En el caso de $t > p$, el valor V es la cuantía en p resultado de la actualización o descuento del capital (C, t). La ley se representa por $A(C, t; p)$, denominándose **ley financiera de descuento en *p*,** siendo V el **valor actual o valor descontado.**

Tenemos:

$$F(C, t; p) = \begin{cases} L(C, t; p) \text{ para } t < p \\ A(C, t; p) \text{ para } t > p \end{cases}$$

Es preciso señalar que una expresión matemática, para poder ser tomada como ley financiera o criterio financiero de valoración, ha de cumplir un conjunto de propiedades lógicas. Dichas **propiedades** son las siguientes:

Primera. Los valores que tome han de ser positivos: $F(C, t; p) > 0$. Ello es así porque la ecuación $V = F(C, t; p)$ representa la cuantía del capital (V, p) sustituto del capital (C, t), y dicha cuantía ha de ser positiva.

Segunda. Fijado un punto de valoración p, la cuantía de un capital y la de su sustituto han de ser proporcionales. Por tanto, al multiplicar (o dividir) la cuantía C de un capital por un cierto número, la cuantía V del capital sustituto debe quedar multiplicada (o dividida) por dicho número. En consecuencia, si $(C, t) \sim (V, p)$, se ha de verificar $(C \times k, t) \sim (V \times k, p)$. Así, por ejemplo, si $V = Proy_p(1.000, t)$, un

© Ediciones Pirámide

capital triple debe tener un sustituto de cuantía también triple: $Proy_p(3.000, t) = 3 \times V = 3 \times Proy_p(1.000, t)$, o expresado de otra forma: si $(1.000, t) \sim (V, p)$, también se verifica $(3.000, t) \sim (3 \times V, p)$.

En general, como la cuantía del capital (C, t) se obtiene al multiplicar por C la cuantía del capital unitario: $(C, t) = C(1, t)$, la cuantía V del capital sustituto de (C, t) también debe obtenerse al multiplicar por C la cuantía del sustituto del capital unitario: $V = Proy_p(C, t) = F(C, t; p) = C \times F(1, t; p)$, siendo $F(1, t; p) = F(t; p)$ la ley financiera unitaria o cuantía del sustituto del capital unitario. Por tanto, siendo $L(1, t; p) = L(t; p)$ la ley financiera unitaria de capitalización, y $A(1, t; p) = A(t; p)$ la ley financiera unitaria de descuento, tenemos:

$$V = Proy_p(C, t) = C \times F(t; p) = \begin{cases} C \times L(t; p) \text{ para } t < p \\ C \times A(t; p) \text{ para } t > p \end{cases}$$

De acuerdo con lo señalado, para $t < p$, como $V > C$, se ha de verificar: $V = C \times L(t; p) > C \Rightarrow L(t; p) > 1$. Asimismo, para la ley unitaria de descuento, al ser $t > p$ y $V < C$, se cumple $V = C \times A(t; p) < C \Rightarrow A(t; p) < 1$. Además, como V ha de tomar valores positivos, se verifica: $0 < A(t; p) < 1$. Los siguientes gráficos ilustran lo expuesto:

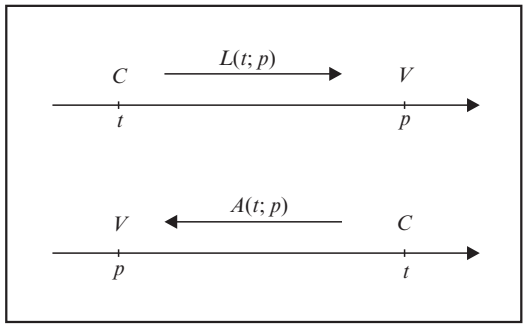


Figura 1.5.

Tercera. Cuando no ha transcurrido tiempo, o sea, cuando sea $t = p$, la función ha de tomar el valor uno: $F(t; t) = F(p; p) = 1$.

Cuarta. La ley ha de ser creciente con p y decreciente con t:

$$\frac{\Delta_p F(t; p)}{\Delta p} > 0; \quad \frac{\Delta_t F(t; p)}{\Delta t} < 0$$

Esta propiedad es consecuencia del principio de preferencia por la liquidez, lo que implica que, al alejarse la disponibilidad de un bien, ha de compensarse con

© Ediciones Pirámide

un aumento de cuantía, así como que el acercamiento supone una disminución de cuantía. Así, por ejemplo, si el equivalente en $p = 10$ del capital (100,2) vale 140, si hallamos el equivalente en $p = 12$, éste ha de ser superior a 140, dado que está más alejado en el tiempo. Puede verse en la figura 1.6.

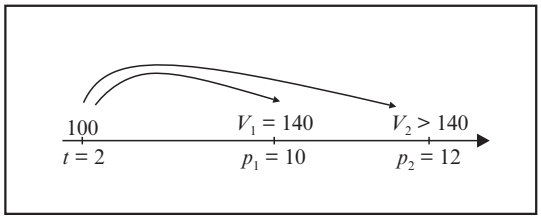


Figura 1.6.

Y con una ley de descuento, si por ejemplo el equivalente en $p = 10$ del capital (100,15) vale 90, si el capital venciese en 20, el equivalente debe ser inferior a 90, por ejemplo 80. Gráficamente queda reflejado en la figura 1.7.

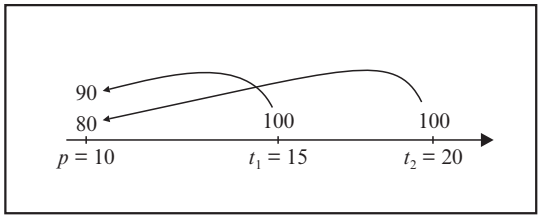


Figura 1.7.

Si la correspondiente expresión matemática de la ley financiera es una función derivable, el crecimiento con p y el decrecimiento con t se expresa:

$$\frac{\partial F(t;p)}{\partial p} > 0; \quad \frac{\partial F(t;p)}{\partial t} < 0$$

Quinta. La función ha de ser continua con respecto a t y continua con respecto a p separadamente:

$$\Delta_p F(t;p) \xrightarrow[\Delta p \to 0]{} 0$$

$$\Delta_t F(t;p) \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} 0$$

© Ediciones Pirámide

Esta propiedad pone de manifiesto que para incrementos infinitesimales de la variable tiempo, los correspondientes incrementos de la variable cuantía también han de ser infinitesimales. Por otra parte, con tal que $F(t; p)$ sea derivable, se verifica esta propiedad[4].

EJERCICIO 1.4

Indicar las condiciones para que la función $F(t; p) = a - b(t - p)$ sea una ley unitaria de descuento, siendo $t > p > 0$.

Resolución

Se ha de verificar $F(t; t) = F(p; p) = a - b(p - p) = 1$, por lo que $a = 1$, con lo que la función a estudiar es $F(t; p) = 1 - b(t - p)$.

Como ha de ser $0 < A(t; p) < 1$, tenemos: $F(t; p) = 1 - b(t - p) > 0 \Rightarrow b < \dfrac{1}{t - p}$ y $F(t; p) = 1 - b(t - p) < 1 \Rightarrow b > 0$. En consecuencia, el valor de b verifica $0 < b < \dfrac{1}{t - p}$.

Para verificar el crecimiento con p y el decrecimiento con t, calculamos las correspondientes derivadas, obteniéndose: $\dfrac{\partial F(t; p)}{\partial p} = b$; $\dfrac{\partial F(t; p)}{\partial t} = -b$. Como es $b > 0$, efectivamente la función es creciente con p y decreciente con t.

Al tratarse de una función derivable, es continua, por lo que la última propiedad no es preciso verificarla. En conclusión, la función dada es una ley financiera unitaria de descuento, verificándose:

$$A(t; p) = 1 - b(t - p) \text{ con } \begin{cases} 0 < p < t \\ 0 < b < \dfrac{1}{t - p} \end{cases}$$

EJERCICIO 1.5

Señalar las condiciones que debe verificar la expresión $F(t; p) = a + k(p - t)^4$ para ser una ley unitaria de capitalización, con $p > t > 0$.

[4] Recordemos que, en una función continua, ante incrementos infinitesimales de la variable independiente, los correspondientes incrementos de la variable dependiente también son infinitesimales. Además, toda función derivable es continua.

© Ediciones Pirámide

Resolución

De $F(t; t) = 1 = a + k(t - t)^4 \Rightarrow a = 1$. Como ha de ser $L(t; p) > 1 \Rightarrow 1 + k(p - t)^4 > 1 \Rightarrow k > 0$, pues $(p - t)^4 > 0$. En cuanto al crecimiento y decrecimiento, ambos se verifican, pues al ser $k > 0$ y $p > t$ por tratarse de una ley de capitalización, las derivadas valen:

$$\frac{\partial F(t; p)}{\partial p} = 4k(p - t)^3 > 0$$

$$\frac{\partial F(t; p)}{\partial t} = -4k(p - t)^3 < 0$$

Y como es una función derivable, también es continua. Por tanto, la expresión dada es una ley financiera de capitalización, cumpliéndose:

$$L(t; p) = 1 + k(p - t)^4 \begin{cases} 0 < t < p \\ k > 0 \end{cases}$$

1.4. SUMA FINANCIERA

Dados dos capitales financieros, podemos calcular las respectivas proyecciones en un punto cualquiera p. Si existe un tercer capital cuya proyección en el mismo punto p sea la suma de las proyecciones de los citados dos capitales, decimos que el tercer capital es la suma financiera de los dos primeros:

$$Proy_p(C_1, t_1) + Proy_p(C_2, t_2) = Proy_p(S, q) \Leftrightarrow (C_1, t_1) + (C_2, t_2) = (S, q)$$

En general, dados n capitales financieros (C_1, t_1), (C_2, t_2), ..., (C_n, t_n), se dice que el capital (S, q) es su suma financiera, si se verifica que el equivalente en p del capital suma es la suma de los equivalentes en p de los capitales sumandos:

$$(C_1, t_1) + (C_2, t_2) + ... + (C_n, t_n) = (S, q) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Proy_p(C_1, t_1) + Proy_p(C_2, t_2) + ... + Proy_p(C_n, t_n) = Proy_p(S, q) = \sum_{s=1}^{n} Proy_p(C_s, t_s)$$

EJERCICIO 1.6

Dados los capitales financieros (100.000,4) y (150.000,6), calcular su suma financiera en 9 sabiendo que la ley financiera a utilizar es $L(t; p) = 1 + 0{,}05(p - t)$, siendo 12 su punto de aplicación.

© Ediciones Pirámide

Resolución

De acuerdo con lo señalado, se ha de verificar:

$$(S, 9) = (100.000,4) + (150.000,6) \quad \Rightarrow \quad S[1 + 0{,}05(12 - 9)] =$$
$$= 100.000[1 + 0{,}05(12 - 4)] + 150.000[1 + 0{,}05(12 - 6)] \quad \Rightarrow \quad S = 291.304{,}35$$

EJERCICIO 1.7

Hallar la suma financiera en cuatro de los capitales (10.000,2), (15.000,5) y (20.000,7), tomando como ley financiera unitaria:

$$F(t; p) = \begin{cases} 1 + 0{,}10(p - t), & t < p = 5 \\ 1 - 0{,}12(t - p), & t > p = 5 \end{cases}$$

Resolución

Teniendo en cuenta el concepto de suma financiera, se verifica:

$$(S, 4) = (10.000,2) + (15.000,5) + (20.000,7) \quad \Rightarrow \quad S[1 + 0{,}10(5 - 4)] =$$
$$= 10.000[1 + 0{,}10(5 - 2)] + 15.000 + 20.000[1 - 0{,}12(7 - 5)] \Rightarrow S = 39.272{,}73$$

Debemos observar que para calcular el equivalente del capital (10.000,2) utilizamos la expresión $1 + 0{,}10(p - t)$, válida para $t < p = 5$, y para el sustituto del capital (20.000,7) la expresión a usar es $1 - 0{,}12(t - p)$, válida para $t > p = 5$. En cuanto al capital (15.000,5), su proyección en $p = 5$, al no transcurrir tiempo, vale 15.000.

1.5. EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

1. Establecer el orden de preferencia entre los capitales financieros: (120,30), (110,31) y (130,29).

Resolución

El capital (130,29) es de mayor cuantía que los otros dos y de menor vencimiento, por lo que es preferido a ambos. Y entre los otros dos, es preferido el de mayor cuantía y menor vencimiento. Por tanto, queda: $(130,29) \succ (120,30) \succ (110,31)$.

© Ediciones Pirámide

2. Una persona tiene derecho a cobrar los siguientes capitales financieros: (4.000,6) y (8.000,10). Le proponen pagarle, en sustitución de ambos capitales, el capital único (12.000,12). Justificar razonadamente si le interesa el intercambio.

Resolución

Si consideramos $p = 12$, se ha de verificar: $Proy_p(C, t) = V > C$, por lo que tenemos:

$$Proy_{p=12}(4.000,6) > 4.000$$

$$Proy_{p=12}(8.000,10) > 8.000$$

En consecuencia, $Proy_{p=12}(4.000,6) + Proy_{p=12}(8.000,10) > 12.000$, por lo que no le interesa la sustitución.

3. Calcular el capital equivalente en 20 del capital (800.000,14), siendo la ley financiera unitaria $L(t; p) = 1 + 0{,}12(p^2 - t^2)$, $p = 25$.

Resolución

Se ha de verificar la ecuación de equivalencia financiera entre los capitales (800.000,14) y $(X, 20)$:

$$800.000[1 + 0{,}12(25^2 - 14^2)] = X[1 + 0{,}12(25^2 - 20^2)] \quad \Rightarrow \quad X = 1.499.428{,}57$$

4. Señalar las condiciones que debe verificar la expresión $f(t; p) = e^{kp^2 - ht^2}$ para ser una ley unitaria de capitalización.

Resolución

$f(t; t) = e^{t^2(k-h)} = 1 \Rightarrow t^2(k - h) = 0 \Rightarrow k = h \Rightarrow f(t; p) = e^{k(p^2 - t^2)}$. Al tratarse de una ley de capitalización, ha de tomar un valor mayor que uno, que lo tomará siempre que el exponente de la expresión anterior sea positivo: $f(t; p) = e^{k(p^2 - t^2)} > >1 \Rightarrow k(p^2 - t^2) > 0 \Rightarrow k > 0$, pues $p^2 - t^2 > 0$ al ser $p > t$. En cuanto al crecimiento con p y decrecimiento con t, se verifica con $k > 0$:

$$\frac{\partial F(t; p)}{\partial p} = 2kp \times e^{k(p^2 - t^2)} > 0$$

$$\frac{\partial F(t; p)}{\partial t} = -2kt \times e^{k(p^2 - t^2)} < 0$$

© Ediciones Pirámide

Como se trata de una función exponencial, es continua para t y p. Queda, pues:

$$L(t; p) = e^{k(p^2 - t^2)} \begin{cases} k > 0 \\ 0 < t < p \end{cases}$$

5. Indicar si es posible utilizar la ley de descuento $A(t; p) = 1 - 0{,}10(t - p)$ con $p = 3$ para hallar el equivalente del capital (100,15).

Resolución

El equivalente en $p = 3$ del capital dado vale: $V = 100[1 - 0{,}10(15 - 3)] = -20$, lo cual es absurdo, por ser una cantidad negativa. Para que la cuantía sea una cantidad positiva, $A(t; p)$ ha de ser positivo: $1 - 0{,}10(t - p) > 0 \Rightarrow t < 10 + p$: intervalo de validez de la ley de descuento. Si $t = 15$ y $p = 3$ no se verifica la restricción anterior, por lo que la ley no es aplicable para tales valores de t y p.

6. Determinar el valor de x para que la suma financiera de los capitales (150.000,10) y (250.000, x) sea el capital (440.000, $x - 1$), sabiendo que la ley financiera unitaria es: $A(t; p) = 1 - 0{,}10(t - p)$, $p = 8$.

Resolución

De acuerdo con los datos se verifica:

$$(440.000, x - 1) = (150.000,10) + (250.000, x) \quad \Rightarrow \quad 150.000[1 - 0{,}10(10 - 8)] +$$
$$+ 250.000[1 - 0{,}10(x - 8)] = 440.000[1 - 0{,}10(x - 1 - 8)] \quad \Rightarrow \quad x = 14$$

7. Calcular el valor de x para que los dos conjuntos de capitales financieros siguientes sean equivalentes, de acuerdo con la ley financiera unitaria que se indica:

$$A = \{(10.000,6); (12.000,10)\}$$

$$B = \{(14.000,12); (x, 13)\}$$

$$L(t; p) = 1 + 0{,}10(p - t),\ p = 13$$

Resolución

Sabemos que dos conjuntos de capitales financieros son equivalentes cuando lo son sus correspondientes capitales suma en un mismo punto. Por tanto, calculando la suma en p de los capitales de cada conjunto, tenemos:

© Ediciones Pirámide

$$(S_A, p = 13) = (10.000,6) + (12.000,10) \quad \Rightarrow \quad S_A = 10.000[1 + 0,10(13 - 6)] +$$
$$+ 12.000[1 + 0,10(13 - 10)] = 32.600$$

$$(S_B, p = 13) = (14.000,12) + (x, 13) \quad \Rightarrow \quad S_B = 14.000[1 + 0,10(13 - 12)] +$$
$$+ x[1 + 0,10(13 - 13)] = 15.400 + x \quad \Rightarrow \quad 32.600 = 15.400 + x \Rightarrow x = 17.200$$

8. Sabemos que los siguientes conjuntos de capitales financieros son equivalentes: $A = \{(100.000,8); (150.000,12)\}$ y $B = \{(x, y - 4); (200.000, y)\}$. Además, también son equivalentes los capitales (200.000, y) y (160.000,10). Si la ley financiera unitaria a aplicar es: $L(t; p) = 1 + 0,10(p - t)$, $p = 20$, calcular x.

Resolución

Por ser equivalentes los capitales (200.000, y) y (160.000,10), se verifica:

$$160.000[1 + 0,10(20 - 10)] = 200.000[1 + 0,10(20 - y)] \Rightarrow y = 14$$

Ahora tenemos que $B = \{(x, 10); (200.000, 14)\}$. Al ser los dos conjuntos equivalentes, podemos calcular la suma financiera correspondiente a los capitales de cada uno e igualar:

$$100.000(1 + 0,10 \times 12) + 150.000(1 + 0,10 \times 8) = x(1 + 0,10 \times 10) +$$
$$+ 200.000(1 + 0,10 \times 6) \Rightarrow x = 85.000$$

9. Dada la ley financiera unitaria $L(t; p) = a + k(p - t)$, $p = 15$, sabemos que la suma financiera de los capitales (50.000,2) y (75.000,6), calculada en el punto 10, vale 195.000. Con la ley indicada, para el capital (100.000,8) su cuantía equivalente en 12 vale: *a*) 240.000; *b*) 150.000; *c*) 160.000; *d*) 170.000.

Resolución

Hemos de hallar la cuantía x tal que $(x, 12) \sim (100.000,8)$. Para ello necesitamos conocer el valor de a y el de k. Por ser $L(t; t) = 1$, se deduce: $a + k(t - t) = 1 \Rightarrow a = 1$, por lo que la ley a utilizar es $L(t; p) = 1 + k(p - t)$, $t < p = 15$. Además, se verifica: (50.000,2) + (75.000,6) = (195.000,10), por lo que podemos plantear la siguiente ecuación:

$$50.000[1 + k(15 - 2)] + 75.000[1 + k(15 - 6)] =$$
$$= 195.000[1 + k(15 - 10)] \Rightarrow k = 0,20$$

© Ediciones Pirámide

De $(x, 12) \sim (100.000,8)$ se deduce la siguiente ecuación de equivalencia financiera: $x[1 + 0{,}2(15 - 12)] = 100.000[1 + 0{,}2(15 - 8)] \Rightarrow x = 150.000$. Por tanto, la solución es la correspondiente a la alternativa *b*.

10. Los capitales (15.000,5) y (20.000,10) son equivalentes de acuerdo con ley financiera unitaria $L(t; p) = h + k(p - t)$, $t < p = 15$. La cuantía x de la suma financiera calculada en el punto 8 de los capitales (2.000,4), (5.000,6) y (8.000,9), es: *a*) $15.580 < x < 15.595$; *b*) $18.390 < x < 18.405$; *c*) $26.480 < x < 26.495$; *d*) $12.467 < < x < 12.473$.

Resolución

Para calcular x necesitamos conocer el valor de h y el de k. Por ser $L(t; t) = 1$, se deduce: $h + k(t - t) = 1 \Rightarrow h = 1$, por lo que la ley a utilizar es $L(t; p) = 1 + + k(p - t)$, $t < p = 15$. Además, se verifica: $(15.000,5) \sim (20.000,10)$, por lo que podemos plantear la siguiente ecuación de equivalencia financiera: $15.000[1 + + k(15 - 5)] = 20.000[1 + k(15 - 10)] \Rightarrow k = 0{,}10$. Además:

$$(x, 8) = (2.000,4) + (5.000,6) + (8.000,9) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x[1 + 0{,}10(15 - 8)] = 2.000[1 + 0{,}10(15 - 4)] + 5.000[1 + 0{,}10(15 - 6)] + + 8.000[1 + 0{,}10(15 - 9)] \Rightarrow x = 15.588{,}24$$

Por tanto, la solución corresponde a la alternativa *a*.

1.6. EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Establecer el orden de preferencia entre los capitales financieros: (210,15) y (208,17).

2. Establecer el orden de preferencia entre los capitales financieros: (300,38), (290,38) y (310,37).

3. Calcular el capital equivalente en 11 del capital con vencimiento en 8 y cuantía 400.000 €. La ley financiera unitaria es: $A(t; p) = a - 0{,}10(t - p)$, $p = 2$.

4. Hemos de pagar los capitales (8.000,10) y (12.000,13). Proponemos a nuestro acreedor abonarle únicamente (20.000,15). ¿Aceptará nuestra propuesta?

5. Establecer las condiciones que debe cumplir la función $f(t; p) = \dfrac{1}{1 + kp + ht}$ para ser una ley financiera unitaria de descuento.

6. Con ley financiera unitaria $L(t; p) = a + b(p - t)$, $t < p = 14$, los capitales (6.000,4) y (10.000,10) son equivalentes. La cuantía x de la suma financiera calcu-

© Ediciones Pirámide

lada en el punto 6 de los capitales (3.000,3), (4.000,5) y (6.000,9) es: *a*) 12.610 < < x < 12.620; *b*) 32.790 < x < 32.810; *c*) 32.775 < x < 32.785; *d*) 12.600 < x < 12.605.

7. Determinar el valor de x para que los dos conjuntos de capitales financieros siguientes sean equivalentes, de acuerdo con la ley financiera unitaria que se indica:

$$A = \{(10.000,8); (400.000,12)\}$$

$$B = \{(200.000,10); (x, 14)\}$$

$$L(t; p) = 1 + 0{,}15(p - t),\ p = 18$$

© Ediciones Pirámide

2 Conceptos básicos (II)

OBJETIVOS

- Entender el concepto y las características de las operaciones financieras.
- Identificar las distintas modalidades de operaciones financieras.
- Comprender y aplicar el postulado de equivalencia financiera como criterio de equilibrio en toda operación financiera.
- Entender el concepto de saldo financiero y su interpretación económica.
- Aprender a determinar el saldo financiero de una operación.

SUMARIO

2.1. Operaciones financieras: concepto y características.
2.2. Clasificación de las operaciones financieras.
2.3. Postulado de equivalencia financiera.
2.4. Saldo financiero.
2.5. Ejercicios y problemas resueltos.
2.6. Ejercicios y problemas propuestos.

2.1. OPERACIONES FINANCIERAS: CONCEPTO Y CARACTERÍSTICAS

Cualquier sujeto económico puede disponer en un determinado momento de recursos financieros y decidir invertirlos para obtener unos rendimientos futuros. De esta forma entrega un cierto capital financiero, que recuperará en el futuro conjuntamente con los rendimientos que el mismo le produzca. Por ejemplo, adquiere un piso por importe de 120.000 €, y lo vende al cabo de 4 años por 145.000 €. Podemos señalar que la operación ha supuesto intercambiar el capital financiero (120.000,0) por el capital (145.000,4). También cualquier sujeto puede solicitar préstamos con el fin de disponer de liquidez para atender sus necesidades de consumo y/o inversión. De esta forma, dicho sujeto percibe un capital financiero que se obliga a devolver en el futuro, además de pagar una determinada cuantía por su utilización. Por ejemplo, le prestan 60.000 €, que se obliga a devolver mediante dos pagos con vencimiento dentro de un año y dentro de dos, por importes respectivos de 35.000 y 31.000 euros. La operación ha supuesto intercambiar el capital financiero (60.000,0) por los capitales (35.000,1) y (31.000,2).

Las dos operaciones anteriores han supuesto intercambiar capitales financieros de distintos vencimientos. En general, en la actividad económica se llevan a cabo intercambios de capitales financieros, cediendo unos en determinados momentos y percibiendo otros en momentos distintos. Tales intercambios de capitales financieros con distintos vencimientos constituyen operaciones financieras.

En general, constituye una operación financiera[1] **«toda acción que intercambia o sustituye unos capitales financieros por otros de distintos vencimientos; o más abreviadamente, todo cambio no simultáneo de capitales».**

[1] Gil Peláez (1987: 25).

© Ediciones Pirámide

Los intercambios de capitales financieros no se realizan de forma arbitraria, sino que es preciso señalar un criterio financiero de valoración de tales capitales. Por ello podemos entender por operación financiera[2] **«todo intercambio de capitales financieros que se realiza de acuerdo con un criterio financiero de valoración».**

En consecuencia, es necesario destacar que en toda operación financiera ha de transcurrir cierto tiempo entre los vencimientos de los capitales financieros que la constituyen, lo que implica la no simultaneidad de los intercambios. Así, por ejemplo, una operación de compraventa al contado no constituye una operación financiera en el sentido aquí expuesto, pues se trata de un intercambio de capitales con idéntico vencimiento. En cambio, constituye una operación financiera la compraventa con pago inicial de una parte del precio y el resto de forma aplazada, ya que se produce un intercambio de capitales financieros con distintos vencimientos.

Teniendo en cuenta el concepto de capital financiero, también podemos señalar que[3] **«en la vida real la operación financiera se presenta como un cambio no simultáneo de bienes económicos, efectuado entre dos personas naturales o jurídicas».**

De acuerdo con lo expuesto, en toda operación financiera intervienen sujetos económicos que intercambian capitales financieros con distintos vencimientos. Por ello, podemos señalar como **características fundamentales** de toda operación financiera las siguientes:

a) **Sujetos económicos** que intervienen en la operación. En toda operación financiera intervienen dos partes (personas físicas o jurídicas), que son los elementos subjetivos. La persona que inicia la operación entregando el primer capital se denomina **acreedor inicial o prestamista.** El otro sujeto, es decir, el que recibe el primer capital, se llama **deudor inicial o prestatario.**

b) **Dos conjuntos de capitales financieros que se intercambian,** denominados **prestación** y **contraprestación,** que constituyen los elementos objetivos. La prestación está formada por todos los capitales que se compromete a entregar la parte que inicia la operación (el acreedor inicial o prestamista). En cambio, la contraprestación la integra el conjunto de capitales que se compromete a entregar el deudor inicial o prestatario. En general:

$$\text{Prestación: } \{(C_1, t_1), (C_2, t_2), ..., (C_m, t_m)\}$$

$$\text{Contraprestación: } \{(C'_1, t'_1), (C'_2, t'_2), ..., (C'_n, t'_n)\}$$

[2] Meneu et al. (1994: 11).
[3] Gil Peláez (1987: 47).

© Ediciones Pirámide

Conforme a lo señalado, como el primer capital pertenece a la prestación, ha de ser $t_1 < t'_1$, mientras que el último capital puede pertenecer a la prestación, siendo $t_m > t'_n$, o bien a la contraprestación, verificándose $t_m < t'_n$.

c) **Duración de la operación.** El vencimiento del primer capital constituye el **origen** de la operación, mientras que el vencimiento del último es el **final** de la misma. El tiempo que transcurre entre el origen y el final se denomina **duración** de la operación. Tal y como hemos señalado, el primer capital forma parte del conjunto prestación, mientras que el último capital pertenecerá a la prestación o a la contraprestación. En la hipótesis de que el último capital pertenezca a la contraprestación, podemos representar gráficamente una operación financiera de la siguiente forma:

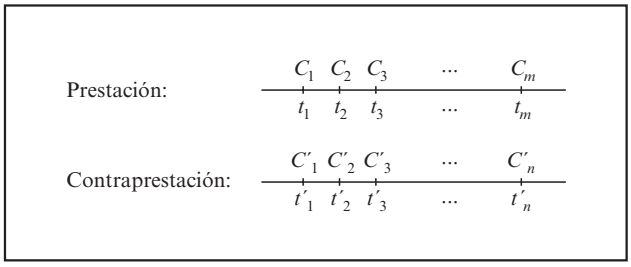


Figura 2.1.

En el gráfico anterior, el origen es el punto t_1, mientras que el final es el t'_n. La duración es la diferencia $t'_n - t_1$.

d) **Ley financiera de valoración.** El acuerdo de intercambio de capitales financieros que realizan los sujetos de la operación debe efectuarse pactando un criterio financiero de valoración.

Según lo expuesto, una operación financiera supone para cada uno de sus sujetos la entrega de un conjunto de capitales financieros o conjunto de pagos, para recibir otro conjunto de capitales o conjunto de cobros. El acreedor inicial o prestamista comienza la operación efectuando un pago, y el conjunto de todos los que realiza, que son cobros para el otro sujeto, constituye la prestación de la operación. En cambio, el deudor inicial recibe el primer cobro, y el conjunto de todos los pagos que se compromete a realizar, que serán cobros para el otro sujeto, se llama contraprestación. Dicho de otro modo, la prestación está formada por el conjunto de capitales financieros en el que está el primer capital que se intercambia, siendo el otro conjunto de capitales la contraprestación.

© Ediciones Pirámide

En consecuencia, dos sujetos económicos llevarán a cabo una operación financiera estableciendo un acuerdo sobre las cuantías y los vencimientos de los capitales a intercambiar, y fijando el criterio financiero mediante el cual se valoran tales capitales. Acordar el criterio financiero de valoración implica definir la ley concreta de valoración, así como el punto p de aplicación de la misma.

2.2. CLASIFICACIÓN DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS

De entre los diversos criterios que se pueden utilizar para clasificar las operaciones financieras, vamos a destacar los siguientes:

a) Por el **número de capitales** que intervienen se distingue entre **operaciones elementales o simples** y **operaciones compuestas.** Cuando hay un solo capital tanto en la prestación como en la contraprestación, la operación es simple; por ejemplo, el descuento bancario de una letra, por el que el prestatario recibe una cuantía en un determinado momento, debiendo satisfacer otra con posterioridad.

Cuando hay varios capitales en la prestación y/o en la contraprestación, la operación es compuesta. En estas operaciones se puede distinguir entre operaciones de amortización, operaciones de constitución y operaciones doblemente compuestas.

En las operaciones compuestas de amortización, la prestación está integrada por un solo capital y por varios en la contraprestación. Por ejemplo, un préstamo por el cual el deudor inicial recibe una cuantía de dinero, comprometiéndose a abonar diversas cantidades en el futuro. Si bien la mayoría de las operaciones de amortización son de contraprestación múltiple, también se contratan operaciones de amortización simples. Por ejemplo, un préstamo por el cual el deudor inicial recibe una determinada cantidad de dinero, comprometiéndose a abonar como contraprestación una sola cuantía en una fecha futura.

En las operaciones compuestas de constitución, la prestación está integrada por varios capitales y la contraprestación sólo por uno. Por ejemplo, una cuenta de ahorro vivienda en la cual se van depositando cuantías en una entidad de crédito para disponer de su suma financiera transcurrido un cierto tiempo. Aunque la gran mayoría de operaciones de constitución lo son de prestación múltiple y contraprestación única, también se pueden pactar operaciones con el calificativo de constitución, por las que se entrega un solo capital para recibir en el futuro otro equivalente.

Las operaciones doblemente compuestas están integradas por varios capitales tanto en la prestación como en la contraprestación. Un ejemplo es el de una cuenta bancaria de crédito, por la cual el deudor va disponiendo de cuantías que le

© Ediciones Pirámide

presta una entidad de crédito, y también va realizando aportaciones a dicha cuenta a fin de disminuir su deuda.

En cualquier caso, lo que interesa de una operación financiera, según el número de capitales que la integran, no es el nombre que se le dé (de amortización o de constitución), sino la distribución temporal de los compromisos que las partes contraen.

b) Por la **forma de definición,** se distingue entre operaciones predeterminadas y operaciones posdeterminadas. Cuando desde el momento inicial se conocen las cuantías de todos los capitales y sus vencimientos, la operación es **predeterminada;** por ejemplo, una imposición a plazo fijo, por la que un cliente de una entidad financiera entrega a ésta una cuantía que la misma se compromete a devolver, mediante un capital financiero equivalente, en un vencimiento futuro previamente establecido.

Cuando algunas de las cuantías de los capitales o sus vencimientos sólo pueden conocerse una vez finalice la operación, la misma se denomina **posdeterminada.** Por ejemplo, una operación de préstamo en la que las cuantías que ha de pagar el deudor inicial son desconocidas, fijándose las mismas en función de la evolución de algún índice.

c) Por el **tipo de criterio financiero,** se distingue entre operaciones de descuento, operaciones de capitalización y operaciones mixtas. En las **operaciones de descuento** la ley financiera pactada es una ley de descuento, por lo que el punto p de aplicación de la misma es igual o anterior al primer vencimiento. Si la ley pactada es **de capitalización,** también lo es la operación, siendo el punto p igual o posterior al último vencimiento. Y es **mixta** cuando una parte de la operación se valora con un criterio de capitalización, mientras que la otra parte se valora con un criterio de descuento, por lo que el punto p está situado entre el primer vencimiento y el último.

2.3. POSTULADO DE EQUIVALENCIA FINANCIERA

Supongamos dos sujetos económicos que desean llevar a cabo entre sí una operación financiera, es decir, intercambiarse dos conjuntos de capitales financieros. Una de las cuestiones que se plantearán es la siguiente: ¿cuáles son las condiciones que deben verificar ambos conjuntos para poderlos intercambiar?

Una de las condiciones es que los compromisos de ambos sujetos, plasmados en los capitales financieros que integran los conjuntos a intercambiar, sean financieramente equivalentes; o lo que es lo mismo, ha de existir un equilibrio bilateral entre sus compromisos. Por tanto, una vez acordado el criterio financiero de valoración, lo que entrega una de las partes ha de ser financie-

© Ediciones Pirámide

ramente equivalente a lo que entrega la otra. En consecuencia, los conjuntos prestación y contraprestación han de ser equivalentes, de modo que sus correspondientes capitales suma en un mismo momento del tiempo tendrán idéntico valor.

Todo lo expuesto queda sintetizado en el *postulado* o *principio de equivalencia financiera:* **en toda operación financiera ha de verificarse la equivalencia entre el conjunto de capitales de la prestación y el conjunto de capitales de la contraprestación, de acuerdo con un criterio financiero de valoración.** Por tanto, fijado un criterio financiero de valoración, en cualquier momento del tiempo de duración de la operación la suma financiera de los capitales de la prestación ha de coincidir con la suma financiera de los capitales de la contraprestación: $S = S'$, siendo S la suma financiera en un punto de todos los capitales de la prestación, y S' la suma financiera en el mismo punto de todos los capitales de la contraprestación.

La igualdad de sumas financieras se puede plantear en cualquier momento del tiempo, siendo, no obstante, más sencillo plantearla en el origen de la operación, en el punto p o en el final de la misma, según la operación.

Ejercicio 2.1

Las personas A y B acuerdan realizar la operación financiera definida por los conjuntos siguientes:

A entrega los capitales: {(80.000,0); (50.000,3)}

B entrega los capitales: {(40.000,1); (20.000,4); (X, 7)}

Sabiendo que la ley de valoración pactada es $L(t; p) = 1 + 0{,}05(p - t)$, $p = 8$, calcular el valor de X.

Resolución

De acuerdo con el postulado de equivalencia financiera, los dos conjuntos de capitales que definen las obligaciones de las partes han de ser equivalentes; es decir, fijado un momento del tiempo, la suma financiera de los capitales del conjunto prestación, formado por los capitales que entrega A, ha de coincidir con la suma financiera de los capitales del conjunto contraprestación, formado por los capitales que entrega B. Si planteamos la igualdad de sumas, por ejemplo en 8 tenemos:

$$(S, 8) = (80.000,0) + (50.000,3)$$

$$(S', 8) = (40.000,1) + (20.000,4) + (X, 7)$$

© Ediciones Pirámide

Teniendo en cuenta el concepto de suma financiera:

$$S[1 + 0{,}05(8 - 8)] = 80.000[1 + 0{,}05(8 - 0)] + 50.000[1 + 0{,}05(8 - 3)]$$

$$S'[1 + 0{,}05(8 - 8)] = 40.000[1 + 0{,}05(8 - 1)] + 20.000[1 + 0{,}05(8 - 4)] + X[1 + \\ + 0{,}05(8 - 7)]$$

Como $S = S'$, queda:

$$80.000[1 + 0{,}05(8 - 0)] + 50.000[1 + 0{,}05(8 - 3)] = 40.000[1 + 0{,}05(8 - 1)] + \\ + 20.000[1 + 0{,}05(8 - 4)] + X[1 + 0{,}05(8 - 7)] \Rightarrow X = 91.904{,}76$$

EJERCICIO 2.2

Una operación financiera se valora con la siguiente ley: $A(t; p) = 1 - 0{,}08(t - p)$, $p = 0$, siendo los capitales de la misma:

Prestación: {(500.000,0)}

Contraprestación: {(100.000,1); (X, 3)}

Determinar la cuantía X.

Resolución

Planteamos la equivalencia financiera en el origen:

$$500.000 = 100.000[1 - 0{,}08(1 - 0)] + X[1 - 0{,}08(3 - 0)] \Rightarrow X = 536.842{,}11$$

2.4. SALDO FINANCIERO

Hemos señalado que en cualquier operación financiera los compromisos de las partes han de ser equivalentes. Si no lo fuesen, los sujetos de la misma no estarían dispuestos a realizarla. Ahora bien, dichos sujetos van entregando y recibiendo capitales a lo largo de la duración de la operación, pero en cualquier momento antes del vencimiento cualquiera de los sujetos habrá entregado, en valor financiero en dicho momento, más de lo recibido, siendo importante determinar el valor de cuánto le falta por recibir. Para ello se introduce el concepto de saldo financiero o **reserva matemática** de una operación financiera.

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 2.3

Una operación financiera se valora con la ley $L(t; p) = 1 + 0{,}03(p - t)$, $p = 10$. Los capitales que la integran son:

$$\text{Prestación: } \{(400.000,0); (200.000,1)\}$$

$$\text{Contraprestación: } \{(100.000,3); (100.000,4); (150.000,6); (X, 7)\}$$

Determinar el valor de X y el saldo de la operación en el punto 5.

Resolución

Para determinar X aplicamos el postulado de equivalencia financiera en 10. La ecuación de equivalencia es:

$$400.000[1 + 0{,}03(10 - 0)] + 200.000[1 + 0{,}03(10 - 1)] = 100.000[1 + 0{,}03(10 - 3)] + 100.000[1 + 0{,}03(10 - 4)] + 150.000[1 + 0{,}03(10 - 6)] + X[1 + 0{,}03(10 - 7)] \Rightarrow X = 336.697{,}25$$

Hasta el momento 5 los sujetos se han intercambiado los capitales correspondientes. Nos planteamos la siguiente cuestión: ¿cuánto vale en 5 lo que ha entregado cada sujeto? Para responder, calculamos la suma financiera en dicho punto de los capitales ya entregados. Denominando $(S_1, 5)$ a la suma financiera en 5 de los capitales con vencimiento igual o anterior a 5 que forman parte de la prestación, y $(S_1', 5)$ a la correspondiente suma de los de la contraprestación, tenemos:

$$(S_1, 5) = (400.000,0) + (200.000,1)$$

$$(S_1', 5) = (100.000,3) + (100.000,4)$$

Y de acuerdo con el concepto de suma financiera se tiene:

$$S_1[1 + 0{,}03(10 - 5)] = 400.000[1 + 0{,}03(10 - 0)] + 200.000[1 + 0{,}03(10 - 1)]$$

$$S_1'[1 + 0{,}03(10 - 5)] = 100.000[1 + 0{,}03(10 - 3)] + 100.000[1 + 0{,}03(10 - 4)]$$

$$S_1 = 673.043{,}48; \quad S_1' = 207.826{,}09$$

La diferencia entre el valor financiero en 5 de lo que un sujeto ha entregado y lo que ha recibido constituye el saldo financiero o reserva matemática de la operación en 5:

$$R_5 = S_1 - S_1' = 673.043{,}48 - 207.826{,}09 = 465.217{,}39$$

© Ediciones Pirámide

Veamos el planteamiento general. Supongamos para ello una operación financiera cualquiera y q un momento del intervalo temporal de duración de la misma. Por el postulado de equivalencia financiera se verifica en q la igualdad entre el valor financiero del conjunto de capitales de la prestación y el valor financiero de los capitales de la contraprestación: $S = S'$.

Podemos descomponer las sumas anteriores en dos sumandos, recogiendo el primero la suma de los capitales vencidos hasta q, y el segundo la de los capitales con vencimientos posteriores a q:

$$\left.\begin{array}{l} S = S_1 + S_2 \\ S' = S'_1 + S'_2 \end{array}\right\} \Rightarrow S_1 + S_2 = S'_1 + S'_2 \Rightarrow S_1 - S'_1 = S'_2 - S_2$$

siendo:

- S_1: suma financiera en q de los capitales de la prestación con vencimiento igual o anterior a q, o, lo que es lo mismo, suma financiera en q de la prestación pasada o vencida.
- S_2: suma financiera en q de los capitales de la prestación con vencimiento posterior a q, o, lo que es lo mismo, suma financiera en q de la prestación futura o pendiente de vencimiento.
- S'_1: suma financiera en q de los capitales de la contraprestación con vencimiento igual o anterior a q, o sea, suma financiera en q de la contraprestación pasada o vencida.
- S'_2: suma financiera en q de los capitales de la contraprestación con vencimiento posterior a q, o sea, suma financiera en q de la contraprestación futura o pendiente de vencimiento.

Gráficamente, tenemos:

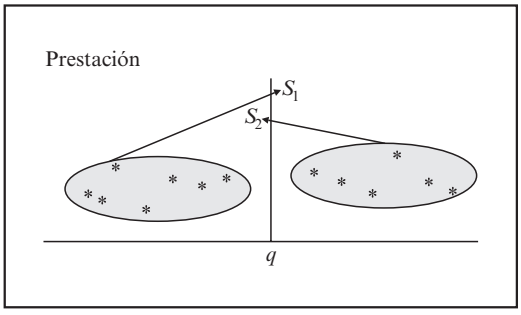


Figura 2.2.

© Ediciones Pirámide

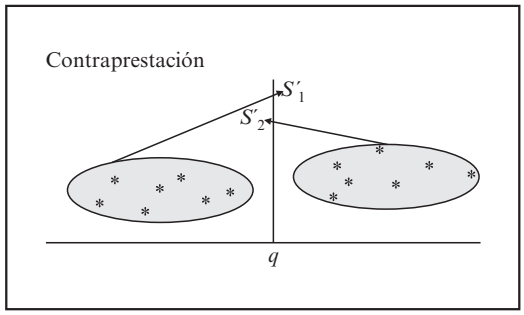


Figura 2.3.

Hemos visto que se verifica $S_1 - S_1' = S_2' - S_2$. Estas diferencias nos permiten introducir el concepto de saldo financiero o reserva matemática. Así, el saldo financiero en q o reserva matemática en q nos indica la diferencia, valorada en dicho punto, entre las cuantías de los capitales equivalentes en q a la prestación y contraprestación pasadas. También nos indica la diferencia de los capitales equivalentes en q a la contraprestación y prestación futuras:

$$R_q = S_1 - S_1' = S_2' - S_2$$

Por tanto, **el saldo financiero o reserva matemática es el capital que mide, en un determinado momento, la diferencia financiera entre los compromisos ya cumplidos por las partes, o entre los que faltan por cumplir.**

De la ecuación anterior se deduce que el mismo se puede calcular por dos métodos, los cuales obviamente conducen al mismo resultado:

a) **Método retrospectivo:** diferencia financiera entre los compromisos pasados o vencidos: $R_q = S_1 - S_1'$.

b) **Método prospectivo:** diferencia financiera entre los compromisos futuros o pendientes de vencimiento: $R_q = S_2' - S_2$.

EJERCICIO 2.4

Determinada operación financiera se pacta con el criterio de valoración siguiente: $A(t; p) = 1 - 0{,}02(t - p)$, $p = 0$. Los capitales que la integran son:

Prestación: {(20.000,0); (10.000,6)}

Contraprestación: {(5.000,2)}; (6.000,3); (7.000,5); (X, 9)}

Determinar por ambos métodos el saldo en 4.

© Ediciones Pirámide

Resolución

Calculamos en primer lugar el valor de X. Para ello planteamos la ecuación de equivalencia financiera en el origen:

$$20.000 + 10.000(1 - 0{,}02 \times 6) = 5.000(1 - 0{,}02 \times 2) + 6.000(1 - 0{,}02 \times 3) +$$
$$+ 7.000(1 - 0{,}02 \times 5) + X(1 - 0{,}02 \times 9) \Rightarrow X = 14.707{,}32$$

a) Saldo por el método retrospectivo. Para ello calculamos la suma en 4 de los capitales cuyo vencimiento es anterior a dicho punto:

$$(S_1, 4) = (20.000{,}0)$$

$$(S_1', 4) = (5.000{,}2) + (6.000{,}3)$$

Y en consecuencia, se verifica:

$$S_1(1 - 0{,}02 \times 4) = 20.000 \Rightarrow S_1 = 21.739{,}13$$

$$S_1'(1 - 0{,}02 \times 4) = 5.000(1 - 0{,}02 \times 2) + 6.000(1 - 0{,}02 \times 3) \Rightarrow S_1' = 11.347{,}83$$

$$R_4 = S_1 - S_1' = 21.739{,}13 - 11.347{,}83 = 10.391{,}30$$

b) Saldo por el método prospectivo. Calculamos la suma en 4 de los capitales cuyo vencimiento es posterior a dicho momento:

$$(S_2, 4) = (10.000{,}6)$$

$$(S_2', 4) = (7.000{,}5) + (14.707{,}32; 9)$$

Realizando las operaciones correspondientes obtenemos:

$$S_2(1 - 0{,}02 \times 4) = 10.000(1 - 0{,}02 \times 6) \Rightarrow S_2 = 9.565{,}22$$

$$S_2'(1 - 0{,}02 \times 4) = 7.000(1 - 0{,}02 \times 5) + 14.707{,}32(1 - 0{,}02 \times 9) \Rightarrow S_2' = 19.956{,}52$$

$$R_4 = S_2' - S_2 = 19.956{,}52 - 9.565{,}22 = 10.391{,}30$$

Vemos que, efectivamente, por ambos métodos el saldo o reserva matemática en 4 tiene idéntico valor: 10.391,30. La cuantía del saldo nos indica el valor en 4 de lo que el prestamista ha entregado en exceso sobre lo que ha recibido.

En general, si en el momento q se fuese a cancelar la operación financiera, de acuerdo con el mismo criterio financiero pactado inicialmente, como los capitales

© Ediciones Pirámide