

Alexis Brès | Léo Quentin

L'ORAL DE PHYSIQUE AUX CONCOURS DES ENS ET DE POLYTECHNIQUE

PC-MP-MPI-PSI

ANNALES CORRIGÉES

2^e édition

DUNOD

l'intel

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

Préface

Léo Quentin fut mon étudiant il y a quelques années en PC* au lycée Saint-Louis. Il a ensuite été pendant plusieurs années interrogateur dans ma classe (« colleur » dans le langage des prépas). C'est avec plaisir que je le vois maintenant, en compagnie d'Alexis Brès, partager son expérience avec un plus large public.

C'est en physiciens qu'ils présentent des sujets d'oral parmi les plus récents posés aux concours d'entrée aux Écoles normales supérieures et à l'École polytechnique, associée à l'E.S.P.C.I pour la filière PC. Ils ont su allier l'analyse physique à un indispensable aspect technique, sans lequel il est impossible de pousser la compréhension des phénomènes étudiés à un niveau satisfaisant.

Un certain nombre de ces exercices a été proposé par Léo Quentin à mes étudiants lors de séances d'oraux blancs ces dernières années. Les conseils qu'il leur a donnés à ce moment-là sur l'attitude à adopter en face d'un problème difficile et d'énoncé parfois succinct ont été précieux.

Cet ouvrage s'adresse bien sûr aux meilleurs étudiants de C.P.G.E mais également à tout étudiant intéressé par les Sciences Physiques, ainsi qu'aux candidats à l'Agrégation. La lecture active de ce livre leur donnera sans aucun doute un complément de formation précieux qui les guidera vers la réussite.

Marie-Noëlle Sanz

Professeur de Physique en PC* au lycée Saint-Louis (Paris)

Table des matières

Avant-propos	5
Introduction : comment traiter un problème de physique ?	7
1 Mécanique	9
1.1 : Mouvement d'une charge dans E et B orthogonaux - X (★)	9
1.2 : Écoulement d'un milieu granulaire - X (★)	11
1.3 : Drôle de corde - Ulm (★)	12
1.4 : Force centrale répulsive - X (★)	14
1.5 : Une fourmi sur un élastique - X (★)	17
1.6 : Dipôle dans un plan - X (★★)	19
1.7 : Le pendule dans tous ses états - X (★★)	23
1.8 : Force centrale et mouvement circulaire excentré - X (★★)	28
1.9 : Température du Soleil - X (★★)	30
1.10 : Cordes de piano couplées - Ulm (★★)	32
1.11 : Corde sur un plan incliné - X (★★)	37
1.12 : Cylindres en contact - X (★★)	39
1.13 : Comment retenir un bateau - X (★★)	46
1.14 : Casse d'une cheminée - X (★★★)	48
1.15 : Autour d'une trajectoire circulaire - X (★★★)	52
1.16 : Rotation synchrone de la Lune - Ulm (★★★)	59
2 Ondes	68
2.1 : Onde dans une suite de compartiments - X (★)	68
2.2 : Réflexion/transmission d'une OEM sur un conducteur - X (★)	70
2.3 : Ondes émises par un pulsar - X (★)	74
2.4 : Corde vibrante verticale - X/Lyon/Cachan (★★)	76
2.5 : Membrane vibrante - X (★)	81
2.6 : Cristal diatomique - Ulm (★★)	84
2.7 : Le claquement du fouet - Ulm (★★★)	88
3 Thermodynamique et diffusion	93
3.1 : Taille critique d'un mammifère - Lyon/Cachan (★)	93
3.2 : Gaz de photons - X (★)	96
3.3 : Conductivité thermique d'un vide imparfait - Ulm (★)	97
3.4 : Moteur thermique entre sources finies - X (★)	103

3.5 : Gel d'un lac - X (★★)	105
3.6 : Échange entre deux réservoirs - X (★★)	108
3.7 : Glaçon sur un plan incliné - Lyon/Cachan (★★)	112
3.8 : Entendre la température - Ulm (★★)	115
3.9 : Caléfaction 1 - X (★★)	121
3.10 : Équation de la diffusion en dimension n - Ulm (★★★)	125
3.11 : Machine thermique à trois sources - X (★★★)	128
3.12 : Un drôle de frigo... - Ulm (★★★)	131
4 Mécanique des fluides	136
4.1 : Écoulement autour d'une sphère - X (★)	136
4.2 : Pommeau de douche - X (★)	140
4.3 : Réflexion d'une onde sur un fluide en déplacement - X (★★)	144
4.4 : Cavitation - Ulm (★★)	149
4.5 : Dérive des icebergs - Ulm (★★)	152
4.6 : Caléfaction 2 - Ulm (★★)	157
4.7 : Ondes de surface - X (★★)	163
4.8 : Le son des bulles - Ulm (★★★)	167
5 Électromagnétisme	177
5.1 : Piège de Penning - Lyon/Cachan (★)	177
5.2 : Conductivités thermique et électrique - Lyon-Cachan (★★)	179
5.3 : Condensateur électrolytique - Lyon/Cachan (★★)	181
5.4 : Diode à vide - Ulm (★★)	184
5.5 : Sphère chargée dans l'air - X (★★)	188
5.6 : Magnétorésistance - Ulm (★★)	191
5.7 : Particule dans un champ B instationnaire - X (★★★)	196
5.8 : Ondes gravitationnelles - Ulm (★★★)	200
6 Optique	205
6.1 : Arc-en-ciel - Lyon/Cachan (★★)	205
6.2 : Cavity optique - Ulm (★★★)	208
7 Mécanique quantique et physique statistique	214
7.1 : Cristal périodique à une dimension - X (★★)	214
7.2 : Oscillateur harmonique - X (★★)	217
7.3 : Puits quantique variable - Ulm (★★)	223
7.4 : Modèle de capacité calorifique - X (★★★)	229
Annexe - Résolution des équations différentielles courantes	232
Index	237

Avant-propos

Cet ouvrage regroupe une sélection d'exercices de physique posés aux oraux des concours d'entrée des Écoles normales supérieures et de l'École polytechnique. Tous les exercices sélectionnés sont compatibles avec le changement de programme de 2021, et reflètent dans la mesure du possible la diversité des thèmes abordés durant ces oraux.

Les motivations qui nous ont amenés à rédiger cet ouvrage sont multiples :

- Nous avons d'abord voulu démythifier le déroulement d'un oral aussi sélectif. Très souvent, la rumeur propage des sujets impossibles, souvent minimalistes, résumés en une phrase courte, devant un examinateur qui n'interagit que peu ou pas avec le candidat. Notre but est de montrer qu'un sujet d'oral est au contraire l'occasion d'une discussion réelle entre le candidat et l'examinateur, qui cherche avant tout à éprouver la robustesse des connaissances de celui-ci, mais également à tester son inventivité et sa capacité à réagir face à l'inconnu. Les situations proposées lors de ces oraux sont parfois éloignées de situations de cours « classiques », et l'examinateur attend alors du candidat qu'il fasse preuve de discernement. Savoir quand il doit trouver un chemin original, ou au contraire quand il peut mimer un raisonnement déjà vu. Par ailleurs, le candidat ne devra jamais perdre de vue que, bien que déstabilisants, les sujets ne sont jamais rigoureusement hors de portée : la physique nécessaire à leur résolution est bien celle attendue d'un élève sortant de Maths Spé. Si des notions hors programmes doivent servir, elles seront amenées par l'examinateur.
- Il y a ensuite la volonté de rendre ces oraux si spécifiques accessibles à tous. En effet, nous regrettons que trop d'élèves de CPGE ne puissent pas bénéficier d'annales accumulées par d'anciens membres de leur lycée. La démocratisation de l'accès à ces sujets nous semble indispensable à l'égalité des chances aux oraux de ces grandes écoles. En proposer des corrigés permet, selon nous, d'exhiber un certain nombre de techniques et de raisonnements, là encore souvent peu popularisés au sein de toutes les classes préparatoires.
- Enfin, au-delà de la difficulté conceptuelle de ces exercices, nous pensons que la technicité qu'ils offrent peut permettre à un étudiant de synthétiser les connaissances et réflexes mathématiques qu'il est nécessaire d'acquérir face à un problème de physique. Ce qui fait la force d'un candidat face à un problème, au-delà des connaissances qu'il a pu acquérir, c'est également sa capacité à « tenter des choses » menant à la résolution. Séparer les variables d'espace et de temps, se placer dans un référentiel adapté, faire un bilan sur un sous-système plus simple, utiliser des théorèmes énergétiques... Ces techniques peuvent servir

face à tout type de problème, et les exercices originaux présents dans cet ouvrage permettent de se rompre à leur utilisation.

On trouvera en introduction des conseils sur l'attitude et les réflexes à avoir lors de la résolution d'un problème original. Plus qu'un guide de conduite, ces quelques recommandations permettent d'embrasser la physique du problème sans nécessairement se jeter à corps perdu dans la modélisation et les calculs.

Les exercices ont été regroupés selon les grands domaines de la physique au programme des classes préparatoires. Pour certains, une telle catégorisation est illusoire, le lecteur averti s'en rendra bien compte. À chaque fois, à la suite de l'énoncé du problème, nous proposons une courte présentation introductive. Celle-ci est parfois suivie d'un encadré donnant une liste d'indications que le lecteur pourra choisir de suivre ou non, selon son degré de pugnacité face à l'exercice. Un corrigé suivant ces indications est ensuite proposé. Il va sans dire que l'originalité du déroulement des oraux des ENS et de l'X (une heure, sans préparation) incite à une discussion entre candidat et examinateur que notre corrigé ne saurait reproduire. Au maximum, nous avons essayé d'indiquer quand nous supposons qu'à tel ou tel moment l'examineur interviendrait pour une piste, une formule ou un conseil.

Dans cette nouvelle édition, nous proposons une classification par niveau de difficulté, matérialisé dans les titres des exercices par l'adjonction d'un certain nombre d'étoiles :

- Les exercices « une étoile » sont des exercices déjà difficiles (vu le niveau des concours concernés), mais encore proches du cours ou ne demandant que de courts développements calculatoires. Ce sont parfois des exercices qui seront donnés en guise de complément si le premier exercice a été terminé par le candidat.
- Les exercices « deux étoiles » renvoient à des questions parfois plus techniques, pour lesquels un certain recul est nécessaire, ou menant à des développements plus longs.
- Les exercices « trois étoiles » sont (selon les auteurs) des développements techniques très longs, ou sont liés à des concepts délicats et/ou à un recul fort sur les thématiques abordées. Ils ne doivent être regardés que par les candidats les plus ambitieux. Il paraît probable que ces exercices ne soient jamais traités dans leur intégralité lors d'un oral.

Cette classification est bien sûr discutable et les auteurs ne prétendent en rien qu'elle soit absolue.

Cette nouvelle édition est également l'occasion de préciser les filières concernées par tel ou tel type d'exercice. Au début de chaque exercice, après l'énoncé, le lecteur trouvera une ligne décrivant les filières concernées par l'exercice.

Enfin, nous donnons en annexe un « guide pratique » de résolution d'équations différentielles, qui permet parfois d'aller au-delà des formules données par le cours de mathématiques.

Les auteurs

Introduction : comment traiter un problème de physique ?

Si l'énoncé des problèmes d'oraux des grandes écoles s'est tempéré avec le temps, il n'en reste pas moins qu'un candidat n'est jamais à l'abri d'une tournure peu familière et un peu déroutante.

Nous proposons ici quelques grandes lignes devant guider, sinon la résolution, en tout cas l'analyse du problème. Ces dix commandements devront se rappeler à l'esprit du candidat qui souhaite progresser vers la résolution de l'exercice.

1. Ne pas paniquer.

C'est bien sûr la condition *sine qua non*. Bloquer à la simple pensée du « je n'y arriverai jamais » est contre-productive. Un problème de physique peut être plus ou moins complexe et demande à être morcelé. Quoi qu'il en soit, un dialogue même partiel doit s'engager avec l'examineur.

2. Ne pas se précipiter dans la résolution.

Il ne sert à rien de se jeter à corps perdu dans les équations et les modèles sans avoir réfléchi. Dans cet ouvrage, nous proposons systématiquement après l'énoncé du problème un court paragraphe qui résume la question : « Que se passe-t-il ? »

3. Raisonner en ordres de grandeur.

C'est la qualité première du physicien. Lorsqu'on aborde une question de physique, il est bon d'avoir en tête les ordres de grandeur qu'on va manipuler, et ceux auxquels le résultat doit se conformer. Ainsi, comme à l'écrit, il faut toujours être critique vis-à-vis de ses résultats, et être conscient, par exemple, que trouver un diamètre de cheveu en kilomètres n'est pas acceptable.

4. Faire de l'analyse dimensionnelle.

Quand on sèche complètement sur un problème, l'idée la plus simple consiste à faire un peu d'analyse dimensionnelle. Si on demande par exemple de caractériser les ondes sonores se propageant dans un ballon de basket qui rebondit sur le sol, le problème général est très compliqué. Par contre, je peux aisément mettre en évidence une longueur caractéristique $L \sim 10$ cm et utiliser la vitesse du son dans l'air $c \approx 340 \text{ m.s}^{-1}$ pour obtenir une fréquence $f \approx 3,4$ kHz, donc un son assez aigu qui correspond à peu près à la réalité. Ce n'est qu'une étape, mais c'est déjà ça !

5. Faire des graphes, des schémas.

Après deux ans passés à faire de la physique, cela peut vous paraître aberrant de rappeler cette règle. Mais notre expérience des écrits de concours nous l'a confirmé : les candidats font encore trop peu usage de schémas et de dessins pour expliciter leur propos.

Dans la majorité des cas, cela résulte en des erreurs de signe, des confusions dans les notations, des problèmes de projection des vecteurs...

Les graphes permettent également de se représenter rapidement le comportement d'une fonction, ce qui permet de trancher sur la direction à prendre dans la suite de la résolution.

6. Rationnaliser la résolution.

On ne demande pas à un élève sortant de Maths Spé d'utiliser des outils de fin de Licence ou d'entamer une résolution qui nécessiterait plusieurs heures ! Toujours penser que les exercices ont été conçus de manière à être résolus dans un temps raisonnable, avec les connaissances du programme. Donc, quand on modélise un phénomène, il faut se dire : « Est-il pensable que je traite cette situation avec ce que je connais/sans y passer trois heures ? » C'est à ce moment qu'intervient généralement l'analyse des symétries/invariances du problème, qu'on va la plupart du temps « forcer » pour simplifier la résolution : il est bien plus simple d'établir des équations différentielles quand les fonctions ne dépendent que d'une ou deux coordonnées !

7. Simplifier le modèle, mais pas trop.

C'est le pendant de la remarque précédente. S'il est tentant d'utiliser des hypothèses minimales pour obtenir une résolution relativement simple, on peut assez vite passer à côté de la physique du problème en le simplifiant trop. Par exemple, linéariser à outrance des équations peut faire passer à côté de la richesse de la physique non linéaire. Ou encore, négliger la tension de surface dans des problèmes impliquant des interfaces de fluides...

8. Se rapprocher de ce qui est connu.

On le verra dans cet ouvrage : souvent, il est possible de rapprocher un phénomène invoqué dans un problème d'une situation de cours connue. De ce point de vue, le candidat doit être irréprochable sur les connaissances qu'il a acquises pendant deux ans et la mise en œuvre de celles-ci.

À l'inverse, il est important de ne pas chercher à tout prix à coller un exercice de cours sur une situation nouvelle. Les examinateurs de l'X et de l'ENS (avec lesquels nous avons discuté pendant la rédaction de cet ouvrage) se montrent très intéressés par la capacité des candidats à se rendre compte qu'un raisonnement est nouveau, et à construire eux-mêmes une démarche scientifique de résolution.

9. Refuser la technicité au prix de la physique.

Le but d'un oral de physique n'est pas le calcul d'une intégrale particulièrement compliqué, ni de redémontrer la formule du rotationnel en coordonnées sphériques. Si l'examen d'un point du modèle amène à des développements mathématiques sans fin, c'est probablement qu'on a pris une mauvaise direction.

10. Rester fidèle à la base.

Ce n'est pas parce qu'on passe un oral d'Ulm qu'on ne définit pas les référentiels en mécanique, ni parce qu'on est à l'oral de l'X qu'on n'indique pas les systèmes étudiés en thermodynamique. La rigueur acquise dans le cours de physique doit se retrouver dans votre analyse du problème. L'intérêt est double : gagner la confiance de l'examineur, qui sait qu'il a affaire à un candidat sérieux ; en posant clairement les bases d'une résolution de problème, on s'assure de ne pas tomber dans des pièges facilement évitables (par exemple grâce à un choix judicieux des systèmes en mécanique).

Mécanique

Exercice 1.1 : Mouvement d'une charge dans E et B orthogonaux - X (*)

On place, sans vitesse initiale, un objet ponctuel de charge q et de masse m dans un champ électromagnétique uniforme et permanent avec $\vec{E}$ et $\vec{B}$ orthogonaux. Étudier qualitativement puis quantitativement le mouvement.

Dans un deuxième temps, que peut-on dire si $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont parallèles ?

Cet exercice peut être traité dans le cadre de toutes les filières.

Cet exercice vise à présenter la technique relativement classique qui permet de résoudre les équations du mouvement obtenues en présence d'une force impliquant un produit vectoriel avec la vitesse comme la force magnétique, ou de Coriolis.

D'après l'énoncé, on considère un champ électrique $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$ et un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$. Qualitativement, le champ électrique va accélérer la particule dans la direction des x positifs. Le champ magnétique va alors dévier la particule, qui possède désormais une vitesse non nulle, dans la direction des y négatifs. Ce mouvement dans la direction y est d'autant plus grand que la vitesse selon x est grande, et provoque à son tour une déviation vers les x négatifs. Cette déviation va venir contrebalancer l'accélération due au champ électrique, et on s'attend donc à des oscillations dans la direction x . Dans la direction y , l'accélération selon x due au champ électrique va provoquer une dérive, c'est-à-dire que la valeur moyenne de y va augmenter avec le temps, tandis que l'on verra des oscillations comme pour la direction x .

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la particule s'écrit

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (1)$$

On note (x, y, z) les coordonnées de la particule, de telle sorte que les équations du mouvement projetées s'écrivent

$$\begin{cases} m\ddot{x} = q(E_0 + \dot{y}B_0) \\ m\ddot{y} = -q\dot{x}B_0 \\ m\ddot{z} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

On a alors deux équations différentielles linéaires couplées, que l'on peut résoudre en posant $X = x + iy$, où i est l'unité imaginaire. En multipliant la seconde équation par i et en additionnant les équations obtenues, on trouve l'équation vérifiée par X , sous la forme

$$\ddot{X} + i \frac{qB_0}{m} \dot{X} = \frac{qE_0}{m}. \quad (3)$$

Cette équation se résout facilement, et on trouve

$$\dot{X}(t) = -i \frac{E_0}{B_0} + A e^{-i\omega_0 t}, \quad (4)$$

où A est une constante d'intégration et où l'on a posé $\omega_0 = \frac{qB_0}{m}$. À $t = 0$, il n'y a pas de vitesse initiale donc $\dot{X}(0) = 0$, c'est-à-dire que $A = i \frac{E_0}{B_0}$. On peut alors intégrer $\dot{X}$, et on trouve

$$X(t) = -i \frac{E_0}{B_0} t - \frac{mE_0}{qB_0^2} e^{-i\omega_0 t} + \frac{mE_0}{qB_0^2}, \quad (5)$$

où l'on a supposé que $X(0) = 0$. On peut alors facilement revenir à $x(t)$ et $y(t)$ en prenant la partie réelle et la partie imaginaire de $X(t)$, et on trouve

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{mE_0}{qB_0^2} \cos(\omega_0 t) + \frac{mE_0}{qB_0^2} = -\frac{E}{B} \frac{(\cos(\omega_0 t) - 1)}{\omega_0}, \\ y(t) = -\frac{E_0}{B_0} t + \frac{mE_0}{qB_0^2} \sin(\omega_0 t) = \frac{E}{B} \frac{\sin(\omega_0 t) - \omega_0 t}{\omega_0}. \end{cases} \quad (6)$$

On peut alors représenter le mouvement comme dans la figure 1.1.

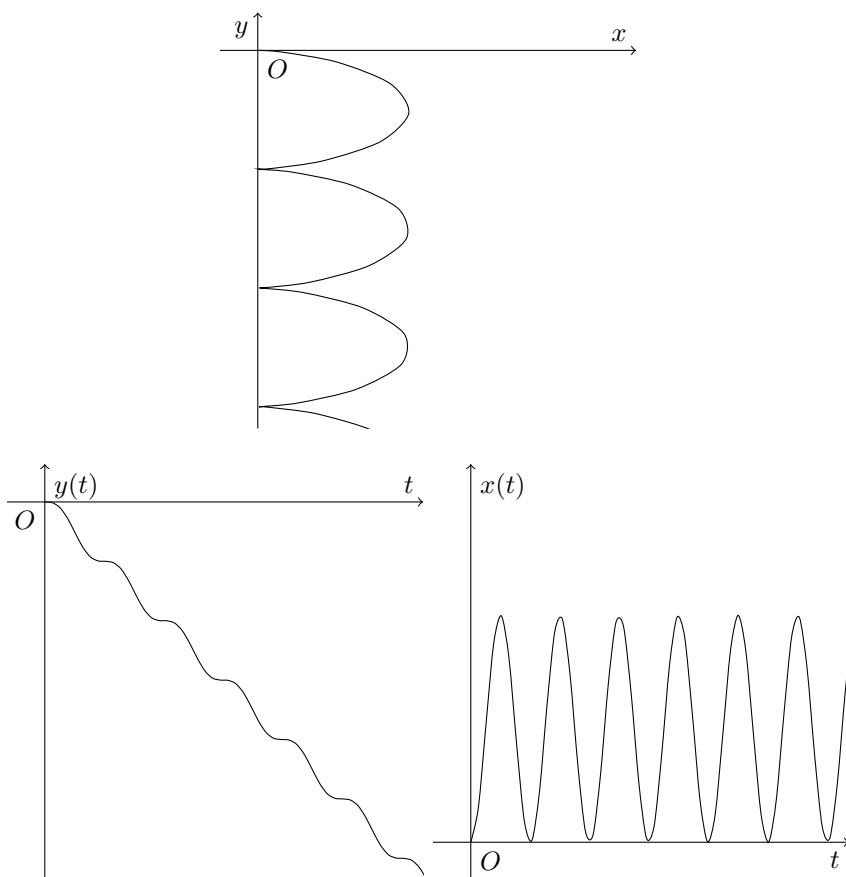


FIGURE 1.1. Trajectoire $y(x)$, courbes $x(t)$ et $y(t)$ ($E_0/B_0 = 1$).