

TOUT EN FICHES

EXERCICES ET MÉTHODES D'

ÉLECTROMAGNÉTISME ET ÉLECTROSTATIQUE

YVES GRANJON

Professeur à l'université de Lorraine

DUNOD

Tout le catalogue sur
www.dunod.com



Illustration de couverture : Aurora © lhatove_inc. Fotolia.com

© Dunod, 2019
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-079517-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos	viii
1 Charges, forces et champs électrostatiques	1
Fiche 1 Notion de charge électrique	1
Fiche 2 Loi de Coulomb	2
Fiche 3 Principe de superposition	3
Fiche 4 Champ électrostatique	3
QCM	5
Vrai ou faux ?.....	8
Exercices	10
2 Distributions de charges	28
Fiche 1 Distribution linéique.....	28
Fiche 2 Distribution surfacique.....	29
Fiche 3 Distribution volumique.....	29
Fiche 4 Champs électriques créés par des distributions de charges.....	30
Fiche 5 Méthodes de calcul.....	32
QCM	33
Vrai ou faux ?.....	36
Exercices	38
3 Potentiel et flux électrostatiques	53
Fiche 1 Propriété du champ électrique.....	53
Fiche 2 Potentiel électrostatique	55
Fiche 3 Calcul du champ créé par des charges ou des distributions	56
Fiche 4 Flux du champ électrique	58
Fiche 5 Théorème de Gauss.....	58

	QCM	61
	Vrai ou faux ?.....	64
	Exercices	66
4	Conducteurs en équilibre	89
	Fiche 1 Équilibre électrostatique dans un conducteur.....	89
	Fiche 2 Théorème de Coulomb	90
	Fiche 3 Capacité d'un conducteur	91
	Fiche 4 Influence électrostatique entre des conducteurs	91
	Fiche 5 Condensateurs	93
	QCM	95
	Vrai ou faux ?.....	98
	Exercices	100
5	Énergie électrostatique	121
	Fiche 1 Énergie d'une charge placée dans un champ électrique....	121
	Fiche 2 Énergie potentielle mutuelle d'un ensemble de charges.....	122
	Fiche 3 Énergie potentielle de conducteurs chargés	123
	Fiche 4 Forces électrostatiques agissant sur un conducteur isolé.....	124
	QCM	126
	Vrai ou faux ?.....	129
	Exercices	131
6	Bases de l'électromagnétisme. Propriétés magnétiques des courants électriques	140
	Fiche 1 Interaction magnétique et champ magnétique	140
	Fiche 2 Force de Laplace et force de Lorentz	141
	Fiche 3 Courant électrique.....	142
	Fiche 4 Champ magnétique créé par des charges en mouvement	143
	QCM	145
	Vrai ou faux ?.....	148
	Exercices	150
7	Champ magnétique créé par un courant	160
	Fiche 1 Loi de Biot et Savart.....	160
	Fiche 2 Champ créé par un circuit quelconque	161
	Fiche 3 Champ créé par un conducteur rectiligne.....	161
	Fiche 4 Distributions de courant.....	162

Fiche 5	Lignes de champ et flux du champ magnétique	163
Fiche 6	Théorème d'Ampère	165
Fiche 7	Potentiel vecteur	166
QCM		168
Vrai ou faux ?		171
Exercices		173
8	Actions d'un champ magnétique sur des conducteurs parcourus par un courant	199
Fiche 1	Forces de Laplace	199
Fiche 2	Moment magnétique	200
Fiche 3	Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit plan	201
QCM		203
Vrai ou faux ?		206
Exercices		208
9	Énergie électromagnétique - Travail des forces électromagnétiques	221
Fiche 1	Énergie potentielle d'interaction	221
Fiche 2	Théorème de Maxwell	222
Fiche 3	Règle du flux maximal.....	223
Fiche 4	Application au calcul des forces magnétiques	223
Fiche 5	Notion d'inductance	224
QCM		226
Vrai ou faux ?		229
Exercices		231
10	Problèmes de synthèse	244
	Énoncés des problèmes	245
	Solutions des problèmes.....	252
	Formulaire mathématique	273
	Index	277

Avant-propos

L'électromagnétisme est la discipline qui s'intéresse aux interactions entre électricité et magnétisme. L'électrostatique est une branche particulière du domaine qui s'intéresse aux charges immobiles.

Cet ouvrage rassemble toutes les notions fondamentales de l'électrostatique et de l'électromagnétisme : de la simple interaction entre charges électriques, jusqu'à l'étude des actions subies par des circuits électriques placés dans un champ magnétique.

Il est structuré en quarante-deux fiches et en neuf chapitres développant chacun un thème particulier. Chaque fiche aborde un principe fondamental, une loi physique ou un théorème particulier. À la fin de chaque chapitre, un QCM permet au lecteur de tester ses connaissances et de valider ses acquis. Un ensemble de questions Vrai/faux complète cet outil d'auto-évaluation. Le lecteur pourra ensuite s'entraîner avec des exercices et des problèmes entièrement corrigés. Les solutions sont présentées dans leurs moindres détails en insistant systématiquement sur les méthodes à assimiler et sur le savoir-faire à acquérir absolument pour être capable de résoudre n'importe quel problème d'électrostatique ou d'électromagnétisme. Chaque chapitre propose des exercices de difficultés variées. Il est conseillé de les aborder dans l'ordre, sans chercher à brûler les étapes en négligeant tel ou tel qui paraît trop facile et sans succomber à la tentation de lire trop rapidement la solution. Par ailleurs, de nombreux exercices nécessitent l'utilisation de résultats des exercices précédents. Certains de ces exercices sont de grands classiques ; d'autres sont plus originaux. Ils ont tous vocation à guider l'étudiant vers la maîtrise des différentes notions et de l'aider à acquérir suffisamment d'aisance pour aborder avec succès des problèmes de plus en plus sophistiqués.

L'électromagnétisme n'est pas une discipline extrêmement compliquée pour qui l'aborde avec rigueur et méthode. Les prérequis mathématiques concernent l'analyse des fonctions réelles, le calcul différentiel et intégral et le calcul vectoriel. Le formulaire situé en annexe à la fin de l'ouvrage regroupe toutes les formules de mathématiques utiles.

Cet ouvrage a été conçu avec le souci constant de rendre l'électromagnétisme accessible au plus grand nombre. Je souhaite que chaque lecteur puisse y trouver les clés de sa réussite.

Charges, forces et champs électrostatiques

1

MOTS CLÉS

Charges électriques ■ loi de Coulomb ■ forces électrostatiques ■ permittivité diélectrique ■ principe de superposition ■ champ électrique

Ce premier chapitre est consacré à l'étude simple de l'interaction électrostatique entre des charges électriques ponctuelles immobiles. Les lois et principes fondamentaux qui y sont étudiés constituent le socle sur lequel nous bâtirons ensuite l'étude plus approfondie de l'ensemble de la discipline de l'électrostatique puis de l'électromagnétisme. On retiendra, quoi qu'il arrive, que le terme électrostatique, par définition, se réfère toujours à des charges immobiles (statiques).

Fiche 1

Notion de charge électrique

L'interaction électrostatique est l'une des quatre interactions (ou forces) fondamentales qui régissent le comportement de la matière. Elle s'exerce entre des particules ou corps chargés électriquement.

Parmi les constituants de la matière, deux particules élémentaires sont naturellement pourvues d'une charge électrique : il s'agit de l'électron, chargé négativement, et du proton, chargé positivement. Les charges de ces particules élémentaires sont :

- Pour l'électron, noté e^- : $-1,6 \times 10^{-19}$ C.
- Pour le proton : $+1,6 \times 10^{-19}$ C.

Le coulomb (C) est l'unité internationale de charge électrique.

Il ne peut exister de charge inférieure en valeur absolue à $1,6 \times 10^{-19}$ C, ce qui fait de la charge de l'électron ou du proton, la charge électrique élémentaire. Toute charge électrique est obligatoirement un multiple entier de cette charge élémentaire.

On peut électriser (ou charger) un objet par divers procédés, par exemple en frottant une règle en plastique avec un tissu. Cette électrisation correspond toujours à l'apport ou à « l'arrachage » d'électrons, qui sont les particules matérielles les plus mobiles. En

chargeant un corps quelconque, deux phénomènes peuvent se produire selon la nature du matériau :

- Soit les charges électriques restent localisées à l'endroit qui correspond à l'électrification ; il s'agit alors d'un matériau isolant.
- Soit les charges migrent et se répartissent à l'intérieur du matériau ; celui-ci est alors conducteur.

L'électrostatique est l'étude des interactions entre corps immobiles chargés électriquement. Dans ce premier chapitre, nous ne considérerons que des objets supposés ponctuels. Dans ce cas, l'interaction ou force électrostatique peut être exprimée de manière très simple.

Fiche 2

Loi de Coulomb

Considérons deux objets ponctuels placés dans le vide en deux points quelconques M et M' et respectivement pourvus des charges Q et Q'. On pose $\overrightarrow{MM'} = \vec{r}$ ou encore, en munissant la droite (MM') d'un vecteur unitaire $\vec{u}$: $\overrightarrow{MM'} = \vec{r} = r\vec{u}$.

L'interaction électrostatique se traduit par l'existence d'une force exercée par M sur M', attractive si les deux charges Q et Q' sont de signes opposés ou répulsive si ces charges sont de mêmes signes. L'expression de cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^2} \vec{u}$$

Avec, dans le système d'unités international : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ qui représente la permittivité diélectrique du vide.

Si l'interaction se produit dans un milieu autre que le vide, non conducteur, homogène et isotrope (matériau appelé diélectrique), on remplace ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ où ϵ_r est la permittivité diélectrique relative du milieu (nombre sans dimension) et ϵ sa permittivité diélectrique absolue (toujours en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$). Pour tous les milieux matériels (en dehors du vide), on a $\epsilon_r > 1$. On a par ailleurs l'habitude de considérer que la permittivité relative de l'air est la même que celle du vide, soit $\epsilon_r = 1$. Ci dessous les valeurs de ϵ_r pour quelques diélectriques usuels :

Air :	1,00058
Paraffine	2,1
Mica	8
Verre	5
Eau	80

Notons que la loi de Coulomb, puisqu'elle exprime la force exercée en M' par la charge située en M, montre bien que cette force est répulsive (positive, donc dirigée selon le vecteur unitaire) si les charges Q et Q' sont de mêmes signes et attractive dans le cas contraire (figure 1.1).

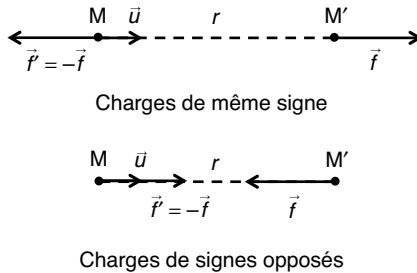


Figure 1.1

Symétriquement, la charge placée en M' exerce sur celle placée en M une force de même intensité, mais qui est toujours de sens opposé :

$$\vec{f}' = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^2} \vec{u}$$

Remarque

La force de Coulomb s'écrit parfois : $\vec{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^3} \vec{r}$ en posant $\vec{r} = r\vec{u}$.

Fiche 3

Principe de superposition

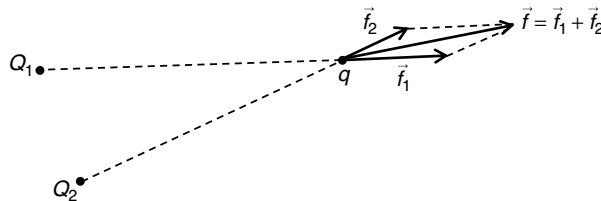


Figure 1.2

La force totale exercée sur un corps de charge q par un ensemble de charges Q_i est égale à la somme des forces exercées individuellement par chacune des charges Q_i . Ce principe est illustré sur la figure 1.2. Pratiquement, cela signifie que lorsqu'on étudie l'interaction entre une charge q d'une part, et un ensemble de charges d'autre part, on effectue la somme vectorielle des forces individuelles exercées sur q par chaque charge.

Fiche 4

Champ électrostatique

Considérons une charge ponctuelle Q_0 placée en un point O de l'espace. Soit une charge q placée à une distance r de O en un point M quelconque. $\vec{u}$ est un vecteur unitaire de l'axe (OM) .

En écrivant : $\vec{f} = q \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0}{r^2} \vec{u}$, on met en évidence que la force en M s'exprime comme le produit de charge q et d'un vecteur dépendant de la charge Q_0 qui exerce la force.

On pose : $\vec{f} = q\vec{E}$, avec $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0}{r^2} \vec{u}$,

Où $\vec{E}$ est le vecteur champ électrostatique créé par Q_0 en M.

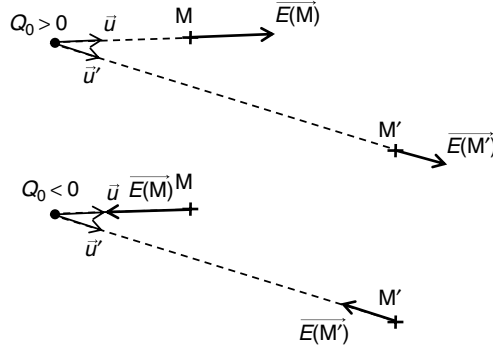


Figure 1.3

Le champ électrostatique (appelé aussi champ électrique) créé en un point M de l'espace par une charge ponctuelle Q_0 placée en O dépend de Q_0 et de la distance OM. Son unité internationale est le volt par mètre ($V \cdot m^{-1}$). Nous justifierons cette unité un peu plus tard.

L'examen de l'expression du vecteur champ montre :

- que ce champ diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de O ;
- que le champ créé par une charge ponctuelle est dirigé vers la charge si cette charge est négative et dans le sens opposé si elle est positive.

La figure 1.3 illustre ces résultats.

Le principe de superposition s'applique évidemment également au vecteur champ électrique. Ainsi, le vecteur champ créé par un ensemble de n charges Q_i en un point M quelconque de l'espace, distant de r_i de chacune des charges, est égal à la somme vectorielle des champs élémentaires créés individuellement en ce point par chaque charge.

Ce principe se résume par la relation suivante :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

La figure 1.4 illustre cette expression avec $n = 3$.

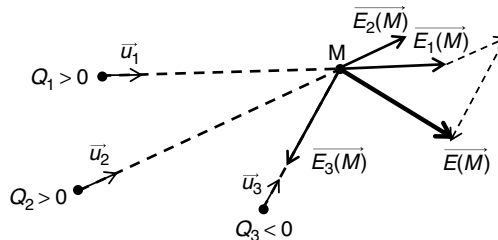


Figure 1.4

Entraînement

QCM

Pour chaque question, plusieurs réponses peuvent être exactes.

1. Une charge électrique :

- ☐ a. Est toujours un multiple entier positif de la charge de l'électron
- ☐ b. Est toujours un multiple entier relatif de la charge du proton
- ☐ c. S'exprime en coulombs
- ☐ d. Est toujours ponctuelle

2. On considère deux charges positives différentes placées en deux points de l'espace à une distance r :

- ☐ a. Elles exercent l'une sur l'autre des forces de répulsion
- ☐ b. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont de sens opposés
- ☐ c. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont proportionnelles à la distance qui les sépare
- ☐ d. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont d'intensités différentes

3. On considère deux charges, l'une négative et l'autre positive, placées en deux points de l'espace à une distance r :

- ☐ a. Elles exercent l'une sur l'autre des forces d'attraction
- ☐ b. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont de sens opposés
- ☐ c. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont proportionnelles à la distance qui les sépare
- ☐ d. Les forces qui s'exercent l'une sur l'autre sont de même intensité

4. La permittivité diélectrique du vide :

- ☐ a. S'exprime en farad par mètre
- ☐ b. Est inférieure à la permittivité électrique de tout autre matériau
- ☐ c. Est égale à $8,854 \times 10^{12}$ U.S.I.
- ☐ d. Varie selon la distance qui sépare des charges en interaction

5. Un champ électrique créé par une charge électrique positive :

- ☐ a. S'exprime en newtons par coulomb
- ☐ b. S'exprime en volts par mètre
- ☐ c. Est d'autant plus intense que l'on s'éloigne de la charge
- ☐ d. Est dirigé vers la charge

- 6.** Deux charges négatives Q_M et Q_P sont placées respectivement en deux points M et P séparé d'une distance r . Le vecteur $\vec{u}$ désigne le vecteur unitaire de la droite (MP), dirigé de P vers M. Soit $\vec{f}$ la force qu'exerce la charge Q_P sur la charge Q_M et $\vec{f}'$ la force qu'exerce la charge Q_M sur la charge Q_P . Lesquelles de ces propositions sont vraies ?
-

- ☐ a. $\vec{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_M Q_P}{r^2} \vec{u}$
- ☐ b. $\vec{f}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_M Q_P}{r^2} \vec{u}$
- ☐ c. $\vec{f}' = -\vec{f}$
- ☐ d. Les forces $\vec{f}$ et $\vec{f}'$ sont des forces d'attraction

- 7.** Dans une région de l'espace où le champ électrique est nul :
-

- ☐ a. Il n'y a aucune charge électrique
- ☐ b. Toutes les charges électriques présentes subissent la même force électrostatique
- ☐ c. Aucune charge présente ne subit de force électrostatique

- 8.** Deux charges Q_A et Q_B sont placées en deux points A et B quelconques de l'espace.
-

- ☐ a. Elles exercent l'une sur l'autre une force qui est égale à la somme des forces qui s'exerceraient individuellement sur elles en présence d'une seule des charges
- ☐ b. Elles créent en tout point de l'espace un champ électrique qui est la somme des champs individuels créés par chacune des deux charges
- ☐ c. Si une charge q est placée à égale distance des deux charges Q_A et Q_B , elle ne subit aucune force électrostatique

Réponses

1. **b et c.** Une charge électrique est toujours multiple entier de la charge élémentaire de l'électron ou du proton mais il s'agit bien d'un multiple entier pouvant être positif ou négatif. La proposition a laisserait supposer qu'il n'existe que des charges négatives. Une charge s'exprime bien toujours en coulombs. La proposition d est fausse car les charges peuvent être portées par des corps non ponctuels, même si ce chapitre ne concerne que les charges ponctuelles.
2. **a et b.** Les charges de mêmes signes exercent toujours l'une sur l'autre des forces de répulsion qui sont de sens opposés. La proposition c est fausse car les forces sont inversement proportionnelles au carré de la distance. Quant à la proposition d, elle est fausse également car l'intensité des deux forces est la même (en valeur absolue).
3. **a, b et d.** Pour des charges de signes différents, il s'agit bien de forces d'attraction qui sont toujours de sens opposés (voir figure 1.1, fiche 2). Leur intensité (en valeur absolue) est la même. La proposition c est fausse car les forces sont inversement proportionnelles au carré de la distance.
4. **a et b.** Le farad par mètre est bien l'unité internationale de permittivité absolue. (Attention la permittivité relative est sans unité. Et c'est bien le vide qui possède la plus petite permittivité, c'est-à-dire 1, étant donné que tous les autres matériaux diélectriques sont caractérisés par une permittivité relative supérieure à 1. Bien noter que $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ F/m. La proposition c est donc fausse. De plus, ϵ_0 est une constante universelle et ne varie en aucun cas.
5. **b.** Le volt par mètre est bien l'unité internationale de champ électrique. Toutefois, la proposition a n'est pas tout à fait fausse. En effet, dans l'expression $\vec{f} = q\vec{E}$, on peut être tenté de considérer que le champ est homogène à une force divisée par une charge. Les réponses c et d, en revanche, sont fausses. Le champ est d'autant plus faible que l'on s'éloigne de la charge et si la charge est positive, le champ n'est pas dirigé vers la charge mais dans le sens opposé.
6. **a et c.** Attention les notations et conventions ne sont pas les mêmes ici que dans la fiche 1. Mieux vaut dessiner un schéma pour être certain de ne pas se tromper (figure 1.5).

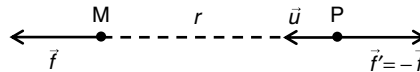


Figure 1.5

7. **c.** Une charge électrique q placée dans un champ électrique nul subit une force électrostatique $\vec{f} = q\vec{E} = q\vec{0} = \vec{0}$.
8. **b.** Il s'agit là de l'énoncé pur et simple du principe de superposition. La proposition a n'a aucun sens. Quant à la proposition c, elle est fausse également : pour ne subir aucune force électrostatique, une charge doit être placée dans un champ nul (voir question précédente). Or il n'y a aucune raison pour que le champ soit nul à équidistance de deux charges.

Entraînement

Vrai ou faux ?

	Vrai	Faux
1. La plus petite charge que peut porter un objet ponctuel est égale à $1,6 \times 10^{-19}$ C.	☐	☐
2. La loi de Coulomb permet de déterminer la direction du champ électrique émanant d'une charge ponctuelle.	☐	☐
3. Dans un matériau isolant, les charges électriques restent immobiles.	☐	☐
4. La force de Coulomb exprimant l'interaction entre deux charges données est plus intense dans le vide que dans tout autre milieu.	☐	☐
5. La force électrique exercée par une charge ponctuelle sur une autre charge ponctuelle est portée par la droite reliant les deux charges.	☐	☐
6. Une charge positive placée en un point quelconque de l'espace crée en tout point de l'espace un champ électrique dirigé vers cette charge.	☐	☐
7. Le champ créé par une charge électrique placée en un point O de l'espace est de même intensité sur une sphère de centre O et de rayon quelconque.	☐	☐
8. L'unité internationale de force électrostatique est le coulomb par mètre.	☐	☐
9. Le principe de superposition s'applique aux forces électrostatiques mais pas aux champs électriques.	☐	☐
10. Deux charges différentes placées en deux points de l'espace M et P créent en tout point de l'espace un champ électrique porté par la droite MP.	☐	☐