MPSI
PTSI

PHYSIQUE CHIMIE

1 DEVOIR CORRIGÉ PAR SEMAINE



avec copies
& corrigés commentés

Raphaël Photopoulos

ellipses

MPSI
PTSI

PHYSIQUE CHIMIE



Raphaël PHOTOPOULOS

Professeur à l'Institut Supérieur des Matériaux du Mans
en cycle ingénieur

Docteur en physique quantique

ellipses

Conception graphique couverture : Nathalie FOULLOY

ISBN 9782340-118164

Dépôt légal : août 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Ce livre est né d'un constat simple, issu de plusieurs années d'enseignement dans l'enseignement supérieur auprès de publics variés d'étudiantes et d'étudiants (université, IUT, classes et cycles préparatoires, puis école d'ingénieurs) : les difficultés rencontrées ne tiennent pas uniquement à des lacunes de connaissances, mais très souvent à une méthode de travail encore fragile, à une lecture imprécise des énoncés ou à une difficulté à structurer un raisonnement scientifique clair et rigoureux.

En classe préparatoire scientifique (CPGE), connaître son cours de physique et de chimie est indispensable, mais ne suffit pas. Il faut apprendre à mobiliser ses connaissances dans des situations nouvelles, à modéliser correctement un problème, à faire des choix justifiés et à les expliquer avec précision. Ces compétences ne s'acquièrent pas par une simple accumulation d'exercices. Elles se construisent par un entraînement régulier, réfléchi et exigeant, au plus près des conditions réelles d'évaluation.

Ces exigences méthodologiques constituent par ailleurs des atouts majeurs bien au-delà de la classe préparatoire. Mon expérience en école d'ingénieurs, en tant que directeur des études d'un parcours formant des ingénieurs Recherche & Développement en matériaux — avec notamment le suivi des élèves-ingénieurs en stage, les visites de sites industriels ou de laboratoires, les échanges réguliers avec les tuteurs en entreprise et les soutenances — m'a conduit à constater que les méthodes de travail, la rigueur scientifique et le savoir-être développés en CPGE constituent des compétences transversales directement mobilisées dans le monde professionnel, dès les premiers stages. Rigueur du raisonnement, maîtrise du calcul, capacité à analyser une situation nouvelle, à structurer une démarche et à communiquer clairement sont au cœur des exigences des concours et, plus largement, des attentes du monde de l'entreprise.

Former à de telles compétences suppose un entraînement régulier, structuré et exigeant. C'est dans cet esprit que s'inscrit cet ouvrage, au sein de la collection *Un devoir corrigé par semaine*. Cette collection propose un cadre de travail structurant, fondé sur la régularité et la progressivité. Les devoirs de cet ouvrage couvrent l'essentiel du programme officiel de physique et de chimie de MPSI et de PTSI. Ils sont conçus pour être réalisés dans un temps limité, sans aide extérieure, dans des conditions proches de celles d'un devoir surveillé.

Les corrigés occupent volontairement une place centrale. Ils ne se limitent pas à fournir des résultats, mais explicitent les raisonnements, les méthodes employées et les choix effectués à chaque étape. Une attention particulière est également portée au calcul littéral, compétence fondamentale parfois négligée, mais pourtant essentielle pour mener un raisonnement jusqu'à son terme, exploiter correctement un modèle et éviter des erreurs conceptuelles masquées par des calculs approximatifs.

Une place importante a également été accordée à la rédaction scientifique, souvent sous-estimée mais pourtant centrale dans l'évaluation. Savoir raisonner ne suffit pas : encore faut-il savoir communiquer clairement ce raisonnement, à l'aide de notations cohérentes, d'hypothèses correctement formulées et d'une structure lisible pour le correcteur.

Enfin, cet ouvrage s'appuie sur une expérience concrète du terrain. Les extraits de copies réelles et les encadrés méthodologiques proposés à certains endroits ont pour objectif de rendre plus explicites des attentes qui restent parfois implicites en CPGE. Ils sont le reflet de situations fréquemment rencontrées en devoir surveillé et des erreurs les plus courantes. C'est aussi l'occasion, pour l'étudiant, de se confronter à la réalité d'une copie. Cet ouvrage s'adresse avant tout aux étudiantes et étudiants de MPSI et de PTSI désireux de progresser durablement, mais également aux enseignants qui souhaitent disposer d'un support d'entraînement structuré et cohérent avec les exigences des concours.

J'espère que ce livre pourra accompagner les lecteurs tout au long de leur année, les aider à gagner en méthode, en rigueur et en confiance, et leur rappeler que la progression en sciences est un processus exigeant mais profondément formateur.

Sommaire

Introduction 7
Index thématique 11

Devoirs

Mécanique

■ Devoir 1 16
■ Devoir 2 18
■ Devoir 3 21
■ Devoir 4 23
■ Devoir 5 26
■ Devoir 6 29
■ Devoir 7 32

Optique et ondes

■ Devoir 8 36
■ Devoir 9 39
■ Devoir 10 41
■ Devoir 11 43
■ Devoir 12 45
■ Devoir 13 49

Signaux et électricité

■ Devoir 14 54
■ Devoir 15 57
■ Devoir 16 59
■ Devoir 17 62
■ Devoir 18 65

Thermodynamique

■ Devoir 19 70
■ Devoir 20 73
■ Devoir 21 76
■ Devoir 22 79
■ Devoir 23 82

Champ magnétique et induction

■ Devoir 24 86
■ Devoir 25 89
■ Devoir 26 93
■ Devoir 27 95

Structure de la matière

■ Devoir 28 100
■ Devoir 29 103

Transformation de la matière

■ Devoir 30 108
■ Devoir 31 111
■ Devoir 32 115
■ Devoir 33 119

Mécanique

- Corrigé du devoir 1 126
- Corrigé du devoir 2 137
- Corrigé du devoir 3 149
- Corrigé du devoir 4 156
- Corrigé du devoir 5 166
- Corrigé du devoir 6 172
- Corrigé du devoir 7 182

Optique et ondes

- Corrigé du devoir 8 190
- Corrigé du devoir 9 194
- Corrigé du devoir 10 198
- Corrigé du devoir 11 204
- Corrigé du devoir 12 211
- Corrigé du devoir 13 222

Signaux et électricité

- Corrigé du devoir 14 230
- Corrigé du devoir 15 235
- Corrigé du devoir 16 243
- Corrigé du devoir 17 249
- Corrigé du devoir 18 260

Thermodynamique

- Corrigé du devoir 19 268
- Corrigé du devoir 20 275
- Corrigé du devoir 21 280
- Corrigé du devoir 22 286
- Corrigé du devoir 23 293

Champ magnétique et induction

- Corrigé du devoir 24 300
- Corrigé du devoir 25 303
- Corrigé du devoir 26 309
- Corrigé du devoir 27 313

Structure de la matière

- Corrigé du devoir 28 324
- Corrigé du devoir 29 329

Transformation de la matière

- Corrigé du devoir 30 338
- Corrigé du devoir 31 345
- Corrigé du devoir 32 353
- Corrigé du devoir 33 360

Introduction

Chères étudiantes et chers étudiants,

Entrer en classe préparatoire scientifique, c'est accepter un changement profond de rythme, d'exigence et de méthode. C'est aussi accepter une transformation durable de votre manière de travailler, de raisonner et d'aborder les sciences. Au cours de ces années exigeantes, mais riches et passionnantes, vous allez grandir intellectuellement et apprendre à mobiliser vos connaissances de manière plus autonome et plus rigoureuse. Vous vous apprêtez ainsi à travailler avec un ouvrage exigeant, conçu pour vous accompagner tout au long de votre année de MPSI ou de PTSI. En physique et en chimie, il ne s'agit pas seulement de connaître un cours, mais de savoir l'utiliser et le mettre au service d'un raisonnement clair et rigoureux.

Ce livre a été pensé pour vous aider à franchir ce cap. La collection *Un devoir corrigé par semaine* repose sur une idée simple : la compétence scientifique se construit par un entraînement régulier, progressif et réfléchi. Les devoirs proposés couvrent l'essentiel du programme de MPSI/PTSI et sont conçus pour être réalisés dans des conditions proches de celles des devoirs surveillés. Les énoncés sont regroupés dans la première moitié de l'ouvrage, tandis que les corrigés détaillés figurent dans la seconde moitié, afin de préserver une démarche de travail honnête et formatrice.

Ce que vous apprendrez avec ce livre

En travaillant avec cet ouvrage, votre objectif n'est pas seulement d'obtenir des solutions correctes, mais de développer des compétences pérennes, indispensables à la réussite en CPGE et aux concours. Chaque énoncé de devoir débute par un encadré évoquant les thèmes abordés en lien avec le programme officiel.

Chaque devoir vous invite à progresser sur plusieurs plans :

— apprendre à lire et analyser un énoncé avec précision, en identifiant les enjeux scientifiques, les hypothèses et les objectifs ;
— mobiliser vos connaissances de cours de manière pertinente, sans automatisme ni récitation ;
— modéliser une situation physique ou chimique, faire des choix raisonnés et justifier des approximations ;
— construire une démarche logique, structurée et cohérente, même face à un problème long ou inhabituel ;
— améliorer votre rédaction scientifique, compétence centrale dans l'évaluation, souvent sous-estimée ;
— gérer votre temps et votre énergie, compétences essentielles dans un environnement exigeant.

Les corrigés ont été rédigés pour vous accompagner dans cette progression. Ils explicitent les raisonnements, les méthodes employées et les points de vigilance. Il est important de les travailler avec soin : les comparer à votre propre travail, les comprendre, puis réutiliser les méthodes qu'ils mettent en œuvre.

Une spécificité : apprendre à partir de copies réelles

Ce livre propose également une approche plus concrète et plus proche du terrain. À plusieurs endroits, vous trouverez des extraits de copies d'étudiants, reproduits et commentés pédagogiquement. Ces copies peuvent refléter des situations réelles, telles qu'on peut en rencontrer en devoir surveillé. L'objectif est de mettre en évidence les bonnes pratiques, tant sur le plan du raisonnement que de la rédaction, et d'analyser les erreurs fréquentes, les maladresses ou les manques de rigueur afin de vous aider à les éviter.

Ainsi, ces commentaires vous permettront de mieux comprendre ce qui est attendu d'une copie de qualité, comment un raisonnement est perçu par un correcteur, et en quoi la clarté, la structure et la justification des étapes sont déterminantes.

Comment travailler efficacement avec cet ouvrage

Pour que ce livre vous soit réellement bénéfique, il est indispensable de l'utiliser avec méthode et régularité. Je vous conseille fortement d'adopter le rythme suivant : **un devoir par semaine, en lien avec le chapitre étudié en cours**.

Chaque devoir doit être réalisé :

— dans le temps conseillé, afin de développer une gestion réaliste du temps ;
— sans consulter le corrigé ni le cours dans un premier temps, même en cas de difficulté ;
— avec une rédaction soignée, comme lors d'un devoir surveillé : phrases complètes, raisonnements explicités, notations cohérentes, résultats clairement mis en valeur.

Une fois le devoir terminé, la consultation du corrigé doit être active : comparez votre démarche à celle proposée, identifiez précisément vos erreurs, vos oublis, mais aussi vos réussites. C'est précisément cette démarche d'analyse qui fait progresser.

Les « Conseils du professeur » : un accompagnement tout au long de l'ouvrage

Au fil des devoirs et des corrigés, vous trouverez régulièrement des encadrés pédagogiques. Ces encadrés ont pour objectif de vous guider dans votre travail et de vous aider à adopter les bons réflexes méthodologiques. Vous y trouverez des rappels de notions essentielles, des aides pour aborder une question ou structurer une résolution, des points de vigilance sur les erreurs fréquentes, ainsi que des conseils de rédaction et d'argumentation scientifique.

Ces conseils ne remplacent ni le cours ni votre réflexion personnelle. Ils sont là pour attirer votre attention sur l'essentiel, clarifier une difficulté récurrente ou vous aider à prendre de meilleurs réflexes. La réussite en CPGE repose sur une exigence quotidienne maîtrisée, une régularité dans l'effort et une confiance dans votre capacité à progresser. En travaillant sérieusement, semaine après semaine, avec cet ouvrage, vous progresserez.

Un mot pour la suite

Avant d'entrer dans le cœur du travail, permettez-moi un dernier mot, plus personnel. Vous entrez en CPGE avec des attentes, des ambitions, parfois aussi des doutes. C'est normal. Personne n'aborde ce parcours en étant déjà « prêt ». On le devient progressivement, au fil des semaines, des efforts, des réussites, mais aussi des difficultés. Ces moments de doute ou d'échec apparent font partie du chemin : ils doivent être analysés et compris, car c'est aussi à travers eux que se construit une réussite future.

Ne vous jugez pas trop vite et ne confondez pas une difficulté passagère avec un manque de capacité. En classe préparatoire, ce n'est pas la perfection qui est attendue, mais l'engagement, la régularité et la volonté de comprendre. La compétence scientifique se construit dans la durée, par une confrontation répétée à des problèmes exigeants, suivie d'un travail de compréhension et de correction, nourri par votre curiosité.

Si ce livre peut vous aider à structurer votre travail, à gagner en confiance et à progresser, semaine après semaine, alors il aura rempli pleinement son rôle. Bon courage.

À lire quand ça va mal

Cet encadré peut être relu à n'importe quel moment de l'année.
Si vous lisez ces lignes parce que vous vous sentez dépassé, fatigué, découragé ou simplement en perte de confiance, sachez une chose essentielle : ce que vous ressentez est normal.
En CPGE, il est fréquent d'avoir l'impression de ne pas avancer assez vite, de ne pas comprendre aussi bien que les autres, ou de travailler beaucoup pour des résultats qui semblent insuffisants. Ces moments ne sont ni anormaux ni révélateurs de votre niveau réel.
Une mauvaise note, un devoir raté ou une question bloquante ne définissent pas vos capacités. Ils indiquent simplement un point du programme ou un aspect méthodologique qui n'est pas encore maîtrisé.
La progression en sciences physiques n'est ni linéaire ni immédiate. Elle se fait par paliers, souvent après des phases d'inconfort intellectuel. Ce sont précisément ces phases qui vous font progresser, même si cela n'est pas visible sur le moment.
Lorsque cela va mal :

— revenez aux bases ;
— analysez calmement ce qui n'a pas fonctionné ;
— appuyez-vous sur les corrigés, les conseils méthodologiques et les échanges avec vos enseignants et camarades ;
— continuez à travailler avec régularité, même si la confiance n'est pas encore revenue.

Tenez bon. Le travail que vous fournissez aujourd'hui sera très probablement bénéfique pour la suite de votre parcours d'une manière ou d'une autre.

Index thématique

Les numéros renvoient aux devoirs. Un même devoir peut apparaître sous plusieurs entrées.

A

Accommodation de l'œil 10, 11
Acide–base (Brønsted, K_a, pK_a) 30, 32
Aimantation 24
Allotropie, alliages et sites interstitiels 29
Amortissement et régime pseudo-périodique 17, 27
Angle critique et réflexion totale 8, 9
Approximation des petits angles 2, 7, 27
ARQS 14, 15
Arrhenius (loi d') 31
Avancement et réactif limitant 30, 33

B

Bande passante et coupure à −3 dB 18
Bilans énergétiques 2, 3, 5–7, 15, 16, 20–23, 25–27
Bilans entropiques et irréversibilités 21, 23
Biot–Savart (loi de) 24
Bobines couplées 25
Boyle–Mariotte (loi de) 19

C

Carnot (rendement de) 22
Champ électrique 3, 6
Champ magnétique 4, 24–27
Changement d'état et chaleur latente 23
Cinématique du point 1
Cinétique chimique 31
Circuit LC 16
Circuits RC et RL 15
Circuits RLC 17, 18
Classification périodique 28
Compacité et masse volumique cristalline 29
Conductimétrie 32
Conservation de l'énergie mécanique 2–7, 16
Corps purs diphasés 23
Cristallographie (CFC, HC) 29
Cycles thermodynamiques 22

D

Décibels et atténuation 9, 18
Déphasage 12, 14, 18, 25
Diagramme de Clapeyron 20, 22
Diagrammes de Bode 18
Diagrammes potentiel–pH (Pourbaix) 33
Diffusion de Rutherford 6
Dispersion modale 9
Doppler (effet) 12
Dualité onde–corpuscule 13

E

Effet d'ion commun 32
Effet Joule 15, 20, 21, 25–27
Effet photoélectrique 13
Énergie interne et enthalpie 20–23
Équilibre chimique et quotient réactionnel 30, 32, 33
Équilibres mécanique et thermique 19, 21
Équations différentielles 1, 2, 7, 15–19, 26, 27, 31
Entropie 21, 23
Expérience de Young 12

F

Facteur de qualité 17, 18, 27
Faraday–Lenz (lois de) 25–27
Fibre optique 9
Filtrage fréquentiel 18
Flottabilité et poussée d'Archimède 17, 19
Force centrale 5, 6
Force de Laplace 26, 27
Force de Lorentz 4
Fourier (série et spectre) 18
Frottements fluides 2, 17
Freinage magnétique 26, 27

G

Gaz parfait 19–22, 30
Grandissement et conjugaison 10, 11
Gradient d'indice et mirage 8
Guidage lumineux 9

H

Hydrostatique 19

I

Images réelles et virtuelles 10, 11
Inductance propre et mutuelle 15, 17, 25
Induction électromagnétique 25–27
Instruments optiques 10, 11
Interaction lumière–matière 13
Interférences 12, 13
Ionisation 28
Isomérie géométrique 28

K

Kepler (troisième loi) 5
Kirchhoff (lois de) 15
Kohlrausch (loi de) 32

L

Lame à faces parallèles 8, 12
Laplace (lois thermodynamiques) 20, 22
Lentilles minces 10, 11
Lewis (structures de) 28
Loi de Dalton 30
Loi d'Ohm 14, 15, 25, 27
Loi de vitesse 31
Lois de Newton 2–6
Longueur d'onde et nombre d'onde 9, 12, 13

M

Machines thermiques 22
Mailles cristallines CFC et HC 29
Masse–ressort 16–18
Mélanges gazeux et pressions partielles 30
Mesure d'indice et réfractomètre 8
Mésomérie 28
Microscope et appareil photographique 11
Miroir plan 10
Miroir magnétique et confinement 4
Modèle atomique de Bohr 13
Modulation d'amplitude 14
Moment cinétique 5–7, 27
Moment d'inertie et rotation du solide 7, 27
Moment magnétique 4, 24
Mouvement balistique 1, 2
Mouvement circulaire 2–5
Mouvement orbital et manœuvres 5

N

Nernst (équation de) 33
Niveaux d'énergie atomiques 13

O

Ondes progressives sinusoïdales 12
Optique géométrique 8–11
Ordre de réaction 31
Oscillateur harmonique 2, 7, 16–18, 27
Oxydoréduction et piles 33

P

Parabole de sûreté 1
Passivation 29
Pendules simple, pesant et physique 2, 7, 27
Photon 13
Polarité moléculaire et moment dipolaire 28
Pont de Wheatstone 14
Potentiel effectif 6
Pouvoir séparateur de l'œil 10, 11
Premier principe de la thermodynamique 20, 22, 23
Pression hydrostatique 19
Produit de solubilité 32
Propagation guidée 9
Pseudo-ordre et temps de demi-réaction 31
Pulsation cyclotron et rayon de Larmor 4

Q

Quantification de l'énergie 13
Quotient réactionnel 30, 33

R

Réaction normale et décollage 2, 3
Réflexion et réfraction 8–10
Régime sinusoïdal complexe 18, 25
Résonance 18
Rotation d'un solide 7, 27
Rutherford (expérience de) 6

S

Second principe de la thermodynamique 21, 23
Signaux sinusoïdaux 14, 18, 25
Sites interstitiels 29
Snell–Descartes (lois de) 8, 9
Solubilité et précipitation 32
Spectre de raies 13
Stœchiométrie 29, 30, 32, 33
Structures de Lewis et modèle VSEPR 28
Symétries du champ magnétique 24

T

Théorème du moment dynamique 7, 27
Théorèmes énergétiques 2, 3, 5–7
Théorie cinétique des gaz 19
Thévenin (modèle de) 15
Titrage acido-basique 30
Titrage par précipitation 32
Trajectoire hélicoïdale 4
Transformations adiabatiques et isothermes 20, 22
Transitions électroniques 13
Transitoires électriques 15, 17, 26

V

Vitesse limite 2, 26
Volume massique et titre massique 23
VSEPR 28

DEVOIRS

MÉCANIQUE

Devoir 1

Cinématique du point matériel

Durée indicative : 1 h 30

Thèmes abordés : Etude et modélisation de mouvements simples ; changement de régime au cours d'un mouvement ; traduction mathématique d'un problème de cinématique ; exploitation d'un modèle pour effectuer des prévisions ; mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur ; description géométrique d'une trajectoire ; détermination d'une zone accessible pour une vitesse initiale donnée.

Partie A : La fable de la tortue et du lièvre revisitée

La tortue et le lièvre courent une distance L le long d'une piste droite. Au départ, la tortue et le lièvre se déplacent à vitesse constante, respectivement v_t et v_h, avec $v_h < v_t$ (le lièvre ne prend pas la course au sérieux). Lorsque la tortue atteint un pont situé à une distance $L' < L$ du départ, le lièvre réalise qu'il risque de perdre. À ce moment-là, il décide d'accélérer avec une accélération constante a. L'objectif est de :

1. Formuler le problème mathématiquement et déterminer la condition sur a pour que le lièvre gagne la course.
2. Vérifier la cohérence des unités.
3. Analyser les cas limites afin de tester la validité de la condition trouvée.

Méthode — Mouvement en deux phases

1. **Repérer l'instant de changement de régime** : ici, quand la tortue atteint le pont ($x = L'$). Calculer
$$t' = \frac{L'}{v_t}.$$
2. **Découper le mouvement en deux phases** :
   — avant t' : tortue et lièvre en mouvement uniforme ;
   — après t' : tortue uniforme, lièvre uniformément accéléré.
3. **Écrire les équations horaires après** t' en utilisant les conditions initiales à l'instant t' (position et vitesse du lièvre à cet instant).
4. **Traduire la condition de victoire** : comparer les temps d'arrivée à $x = L$ (ou imposer l'arrivée simultanée pour obtenir l'accélération minimale).
5. **Contrôler le résultat** : vérifier les unités de a et tester quelques cas limites.

Partie B : Parabole de sûreté

On s'intéresse au mouvement, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, d'un projectile soumis uniquement à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$. Le champ de pesanteur est supposé uniforme, de vecteur $\vec{g} = -g\,\vec{u}_z$ et de norme $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. On néglige tout frottement de l'air.

Le projectile est lancé depuis l'origine O d'un repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ avec une vitesse initiale de norme v_0, mais dont la direction (l'angle de tir α) peut varier. **Données :** $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Établir l'équation de la trajectoire du projectile, si celui-ci est lancé depuis l'origine O avec une vitesse initiale : $\vec{v}_0 = v_0(\cos\alpha\,\vec{u}_x + \sin\alpha\,\vec{u}_z)$.

   On exprimera z en fonction de x.

2. Condition d'atteignabilité d'un point donné. On note (X, Z) les coordonnées d'un point quelconque du plan. Déterminer la condition sur l'angle de tir α pour que le projectile puisse passer par ce point, puis en déduire la relation qui définit l'ensemble des points atteignables pour une vitesse donnée v_0.

3. Définir la parabole de sûreté. Montrer que l'ensemble des points (X, Z) atteignables pour une vitesse initiale v_0 donnée est situé *sous une parabole*, dite *parabole de sûreté*. Donner son équation, ses paramètres caractéristiques (sommet, ouverture), et justifier l'appellation de « parabole de sûreté ».

4. Application numérique. On considère un projectile lancé avec une vitesse initiale $v_0 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
   (a) Calculer la hauteur maximale $Z_{\max}$ atteinte par le projectile.
   (b) Calculer la portée maximale $X_{\max}$ (angle optimal $\alpha = 45°$).
   (c) Pour une distance horizontale $X = 20$ m, déterminer la hauteur limite $Z_{\lim}$ au-delà de laquelle aucun tir n'est possible pour cette vitesse.
   (d) Discuter qualitativement l'influence de la vitesse initiale v_0 sur la zone de sûreté accessible.

Mots-clés et notions essentielles :

Cinématique ; vitesse ; accélération ; mouvement rectiligne uniforme ; mouvement uniformément accéléré ; équations horaires ; conditions initiales ; résolution d'un problème en plusieurs phases ; homogénéité ; cas limites ; mouvement balistique sans frottement ; décomposition de la vitesse initiale ; équation cartésienne de la trajectoire ; angle de tir ; condition d'atteignabilité ; parabole de sûreté ; portée maximale ; hauteur maximale.

Devoir 2

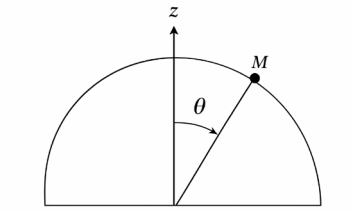
Dynamique et frottements

Durée indicative : 2 h 00

Thèmes abordés : Principe fondamental de la dynamique, mouvement curviligne et réaction normale d'un support, conservation de l'énergie mécanique, frottements fluides linéaires, oscillateurs mécaniques et pendule simple.

Partie A : Robot sur un toit de laboratoire

Un petit robot de masse m glisse sans frottement sur le toit d'un laboratoire en forme de dôme de rayon R. Il est initialement au sommet de la calotte, immobile, puis s'élance sous l'action de son poids.



1. Établir l'équation du mouvement permettant de déterminer l'évolution de l'angle $\theta(t)$.

2. En déduire que : $\frac{\dot{\theta}^2}{2} + \frac{g}{R}\cos\theta = \frac{g}{R}$.

3. Déterminer si le robot quitte le toit du laboratoire avant d'atteindre le sol. Si oui, préciser l'angle θ_d pour lequel le contact est perdu.

4. Application numérique. On considère un dome expérimental de rayon $R = 3.0\,\text{m}$. Déterminer la vitesse du robot au moment où il quitte la surface du dome, et la hauteur h à laquelle il se détache du toit. On prendra $g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

Méthode — Décollage d'un mobile
Un mobile quitte un support lorsque la réaction normale exercée par celui-ci devient nulle. Cette condition s'exprime à partir de la projection du principe fondamental de la dynamique sur la direction normale à la trajectoire.

Partie B : Frottements fluides

On considère un point matériel M de masse m. Il est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ faisant un angle β avec l'horizontale, dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.

On suppose que le point est soumis à une force de frottement fluide, dont l'action est modélisée par : $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, $\alpha > 0$, (ce modèle est adapté pour un fluide visqueux et des vitesses modérées).

Point clé — Frottement fluide linéaire
Une force de frottement proportionnelle à la vitesse introduit un temps caractéristique $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$, qui sépare un régime transitoire d'un régime permanent. À long terme, le mouvement devient uniforme à vitesse limite.

On néglige tout autre effet, notamment la poussée d'Archimède.

1. Identifier un temps caractéristique τ et une vitesse limite $\vec{v}_\infty$ du problème. Donner leur expression en fonction des paramètres m, α, g.
2. Déterminer les composantes horizontale et verticale de la vitesse $\vec{v}(t)$. Quelle est la nature du mouvement lorsque $t \gg \tau$?
3. Déterminer l'évolution temporelle des coordonnées horizontale $x(t)$ et verticale $z(t)$ du point M. Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire.
4. Déterminer l'expression du temps t_m correspondant à l'altitude maximale z_m atteinte. Comparer la valeur obtenue à celle obtenue en l'absence de frottement.
5. **Application numérique :** On considère un projectile de masse $m = 20$ g lancé avec une vitesse initiale $v_0 = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ sous un angle $\beta = 45°$. Le coefficient de frottement est $\alpha = 0{,}05\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$, et l'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
   (a) Calculer les valeurs numériques de τ et v_∞.
   (b) Comparer le temps t_m obtenu à celui du mouvement sans frottement.
   (c) Commenter physiquement l'influence du frottement sur la hauteur maximale et sur la trajectoire.

Partie C : Pendule simple

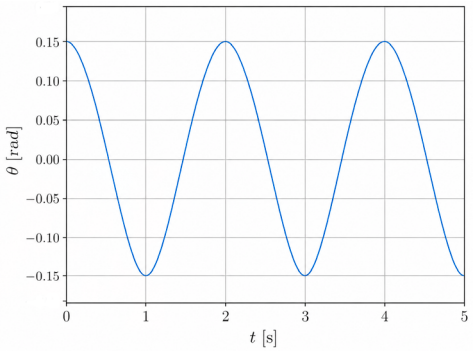


FIGURE 1 – Modélisation de l'évolution temporelle de l'angle d'un pendule simple.

Le pendule simple est un système oscillant emblématique en mécanique. Son étude permet d'illustrer concrètement plusieurs notions essentielles : lecture d'un signal expérimental, mise en équation du mouvement, approximation des petits

angles, et influence des frottements sur l'évolution temporelle des oscillations. On se propose ici de confronter l'observation du mouvement à sa modélisation théorique. On étudie les oscillations d'un pendule simple de longueur L et de masse m.

1. En utilisant le graphique ci-dessus, déterminer :
   — l'amplitude angulaire ;
   — la période propre et la fréquence propre des oscillations ;
   — la vitesse angulaire à la date t = 0.
2. L'abscisse angulaire peut se mettre sous la forme : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

   Que représente la constante φ dans cette expression ? Déterminer sa valeur à partir de la représentation graphique.

   Un point matériel M, de masse m, est suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur L, dont l'autre extrémité O est fixe. Le mouvement est supposé plan et s'effectue dans le plan vertical Oxy. La position du point M est repérée par l'angle $\theta(t)$ formé entre le fil et la verticale descendante. Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Les frottements au niveau de l'axe de rotation sont négligés. L'intensité du champ de pesanteur est notée g.
3. Dresser le bilan des forces appliquées à M et les représenter, avec la base polaire $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$.
4. À l'aide du principe fondamental de la dynamique, établir l'équation du mouvement. On rappelle que

$$\overrightarrow{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\overrightarrow{e_\theta},$$

   et que la trajectoire de M est circulaire.
5. Le pendule est écarté d'un angle θ_0, puis lâché sans vitesse initiale. Dans l'approximation des petits angles, montrer que son mouvement est harmonique. Exprimer ω_0 et T_0 en fonction de g et L.
6. Déterminer $\theta(t)$ à partir des conditions initiales.
7. Le point M est désormais soumis à une force de frottement fluide proportionnelle à sa vitesse, de coefficient $\alpha > 0$. Donner l'expression de cette force.
8. Établir la nouvelle équation différentielle du mouvement.
9. Déterminer la condition sur α pour que le mouvement reste oscillant.
10. Dans ce régime, déterminer $\theta(t)$ avec les mêmes conditions initiales.

Mots-clés et notions essentielles :

Oscillations mécaniques ; pendule simple ; amplitude ; période propre ; fréquence propre ; phase initiale ; principe fondamental de la dynamique ; base polaire ; équation différentielle du mouvement ; approximation des petits angles ; oscillateur harmonique ; pulsation propre ; frottement fluide linéaire ; régime pseudo-périodique ; oscillations amorties.

Lois de Newton et approches énergétiques

Durée indicative : 1 h 30

Thèmes abordés : champ électrique uniforme, énergie cinétique, théorèmes énergétiques, mouvement curviligne, réaction normale, travail des forces, particule chargée, lois de Newton.

Partie A : Détermination d'un champ électrique

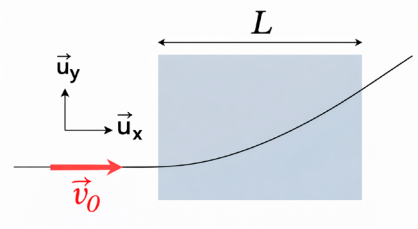


FIGURE 1 – Trajectoire d'un électron traversant une région où règne un champ électrique uniforme.

Un électron de masse m et d'énergie cinétique initiale $E_{c0} = 100$ keV pénètre à la vitesse $\vec{v}_0$ horizontale dans une cavité de longueur $L = 1{,}2$ m, à l'intérieur de laquelle règne un champ électrique uniforme de norme E_0, supposée constante.

1. Déterminer la direction et le sens du champ électrostatique $\vec{E}_0$.
2. Lors de sa traversée, l'énergie cinétique de l'électron varie d'une quantité $|\Delta E_c| = 8$ keV. Quel est le signe de ΔE_c ?
3. Déterminer la valeur de la norme E_0 du champ électrique.
4. Évaluer l'angle de déviation de la trajectoire à la sortie de la zone de champ.

Données :
$m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $\quad 1$ eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

Point méthode

Dans l'étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme, il est essentiel de distinguer clairement :
- le *travail de la force électrique*, responsable de la variation d'énergie cinétique ;
- la direction du champ électrique, imposée par le signe de la charge.

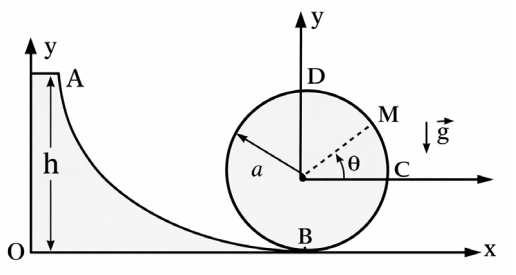
Partie B : Chariot instrumenté effectuant un looping

Un chariot instrumenté destiné à réaliser des expériences, de masse $m = 25\,\text{kg}$, est assimilé à un point matériel. Il est posé sur deux rails parallèles et glisse sans frottement le long d'une trajectoire plane, constituée en partie d'un cercle de rayon $a = 4.5\,\text{m}$, comme indiqué sur la figure.

On prendra pour l'accélération de la pesanteur :

$$g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}.$$

Le chariot est abandonné sans vitesse initiale au point A, situé à une altitude $h > a$ par rapport au point le plus bas de la trajectoire.



1. On suppose dans cette question que la hauteur h est suffisamment grande pour que le chariot instrumenté reste en contact avec les rails en tout point de la trajectoire.
   (a) Exprimer la vitesse v_B du chariot au point B en fonction de g et de h.
   (b) Exprimer la vitesse v_M du chariot en un point quelconque M du cercle, en fonction de g, h, a et de l'angle θ repérant la position de M.
2. On note $\vec{R}$ la réaction exercée par les rails sur le chariot instrumenté.
   (a) Exprimer la norme de la réaction $\|\vec{R}\|$ en un point M du cercle en fonction de g, h, m, a et θ.
   (b) Pour quelle position M_0 sur le cercle la norme de la réaction est-elle minimale ?
   (c) Donner l'expression littérale puis calculer la hauteur minimale h_{min} pour laquelle le chariot ne décolle pas des rails.
   (d) Pour des raisons de sécurité, on impose que, à tout instant, la force exercée par le chariot sur les rails soit au moins égale au quart de son poids. Déterminer, sous forme littérale puis numérique, la hauteur minimale h permettant de satisfaire cette condition.

Mots-clés et notions essentielles

PFD ; énergie cinétique ; champ électrique uniforme ; travail d'une force ; mouvement circulaire vertical ; réaction normale ; décollage ; énergie mécanique.

Miroirs magnétiques

Durée indicative : 2 h 00

Thèmes abordés : force de Lorentz et dynamique newtonienne d'une particule chargée ; champ magnétique uniforme : mouvement circulaire, pulsation cyclotron, rayon de Larmor ; décomposition du mouvement en composantes parallèle et perpendiculaire à $\vec{B}$; trajectoire hélicoïdale et notion de *tube de champ* ; champ magnétique non-uniforme : approximation du centre guide ; conservation de l'énergie cinétique (travail nul de la force magnétique) ; moment magnétique adiabatique $\mu = T_\perp/B$ et invariants du mouvement ; principe du *miroir magnétique* : conversion $T_\parallel \leftrightarrow T_\perp$, condition de réflexion et confinement.

Les "miroirs magnétiques" reposent sur le principe de la réflexion de particules chargées (comme par exemple des noyaux ou des ions) par un champ magnétique intense. Lorsqu'une particule chargée se déplace dans un champ magnétique, elle subit une force magnétique qui la contraint à suivre une trajectoire hélicoïdale autour des lignes de champ. Si le champ est suffisamment fort et configuré en "bouteille magnétique" (plus intense aux extrémités qu'au centre), les particules "rebondissent" alors au niveau de ces zones où les lignes de champ se resserrent (champ magnétique intense) et repartent dans le sens inverse, créant un effet de miroir. Ce phénomène est fondé sur la conservation du moment magnétique et la combinaison entre le mouvement hélicoïdal des particules et les variations spatiales du champ magnétique.
En termes d'applications, les miroirs magnétiques évolués sont essentiels actuellement en physique des plasmas, notamment dans les dispositifs de confinement magnétique comme les tokamaks ou les stellarators dans le cadre de la recherche autour de la fusion nucléaire.

Dans le cadre du problème, on étudie le mouvement d'une particule (comme par exemple un noyau), de charge q et de masse m, placée dans un champ magnétique indépendant du temps, dans un repère d'espace constitué de l'origine O et de la base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. L'étude s'effectuera dans le cadre de la mécanique Newtonienne.

Champ magnétique uniforme

En tout point M de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le champ magnétique est défini par $\vec{B}(M) = B\vec{u}_z$ avec B positif et constant. A la date $t = 0$, la particule arrive en O avec la vitesse $\vec{v}_0$. On étudie son mouvement ultérieur ($t \geq 0$).

Supposons le cas où la vitesse $\vec{v}_0$ s'écrit $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ avec v_0 positif.

1. Montrer que le mouvement est plan, puis que la trajectoire de la particule est un cercle de rayon R que l'on exprimera en fonction de v_0 et de $\omega = \frac{qB}{m}$.
2. Exprimer le module de la quantité de mouvement de la particule en fonction de B, R et q. Quelle est la vitesse angulaire de la particule ?

3. Citer quelques appareils mettant en œuvre l'action d'un champ magnétique uniforme ou non-uniforme sur une particule chargée.

   Supposons maintenant le cas où la vitesse $\vec{v}_0 = u_0\vec{u}_x + w_0\vec{u}_z$ où u_0 et w_0 sont positifs. On écrit le vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + z\vec{u}_z$, le point P étant le projeté orthogonal de M sur le plan (O, $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$)

4. Etablir la relation liant z et t, pour $t \geq 0$.
5. Montrer que le point P se déplace sur un cercle et donner l'expression du rayon.
6. Montrer sur un schéma que la trajectoire de la particule reste dessinée sur un tube de champ unique.

Champ magnétique non-uniforme : vers un "miroir magnétique"

On considère par commodité, un point M repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) si bien que que le point M est repéré par son vecteur position : $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$ dans la base orthonormée directe ($\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$, $\vec{u}_z$). En un point M légèrement éloigné de l'axe, le champ magnétique s'exprime comme : $\vec{B}(M) = B_r\vec{u}_r + B_z\vec{u}_z$ où $B_z = B_z(z)$ et $B_r = B_r(r,z) = -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$.

La figure (a) ci-dessous représente les variations de B_z en fonction de z pour $0 \leq z \leq H$, entre les plans $\mathcal{P}_1(z = z_1 = 0)$ et $\mathcal{P}_2(z = z_2 = H)$ perpendiculaires à l'axe Oz aux points O et I, respectivement (représentés sur la figure (b)).

On étudie un noyau particulier de masse m et de charge q qui traverse le plan $\mathcal{P}_1$ au point M_0 avec la vitesse v_0 orientée du côté des z positifs. Le noyau est alors mis en mouvement dans le sens des z croissants, au voisinage de l'axe Oz, en tournant autour de cet axe. On suppose que la coordonnée r varie lentement dans le temps, on néglige ainsi $\dot{r}$ devant $r\dot{\theta}$ et $\ddot{r}$ devant $r\dot{\theta}^2$.

1. Exprimer la vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$ du noyau dans la base ($\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$, $\vec{u}_z$).
2. La force magnétique $\vec{f_m}$ exercée sur le noyau s'écrit $\vec{f_m} = f_r\vec{u}_r + f_\theta\vec{u}_\theta + f_z\vec{u}_z$. Exprimer les composantes f_r et f_z.
3. Exprimer $\dot{\theta}$ et $\ddot{z}$ en fonction de q, m, r, B_z et $\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$.
4. Montrer alors que l'énergie cinétique T du noyau reste constante.
5. Dans la suite, on écrit $T = T_\perp + T_\parallel$ avec $T_\parallel = \frac{1}{2}m\dot{z}^2$ et on pose $\mu = \frac{T_\perp}{B_z}$. Déterminer une relation entre $T_\perp$ et B_z puis montrer que μ est constant.
6. Montrer que lorsque z augmente, la particule se rapproche de l'axe Oz.
7. On note $T_{\parallel 0}$ et $T_{\perp 0}$ les valeurs respectives au point M_0 de $T_\parallel$ et de $T_\perp$. Montrer que $T_\parallel = T_{\parallel 0} + T_\perp\left(1 - \frac{B_z(z)}{B_z(0)}\right)$ et que $\dot{z}$ diminue lorsque z augmente.

8. Soit $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ l'angle entre la vitesse $\vec{v}_0$ et le vecteur $\vec{u}_z$. Le noyau arrive au point J tel que $z = l$ où $0 < l < H$ et repart ensuite vers le plan $\mathcal{P}_1$.
   a) Donner la relation qui lie α, $B_z(0)$, $B_z(l)$.
   b) Pourquoi peut-on dire qu'il y a confinement du noyau par le champ magnétique ?
   c) Montrer que la trajectoire reste dessinée sur un tube de champ unique.

9. Dans le cas où le noyau traverse le plan $\mathcal{P}_2$ sans subir de réflexion : quelle est la condition vérifiée par l'angle α ?

Mots clés et notions essentielles

Principe fondamental de la dynamique ; force de Lorentz ; théorèmes énergétiques ; trajectoire circulaire ; hélicoïdale ; champ magnétique uniforme ; non-uniforme, miroirs, réflexion.

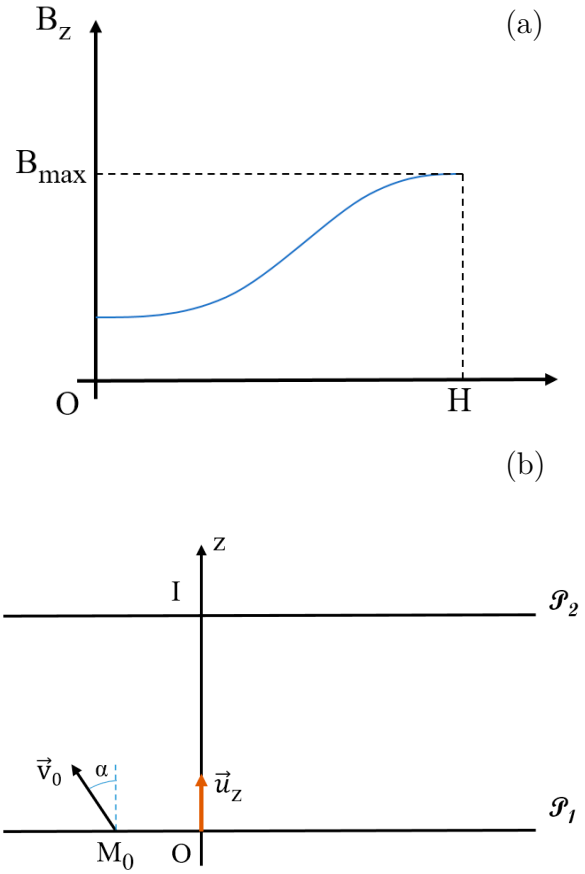


FIGURE 1 –

Devoir 5

Mouvements à forces centrales

Durée indicative : 2 h 00

Thèmes abordés : force gravitationnelle centrale, mouvement circulaire uniforme, deuxième loi de Newton, vitesse orbitale, énergie mécanique, troisième loi de Kepler, détermination de la masse d'un astre, manœuvres orbitales et modifications de trajectoire.

Partie A : Détermination de la masse d'une exoplanète

On étudie une exoplanète géante P, de masse M, autour de laquelle gravitent deux satellites naturels S_1 et S_2, de masses respectives m_1 et m_2. Dans le référentiel lié au centre de l'exoplanète, supposé galiléen, les deux satellites décrivent des orbites circulaires à vitesse constante.

On note R_1 et R_2 les rayons des orbites respectives des satellites S_1 et S_2.

Données. On utilise la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, dans laquelle :
- $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire radial, orienté du centre de l'exoplanète vers le satellite ;
- $\vec{u}_\theta$ est le vecteur unitaire orthoradial, tangent à l'orbite.

Ces deux vecteurs sont unitaires et orthogonaux.

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon R, l'accélération est :

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\,\vec{u}_r.$$

1. Réaliser un schéma faisant apparaître :
   - l'exoplanète P ;
   - l'orbite d'un satellite ;
   - la base locale $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$;
   - la force gravitationnelle exercée par P sur le satellite.
2. Écrire l'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\vec{F}_{P/S}$ exercée par P sur un satellite de masse m, situé à une distance R de son centre.
3. Dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, l'accélération s'écrit :

   $$\vec{a} = a_r\,\vec{u}_r + a_\theta\,\vec{u}_\theta.$$

   En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les composantes a_r et a_θ pour chacun des satellites.
4. Montrer que la vitesse orbitale d'un satellite est donnée par :

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

   où R est le rayon de son orbite.

Point méthode – Mouvement circulaire sous force centrale

Pour un mouvement circulaire uniforme soumis à une force centrale :
- l'accélération est radiale et orientée vers le centre ;
- sa composante orthoradiale est nulle ;
- la force gravitationnelle joue le rôle de force centripète et permet de déterminer la vitesse orbitale.

Ce raisonnement s'applique à tout mouvement circulaire produit par une force centrale attractive.

5. Exprimer la période de révolution T d'un satellite en fonction de R, G et M.

   La troisième loi de Kepler indique que, pour plusieurs satellites orbitant autour d'un même astre, le rapport

$$\frac{T^2}{R^3}$$

   est constant. Vérifier que l'expression obtenue est compatible avec cette loi.

6. Les caractéristiques orbitales des deux satellites sont les suivantes :
   - le satellite S_1 décrit une orbite de rayon $R_1 = 300\,000$ km, avec une période $T_1 = 23$ h 16 min ;
   - le satellite S_2 évolue sur une orbite quasi circulaire de rayon $R_2 = 700\,000$ km, avec une période $T_2 = 82$ h 54 min.

   (a) Déterminer la masse M de l'exoplanète à partir des données relatives à S_1.
   (b) Effectuer le même calcul en utilisant les caractéristiques de S_2.
   (c) Comparer les deux résultats et discuter leur cohérence.

Partie B : Manœuvres orbitales autour de l'exoplanète

Un satellite relais S, de masse m, est placé sur une orbite circulaire synchrone autour de l'exoplanète P : sa période de révolution est égale à la période de rotation de la planète. Cette orbite, de rayon R_0, est analogue à une orbite géostationnaire autour de la Terre.

L'exoplanète est assimilée à un astre sphérique de masse M_P et de rayon R_P. L'étude est menée dans le référentiel planétocentrique, supposé galiléen.

1. Donner l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,0}$, la vitesse v_0 et la période T_0 du satellite sur son orbite circulaire de rayon R_0.
2. Une brève poussée des moteurs modifie instantanément la vitesse du satellite, tandis que sa position reste inchangée. On souhaite le placer sur une orbite elliptique de demi-grand axe

$$a = \frac{3R_0}{4}.$$

Tracer l'allure de cette orbite et préciser la position de l'exoplanète ainsi que celle du satellite au moment de la manœuvre.

3. Déterminer l'énergie mécanique du satellite sur la nouvelle orbite, puis en déduire le travail fourni par les moteurs au cours de la manœuvre.
4. À l'aide de la troisième loi de Kepler, exprimer la période T de l'orbite elliptique et la comparer à la période T_0.
5. On envisage désormais une procédure de désorbitation d'urgence. Alors que le satellite se trouve encore à la distance R_0, sa vitesse est rendue quasi nulle dans le référentiel planétocentrique. Décrire la trajectoire suivie après cette manœuvre.
6. Calculer l'énergie mécanique du satellite juste après l'annulation de sa vitesse. En déduire le demi-grand axe de la trajectoire obtenue.
7. En assimilant cette chute radiale à une ellipse dégénérée et en supposant $R_P \ll R_0$, estimer la durée nécessaire au satellite pour atteindre l'exoplanète à l'aide de la troisième loi de Kepler.

Mots-clés et notions essentielles

Force gravitationnelle ; force centrale ; mouvement circulaire uniforme ; accélération radiale ; vitesse orbitale ; énergie mécanique ; troisième loi de Kepler ; demi-grand axe ; manœuvre orbitale.

Expérience de Rutherford

Durée indicative : 2 h 00

Thèmes abordés : interaction coulombienne (potentiel en $1/r$), force centrale et conservation du moment cinétique, énergie mécanique et potentiel effectif, diffusion de Rutherford (paramètre d'impact et angle de déviation), trajectoires coniques (hyperbole), ordres de grandeur (échelles atomique et nucléaire).

Au début du XX$^{\text{e}}$ siècle, les expériences de diffusion menées par Ernest Rutherford marquent une étape décisive dans la compréhension de la structure atomique. En bombardant une fine feuille d'or avec des particules α, il met en évidence que la quasi-totalité de la masse et de la charge positive de l'atome est concentrée dans un noyau central, autour duquel gravitent les électrons à grande distance. Cette découverte, publiée en 1911, conduit au modèle nucléaire de l'atome et ouvre la voie à la physique moderne.

Rutherford a également montré que les particules α sont des noyaux d'hélium ($^4_2\text{He}^{2+}$), et précisé la loi des transformations radioactives. En 1919, il réalisa la première transmutation artificielle d'un atome en bombardant l'azote par des particules α.

On se propose ici d'étudier, de façon théorique, la déviation d'une particule α par un noyau d'or fixe, afin de retrouver les conclusions fondamentales de cette expérience historique.

Rutherford a étudié la déviation d'une particule α (noyau d'hélium de masse m et de charge $q = 2e$) par un noyau d'or (de charge $Q = Ze$ et de masse M très grande devant m). Le noyau d'or est supposé immobile en O dans le référentiel du laboratoire.

Dans tout le problème, on néglige la gravitation et le poids des noyaux, de sorte que seule la *force électrostatique de Coulomb* intervient. La particule α est lancée à grande vitesse v_0 vers la cible, avec un paramètre d'impact b, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Rappel - Force de Coulomb

Deux charges ponctuelles q_1 et q_2 séparées par une distance r exercent l'une sur l'autre une force :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{u}_r$$

dirigée selon l'axe des deux charges et répulsive si $q_1 q_2 > 0$.

1. Montrer que le moment cinétique en O de la particule α est constant. Calculer sa valeur à $t = 0$ en fonction de b, m et v_0. Donner ensuite son expression à un instant quelconque en fonction de m, $\dot{\theta}$ et r. En déduire que le mouvement est plan.

Méthode – Conservation du moment cinétique

Pour un mouvement soumis à une force centrale, le moment cinétique $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ est conservé car le moment du vecteur force par rapport au centre est nul : $\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{0}$.

2. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_p du système *(particule α – noyau d'or)* en fonction de e, Z, $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ et de la distance r entre les deux particules. On choisira la constante d'intégration telle que $E_p = 0$ lorsque les deux particules sont à l'infini l'une de l'autre.

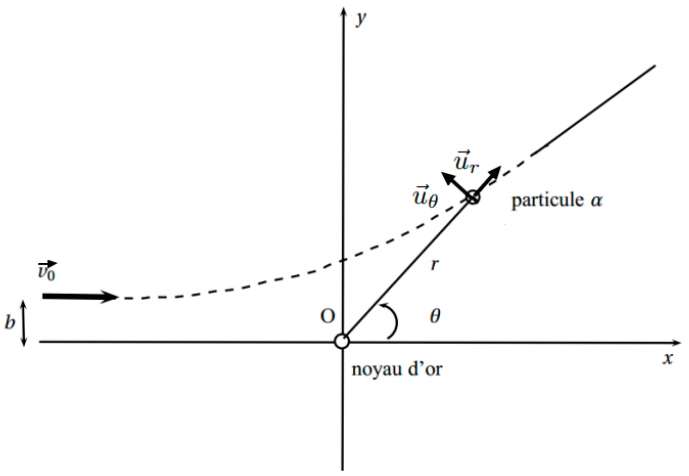


FIGURE 1 – Déviation d'une particule α passant à proximité d'un noyau d'or.

3. On note v la vitesse de la particule α dans le référentiel galiléen du laboratoire. Exprimer l'énergie mécanique E_m du système particule α – noyau d'or. Pour quelle raison E_m est-elle constante ? Qu'appelle-t-on énergie potentielle effective du système ?

4. Exprimer E_m à $t = 0$ en fonction de m et v_0 (on supposera la distance initiale très grande devant les dimensions des particules). Sachant qu'à la fin du mouvement la particule α est à nouveau infiniment loin, quelle est alors sa vitesse ?

5. Au moment de la plus courte approche de la particule α, que vaut son énergie mécanique E_m ? Que vaut alors son énergie potentielle effective ? En déduire la valeur minimale de r, notée $r_{\min}$, en fonction de e, Z, $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, m, v_0 et b.

6. Calculer $r_{\min}$ dans le cas $b = 0$. Vérifier numériquement si cette valeur est réaliste : on donne $m = 6{,}64 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$, $v_0 =$

$1{,}7 \times 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $Z = 79$, $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}0 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$. Que peut-on en déduire sur l'expérience de Rutherford ?

7. Quelle est la nature du mouvement de la particule α loin du noyau d'or ? Rappeler, sans démonstration, la nature de la trajectoire dans le cas d'un mouvement soumis à une force centrale newtonienne. En déduire la forme de la trajectoire de la particule α.

Convention de repérage

On choisit l'axe x orienté selon la vitesse incidente à grande distance du noyau. L'angle polaire θ est mesuré depuis l'axe $+x$. Ainsi, à l'entrée de l'interaction (loin du noyau) on a $\theta \simeq \pi$, et à la sortie (loin du noyau) $\theta \simeq 0$. La déviation D est définie comme l'angle entre la direction finale et la direction initiale.

8. Écrire le *Principe Fondamental de la Dynamique* (PFD) et sa projection sur l'axe x. Intégrer cette relation entre $t = 0$ (où $v_x = v_0$ et $\theta = \pi$) et $t \to +\infty$ (où $v_x = v_0 \cos D$ et $\theta \simeq 0$), D représentant la déviation subie par la particule α. On pourra utiliser une relation déduite de la question 1. En déduire que la déviation est donnée par :

$$\tan\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 m v_0^2 b}$$

9. En réalité, le noyau d'or n'est pas strictement immobile : il subit un léger recul lors de l'interaction. Cependant, on peut toujours considérer que le système *(particule α – noyau d'or)* constitue un système isolé. Expliquer brièvement la méthode utilisée pour étudier la trajectoire de la particule α dans ce cadre plus complet.

10. Application numérique et discussion physique : Pour les valeurs numériques précédentes, calculer l'énergie cinétique initiale $E_c = \dfrac{1}{2} m v_0^2$ de la particule α en joules et en MeV. Comparer cette énergie à l'énergie potentielle électrostatique à la distance minimale d'approche $r_{\min}$ obtenue. En déduire si la particule α peut pénétrer à l'intérieur du noyau d'or (rayon typique $R \approx 7 \times 10^{-15}\,\mathrm{m}$). Conclure sur la validité du modèle de diffusion de Rutherford.

Mots-clés et notions essentielles

Force de Coulomb ; force centrale ; moment cinétique conservé ; énergie mécanique ; potentiel électrostatique ; potentiel effectif ; paramètre d'impact ; distance de plus proche approche ; diffusion de Rutherford ; angle de déviation.

Devoir 7

Mécanique des solides

Durée indicative : 1 h 30

Thèmes abordés : cinématique du mouvement de rotation ; mouvements périodiques ; description angulaire (position, vitesse) ; modélisation sinusoïdale ; vitesse aréolaire ; dynamique de rotation d'un solide ; théorème du moment dynamique ; énergie mécanique et conservation ; pendule pesant.

Partie A : Mouvement d'un essuie-glace

Camille et Noé roulent en voiture non loin d'un volcan en éruption lorsqu'ils remarquent qu'une pluie de cendres commence à tomber. Noé actionne alors les essuie-glaces, tandis que Camille, curieuse et scientifique, observe leur mouvement pour tenter de modéliser le système et d'identifier quel endroit du pare-brise est le mieux protégé. Elle réalise un schéma du dispositif et remarque que l'angle balayé par le balai unique est de 150°. Le balai effectue 12 aller-retours en 10 secondes. Les deux positions extrêmes sont symétriques par rapport à l'axe (Ox). La longueur du balai est $OA = 55$ cm.

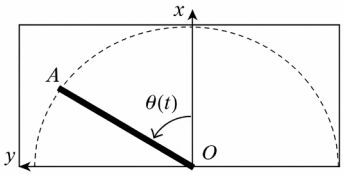


FIGURE 1 – Schéma du mouvement de l'essuie-glace.

Encadré méthodologique — Rotation plane d'un solide
Lorsqu'un solide effectue une rotation autour d'un point ou d'un axe fixe :

- la variable naturelle pour décrire le mouvement est un *angle* $\theta(t)$;
- la vitesse angulaire est $\dot{\theta}(t)$ et la vitesse linéaire d'un point situé à la distance R de l'axe vaut $v = R|\dot{\theta}|$;
- la dynamique de rotation est gouvernée par le *théorème du moment dynamique*
- si les forces sont conservatives et que les liaisons idéales ne travaillent pas, l'énergie mécanique se conserve.

1. Décrire la nature du mouvement effectué par le balai d'essuie-glace.
2. On note $\theta(t)$ la position angulaire du balai et θ_0 sa position initiale, correspondant à la position extrême droite du schéma. On admet que $\theta(t)$ suit une loi sinusoïdale du temps et que le balai part de sa position θ_0 à $t = 0$ sans vitesse initiale. Déterminer l'expression analytique de $\theta(t)$.
3. Calculer la vitesse maximale de l'extrémité A du balai.

4. Sur certains véhicules, une « vitesse rapide » divise par deux la durée d'un aller-retour. Comment cette modification affecterait-elle la fonction $\theta(t)$ et la valeur de la vitesse maximale du point A ?
5. Pour évaluer l'efficacité du balayage, on définit la vitesse aréolaire comme la surface balayée par unité de temps. Établir l'expression de cette vitesse aréolaire en fonction du temps. Quelle partie du pare-brise est la mieux protégée de la pluie de cendres ?

Partie B : Chute d'un mât

On assimile un mât à une tige homogène de longueur L et de masse m. Le mât cède à sa base et bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui O reste fixe et que le mât ne glisse pas. On néglige les frottements de l'air. On repère la position du mât par l'angle θ qu'il fait avec la verticale. Le moment d'inertie du mât par rapport à son extrémité O est

$$J = \frac{mL^2}{3}.$$

1. Établir l'équation du mouvement de chute du mât.
2. En notant θ_0 l'angle initial, montrer que la vitesse angulaire du mât s'écrit
$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}\Big(\cos\theta_0 - \cos\theta\Big)}.$$
3. Déterminer le temps de chute du mât jusqu'à la position horizontale $\theta = \pi/2$, en sachant que $\theta_0 = 6°$ et que
$$\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} = 4{,}89.$$
4. Application numérique. Calculer le temps de chute dans le cas d'un mât de hauteur $L = 20$ m. On prendra $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
5. **Mise en perspective : pendule pesant.** On rappelle qu'un pendule pesant est un solide en rotation autour d'un point fixe soumis à son poids.
    a) Expliquer en quoi la chute du mât peut être vue comme un cas particulier de pendule pesant (mêmes grandeurs caractéristiques : moment d'inertie J, distance d du centre de masse au pivot, couple de pesanteur).
    b) Discuter la différence entre le mouvement de chute (basculement irréversible) et le mouvement d'un pendule pesant en petites oscillations autour d'un équilibre stable (linéarisation $\sin\theta \simeq \theta$).

Mots-clés et notions essentielles

Mouvement de rotation ; mouvement périodique ; position angulaire ; vitesse angulaire ; loi sinusoïdale ; vitesse aréolaire ; théorème du moment dynamique ; moment d'inertie ; énergie mécanique ; pendule pesant ; équilibre stable / instable ; linéarisation ; ordre de grandeur.

OPTIQUE ET ONDES

Devoir 8

Lois de Snell-Descartes

Durée indicative : 1 h 30

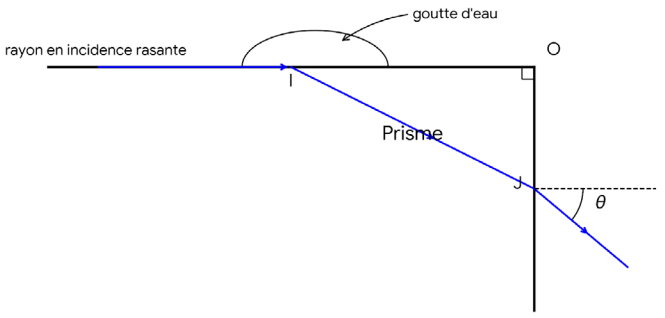
Thèmes abordés : lois de Snell–Descartes (réflexion, réfraction) ; dioptres plans et lame à faces parallèles (déviation, angles) ; réflexion totale interne et angle critique ; dispositif de mesure d'indice : réfractomètre de Pulfrich (incidence rasante, émergence) ; milieux stratifiés (indice variable avec l'altitude) et invariants de propagation ; courbure des rayons dans un gradient d'indice ; mirage inférieur : interprétation géométrique et distance apparente de l'image.

Partie A : L'aquarium

La paroi d'un aquarium est constituée d'une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur 5 mm. L'indice de réfraction de l'air est 1, celui du verre 1,50 et celui de l'eau 1,33.

1. Sachant que $i_1 = 46°$, calculer i_2 et i_3.
2. Existe-t-il un phénomène de réflexion totale pour les rayons pénétrant dans l'aquarium ?
3. Existe-t-il un phénomène de réflexion totale pour les rayons sortant de l'aquarium ?

Partie B : Réfractomètre de Pulfrich



On cherche à mesurer l'indice de réfraction n de l'eau par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte d'eau sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°. On éclaire cette goutte d'eau en lumière monochromatique en prenant bien soin qu'elle soit aussi éclairée en incidence rasante. A l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face