

Amaury Mouchet

L'élégante efficacité des symétries

DUNOD

Nous avons fait tout ce qui était en notre pouvoir pour obtenir les autorisations de reproductions nécessaires pour cet ouvrage. Toute omission qui nous sera signalée se verra rectifiée dans la prochaine édition.

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage. Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements		d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).
--	--	--

© Dunod, Paris, 2013
ISBN 978-2-10-059511-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Comme un son pur, ou un système mélodique de sons purs, au milieu des bruits, ainsi un cristal, une fleur, une coquille se détachent du désordre ordinaire de l'ensemble des choses sensibles. Ils nous sont des objets privilégiés, plus intelligibles à la vue, quoique plus mystérieux à la réflexion, que tous les autres que nous voyons indistinctement. Ils nous proposent, étrangement unies, les idées d'ordre et de fantaisie, d'invention et de nécessité, de loi et d'exception ; et nous trouvons à la fois dans leur apparence, le semblant d'une intention et d'une action qui les eût façonnés à peu près comme les hommes savent faire, et cependant l'évidence de procédés qui nous sont interdits et impénétrables. Nous pouvons imiter ces formes singulières ; et nos mains tailler un prisme, assembler une feinte fleur, tourner ou modeler une coquille ; nous savons même exprimer par une formule leurs caractères de symétrie, ou les représenter d'assez près par une construction géométrique. Jusque-là, nous pouvons prêter à la « Nature » : lui donner des dessins, une mathématique, un goût, une imagination, qui ne sont pas infiniment différents des nôtres ; mais voici que, lui ayant concédé tout ce qu'il faut d'humain pour se faire comprendre des hommes, elle nous manifeste, d'autre part, tout ce qu'il faut d'inhumain pour nous déconcerter...

Paul Valéry (1937)

Variété V, Œuvres I, « L'homme et la coquille », p. 887.

Table des matières

1 : Une commune mesure : des grottes de Blombos aux souterrains du CERN	I
2 : Réflexions sur quatre facettes	11
3 : Groupes de transformations	22
4 : Classification, abstraction, compréhension	44
5 : Inférences et devenir	58
6 : Une esthétique de la simplicité	77
7 : Du simple au complexe, de l'unité à la variété : hiérarchie	90
Planches couleurs	
8 : Invariances : universalité et vérité modestes	107
9 : Relativités	125
10 : Conservations : ordre ou chaos	138
11 : Projections et ruptures	161
12 : Spéculations sur quatre facettes	181
Récapitulatif	196
Hommage et remerciements	198
Bibliographie	204
Index	215

Une commune mesure : des grottes de Blombos aux souterrains du CERN

Pour transformer une herbe folle en plante cultivée, une bête sauvage en animal domestique, faire apparaître chez l'une ou chez l'autre des propriétés alimentaires ou technologiques qui, à l'origine, étaient complètement absentes ou pouvaient à peine être soupçonnées ; pour faire d'une argile instable, prompte à s'effriter, à se pulvériser ou à se fendre, une poterie solide et étanche [...] ; pour élaborer les techniques, souvent longues et complexes, permettant de cultiver sans terre ou bien sans eau, de changer des graines ou racines toxiques en aliments, ou bien encore d'utiliser cette toxicité pour la chasse, la guerre, le rituel, il a fallu, n'en doutons pas, une attitude d'esprit véritablement scientifique, une curiosité assidue et toujours en éveil, un appétit de connaître pour le plaisir de connaître, car une petite fraction seulement des observations et des expériences (dont il faut bien supposer qu'elles étaient inspirées, d'abord et surtout, par le goût du savoir) pouvaient donner des résultats pratiques, et immédiatement utilisables. [...] L'homme du néolithique ou de la proto-histoire est donc l'héritier d'une longue tradition scientifique [...].

Tout classement est supérieur au chaos ; et même un classement au niveau des propriétés sensibles est une étape vers un ordre rationnel. Si l'on demande de classer une collection de fruits variés en corps relativement plus lourds et relativement plus légers, il sera légitime de commencer par séparer les poires des pommes, bien que la forme,

la couleur et la saveur soient sans rapport avec le poids et le volume ; mais parce que les plus grosses, parmi les pommes, sont plus faciles à distinguer des moins grosses, que si les pommes demeurent mélangées avec des fruits d'aspect différent. On voit déjà par cet exemple que, même au niveau de la perception esthétique, le classement a sa vertu.

Claude Lévi-Strauss, (1962)
La pensée sauvage, chap. 1.

I Gravée sur un morceau d'ocre rouge de la longueur d'un doigt, la seule trace laissée par un être humain qui vécut plus de sept cents siècles avant nous sur les rivages au sud de l'Afrique laisse clairement apparaître une sorte de frise aux motifs géométriques (figure 1.1). À l'aide de rares vestiges constitués de bifaces, déjà symétriques, de perles en coquillages, à l'élégante forme spiralée, d'outils en os, délicatement manufacturés, et d'autres bribes éparses, nous ne pouvons – au mieux – que forger des conjectures plausibles sur la vie des hommes des cavernes de Blombos. Alors que certaines peintures rupestres représentent à l'évidence des animaux (celles de la grotte Chauvet, figure 3.8 p. 34, pour ne retenir que les plus anciennes, sont datées au plus de 32 000 ans, donc beaucoup plus récentes que les 75 000 ans des couches où a été trouvé le fragment d'ocre de Blombos), nous ne saurons probablement jamais si cette frise résulte véritablement d'une pensée symbolique, d'un plaisir esthétique ou d'un exercice ludique ; des trois à la fois sans doute. Malgré tout, nous devinons dès le premier coup d'œil que nous sommes en présence d'une production humaine et, en outre, qu'il ne s'agit pas là d'un produit fortuit et secondaire issu de la fabrication de la poudre d'ocre couramment utilisée par nos ancêtres de l'âge de pierre¹.

1. L'étude microscopique qui permet de reconstituer chronologiquement le processus de gravure des traits confirme cette intuition (HENSHILWOOD, D'ERRICO & WATTS, 2009).



Figure 1.1 (voir planche couleur II)

Ocre gravé et coquillage datés de 75 000 ans trouvés dans la grotte de Blombos en Afrique du Sud.

a) Le morceau d'ocre est large d'environ 8 cm. Les symétries miroir et par translation spatiale, clairement identifiables, laissent penser qu'il s'agit de la plus ancienne trace de pensée symbolique que nous possédions actuellement, à moins qu'il ne s'agisse d'un exercice ludique ou purement esthétique (œuvre d'art ?) Voir (Henshilwood, d'Errico & Watts, 2009). **b)** L'étude microscopique montre que le trou de quelques millimètres a été percé artificiellement dans la coquille et ne résulte donc pas d'une érosion naturelle. Plusieurs dizaines de perles de ce genre ont été trouvées. Voir d'Errico et al. (2005). Les deux photographies sont de Francesco d'Errico.

Si les cultures du paléolithique restent largement incommensurables aux nôtres (encart 1.1), la présence de symétries, de régularité dans les artefacts laissés par nos aïeux témoigne de certains caractères partagés par l'humanité toute entière à travers des milliers de générations. Nos cerveaux et assurément, puisque c'est là leur rôle quoique dans une moindre mesure, ceux d'espèces au-delà du cercle des *Homo sapiens*, construisent des classifications, forgent des représentations, élaborent des modèles, développent leur compréhension, échafaudent des théories et enfin tentent des prévisions en exploitant les symétries du monde. L'anatomie comparée étayée par des études génétiques montre que les individus de Blombos possédaient des traits semblables aux nôtres, qualifiés de « modernes », et suggère donc que leurs structures neuronales offraient les mêmes capacités cogni-

Encart 1.1**Stabilité des éléments culturels humains**

Dans les rares cultures épargnées par les vicissitudes séculaires – c'est dire si c'est exceptionnel – comme celle des Sans (*bushmen*), des analyses récentes permettent de suivre sur des dizaines de milliers d'années le développement, l'évolution ou la disparition de traditions culturelles. Des fragments de coquilles d'autruche utilisées comme réservoirs d'eau, gravées de motifs géométriques périodiques, ont été trouvés sur le site de l'abri sous roche de Diepkloof et sont datés de 60 000 ans (Texier et *al.*, 2010). Certains éléments culturels, comme la fabrication et la personnalisation décorative des pointes de flèches qui perdurent dans la culture San, viennent d'être retrouvés sous forme similaire dans des strates de plus de 40 000 ans (d'Errico et *al.*, 2012).

tives que les nôtres. Bien que s'inscrivant évidemment dans des environnements culturels fort différents, fluctuant et évoluant rapidement d'une époque à l'autre et d'une région à l'autre, le développement individuel des êtres humains, ainsi que celui d'autres espèces intelligentes, s'appuie sur des ressources génétiques qui se sont, en fait, peu modifiées depuis cent mille ans. Si les incessants brassages qui gouvernent les évolutions culturelles, des rues de Tokyo aux clairières de l'Amazonie, se mesurent à l'échelle d'une vie humaine, quelques dizaines de milliers d'années ne représentent au contraire qu'un court instant pour la sélection darwinienne biologique qui opère sur les mammifères.

Dans le film *2001, l'Odyssée de l'Espace*, Stanley Kubrick enchaîne deux plans, formant un trait d'union silencieux entre les musiques de Richard et Johann Strauss, préparé par des cris de victoire d'hominidés « à l'aube de l'humanité », où l'on voit un os, devenu désormais outil et arme, lancé en l'air puis être substitué dans un même mouvement, sans transition, à un vaisseau spatial de forme oblongue glissant entre Terre et Lune. En

s'inspirant de cette belle et célèbre ellipse cinématographique, on peut tenter un saut de moindre amplitude² entre la trace laissée sur l'ocre de la grotte de Blombos et l'une des réalisations humaines les plus complexes qui soit : l'ensemble des accélérateurs et des détecteurs de particules qui se niche dans des galeries souterraines artificielles à la frontière franco-suisse près de Genève et qui constitue l'Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire, le CERN³. Ce laboratoire de recherche, qui cumule à lui tout seul beaucoup de superlatifs, est une œuvre collective – des milliers de mains qui extraient les matières premières composant les instruments aux cerveaux qui les conçoivent, portés eux-mêmes par des connaissances et des savoir-faire hérités de générations de techniciens, de chercheurs, d'ingénieurs et d'administrateurs en tous genres – dont la fonction est d'explorer les structures physiques de l'univers aux plus petites échelles actuellement à notre portée. Or, et c'est là l'un des thèmes majeurs de ce livre, les symétries forment une clef de voûte de toutes les théories et de tous les modèles physiques qui à la fois guident les expériences du CERN et sont mises à l'épreuve par elles.

Des grottes de Blombos aux souterrains du CERN, nous verrons comment les symétries et les notions intimement reliées à elles forment une matrice indispensable à toute forme de pensée. Depuis le début du XX^e siècle surtout, la physique, de concert avec les mathématiques, a formellement identifié et reconnu le rôle essentiel des symétries dans la découverte ou la création théorique. En étendant le concept de symétrie largement au-delà de la signification qu'elle prend au quotidien, la physique l'a

2. Le film de Kubrick ne spécifie pas l'époque mais les paléanthropologues s'accordent pour attribuer à l'*Homo Habilis*, qui vécut il y a un peu moins de 2 millions d'années, l'invention des premiers outils.

3. L'acronyme conserve un « C » rappelant que l'organisation, qui rassemble aujourd'hui vingt états membres et une multitude d'autres états non européens, était à l'origine, au début des années cinquante, un Conseil.

porté à un point d'incandescence inégalé. J'essaierai de montrer que cet éclairage nouveau a une portée universelle et comment il nous permet de reconsidérer, non seulement l'ensemble de la démarche scientifique, mais d'atteindre le cœur même de la pensée humaine, prise individuellement, comme en témoigne le morceau d'ocre de Blombos, ou collectivement, comme le montre l'odyssée du CERN.

2 Au moment où j'écris ces lignes dans un train reliant Paris à Tours, quelque part où défilent à pleine vitesse les champs de la Beauce, j'ignore si cet ouvrage, dont il n'existe encore que quelques phrases, apparaîtra plus comme un essai de physique, d'*épistémologie*⁴ ou de philosophie. Qu'importe ; il s'agit avant tout de voyager.

Dans un premier mouvement, nous partirons vers des contrées éloignées découvertes par les physiciens mais je supposerai que le lecteur voyage léger. Peu de bagages au départ, même s'il s'agit d'atteindre des territoires complexes⁵. Notre périple, qui aura le thème des symétries pour fil conducteur, nous entraînera dans les accélérateurs de particules dont le fleuron actuel est le grand collisionneur de hadrons, le LHC⁶ du CERN (figure 1.2), mais pas

4. C'est-à-dire la « science de la science ». Elle étudie les méthodes, les résultats, les limites, les points faibles et forts de la connaissance ou de la pensée scientifique qui est la forme la plus aboutie de l'acte de connaître.

5. Le récapitulatif en fin d'ouvrage p. 196 et les nombreux renvois internes devraient éviter au lecteur de perdre les lignes directrices. La plupart des notes de bas de page et les encarts s'adressent à un lecteur plus averti et permettent ainsi de séparer plusieurs niveaux de lecture. En revanche, les multiples citations, loin d'être secondaires ou annexes, placées comme des mises-en-bouche en début de chapitre pour aiguïser l'appétit, font pleinement partie du corps principal du texte et sont très souvent réunies en une sorte de conversation imaginaire dépassant les distances spatiales et temporelles qui séparent parfois leurs brillants auteurs.

6. *Large Hadron Collider*, *hadron* désigne la famille des particules composites, constituées de deux ou trois « briques » (pour l'instant considérées comme élémentaires) appelées *quarks* (la figure 4.5 p. 55 fournit l'ensemble de ces éléments et la figure 5.2 p. 63 présente quelques hadrons). Notamment les *protons* sont des particules qui se retrouvent dans tous les noyaux atomiques et sont formés de trois quarks.