

EXOS

résolus

Term **S**

Conseillé par les enseignants

Maths / Physique / Chimie

SPÉCIAL

CONCOURS POST-BAC

▶ Les révisions spécial concours

▶ Les exercices types et les conseils

+ Les annales corrigées

■ GEIPI-Polytech

■ Puissance 11/FESIC

■ Avenir

■ Advance

■ Alpha



Encore plus d'exercices corrigés sur :
www.hachette-education.com

hachette
ÉDUCATION

EXOS
résolus

Term **S**

CONCOURS POST-BAC

Maths / Physique / Chimie

Aurélien **ROUDIER**

Conception graphique

Couverture : Mélissa Chalot

Intérieur : Françoise Bouvard

Composition, schémas et mise en pages : Graph'im 64

ISBN : 978-2-01-162285-3

© HACHETTE LIVRE 2014, 43, quai de Grenelle, 75905 PARIS CEDEX 15

www.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple ou d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

SOMMAIRE

Partie I – Mathématiques

1 Analyse 1 – Fonctions	5	4 Complexes	41
Tests.....	5	Tests.....	41
Cours.....	6	Cours.....	43
Exercices de concours.....	10	Exercices de concours.....	44
Corrigés.....	15	Corrigés.....	46
2 Limites et séries	18	5 Géométrie du plan et de l'espace	48
Tests.....	18	Tests.....	48
Cours.....	20	Cours.....	50
Exercices de concours.....	22	Exercices de concours.....	52
Corrigés.....	26	Corrigés.....	55
3 Probabilités – Statistiques	29	6 Compléments	58
Tests.....	29	Tests.....	58
Cours.....	31	Cours.....	62
Exercices de concours.....	34	Exercices de concours.....	63
Corrigés.....	38	Corrigés.....	67
		7 Annales 2013	71
		Annales.....	71
		Corrigés.....	81

Partie II – Physique

1 Mécanique	89	Corrigés.....	115
Tests.....	89		
Cours.....	91	4 Ondes (mécaniques et lumineuses)	117
Exercices de concours.....	93	Tests.....	117
Corrigés.....	99	Cours.....	119
		Exercices de concours.....	121
2 Relativité restreinte	103	Corrigés.....	124
Tests.....	103		
Cours.....	105	5 Acoustique, effets Doppler	126
Exercices de concours.....	106	Tests.....	126
Corrigés.....	107	Cours.....	129
		Exercices de concours.....	131
3 Physique atomique et nucléaire	108	Corrigés.....	134
Tests.....	108		
Cours.....	110	6 Énergétique, thermique	136
Exercices de concours.....	112	Tests.....	136

Cours.....	138
Exercices de concours	140
Corrigés.....	141

7 Transmission et traitement d'informations..... 142

Tests.....	142
Cours.....	144
Exercices de concours	146
Corrigés.....	152

8 Compléments..... 155

Tests.....	155
Cours.....	158
Exercices de concours	160
Corrigés.....	164

9 Annales 2013..... 166

Annales.....	166
Corrigés.....	173

Partie III – Chimie

1 Notions de base, solutions aqueuses, pH-métrie..... 179

Tests.....	179
Cours.....	182
Exercices de concours	186
Corrigés.....	190

2 Structure moléculaire, réactions .. 193

Tests.....	193
Cours.....	195
Exercices de concours	197
Corrigés.....	199

3 Analyses hormis pH-métrie : conductimétrie, chromatographie, spectroscopie..... 201

Tests.....	201
Cours.....	203
Exercices de concours	206
Corrigés.....	212

4 Cinétique..... 217

Tests.....	217
Cours.....	218
Exercices de concours	219
Corrigés.....	221

5 Oxydoréduction..... 223

Tests.....	223
Cours.....	225
Exercices de concours	227
Corrigés.....	230

6 Compléments..... 233

Tests.....	233
Cours.....	235
Exercices de concours	236
Corrigés.....	239

7 Annales 2013..... 241

Annales.....	241
Corrigés.....	251

Analyse 1 – Fonctions

Tests : faire le point avec deux QCM (Réponses : Vrai / Faux)

- 1** Soit $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{2x+2}$ de courbe représentative $\mathcal{C}_f$ et d'ensemble de définition D_f .
- a. f admet pour unique asymptote $\mathcal{D} : y = 0$.
 - b. $\mathcal{C}_f$ admet une unique tangente horizontale, T , en $x = e - 1$.
 - c. $D_f =]-1 ; +\infty[$ et $\forall x \in D_f, f(x) \leq 2$.
 - d. $\int_0^1 f(x) dx = \left(\frac{\ln(2)}{2}\right)^2$.
- 2** Soit $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$, $g(x) = \frac{f(x)}{f(-x)}$, $h(x) = \ln(g(x))$ et $D = \left] \frac{\pi}{4} ; +\frac{\pi}{4} \right[$.
- a. h est **impaire**.
 - b. Sur D , g est **dérivable** et $g'(x) = \frac{2}{1 - \sin(2x)}$.
 - c. Pour $a \in D$, $\int_{-a}^a h = \int_{-a}^a h(x) dx = 0$.
 - d. Pour $x \in D$, g est **intégrable** et $\int_0^x g(t) dt = \ln|\cos(x) + \sin(x)|$.

CORRIGÉ

- 1 a. F** car f admet pour asymptotes $\mathcal{D} : y = 0$ (horizontale) et $\mathcal{D}' : x = -1$ (verticale).
- b. V** car $(e - 1, \frac{1}{2}e)$ est l'**unique extremum** de $\mathcal{C}_f$.
- c. V** car $f(x) \leq \frac{1}{2}e < 2$ pour tout $x \in D_f$ où $\ln(x+1)$ est défini et $2x+2 > 0$.
- d. V** car $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4} \int_0^1 2u'(x)u(x) dx = \frac{1}{4} [u^2(x)]_0^1$ avec $u(x) = \ln(x+1)$.
- 2 a. V** car $h(-x) = \ln\left(\frac{f(-x)}{f(x)}\right) = -\ln\left(\frac{f(x)}{f(-x)}\right) = -h(x)$.
- b. V** car g est bien dérivable sur D et $g'(x) = \frac{(\cos(x) - \sin(x))^2 + (\cos(x) + \sin(x))^2}{(\cos(x) - \sin(x))^2}$

$$= \frac{1+1}{1 - 2\cos(x)\sin(x)} = \frac{2}{1 - \sin(2x)}.$$
- c. V** car h est **impaire**.
- d. F** car g est bien intégrable sur D mais $\int_0^x g(t) dt = -\int_0^x \frac{u'(t)}{u(t)} dt = -[\ln|u(t)|]_0^x$ avec $u(t) = \cos(t) - \sin(t) \rightarrow \int_0^x g(t) dt = -\ln|\cos(x) - \sin(x)|$.

1 Ensembles de définition

Propriétés (avec D_f : ensemble de définition d'une fonction f)

■ D_f à partir de l'ensemble de définition D_g d'une fonction g

Pour $f(x) = \sqrt{g(x)}$ ou $(g(x))^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$: $D_f = \{x \in D_g, g(x) \geq 0\}$.

Pour $f(x) = (g(x))^n$ avec $n \in \mathbb{N}$: $D_f = D_g$ et avec $n \in \mathbb{Z}^*$: $D_f = \{x \in D_g, g(x) \neq 0\}$.

■ D_f à partir de l'ensemble de définition D_g et D_h de deux fonctions g et h

Pour $f(x) = g(x) \times h(x)$, $g(x) + h(x)$, ou $g(x) - h(x)$: $D_g \cap D_h \subset D_f$. Pour $f(x) = g(x) / h(x)$: $D_f = \{x \in D_g \cap D_h, h(x) \neq 0\}$. Pour $f(x) = g \circ h(x)$: $D_f = \{x \in D_h, h(x) \in D_g\}$.

2 Fonction logarithme népérien $\ln$

■ Définitions

$\ln$ est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction inverse : $t \mapsto \frac{1}{t}$ sur $\mathbb{R}_+^*$: $\int_1^x \frac{dt}{t}$

Elle est également la fonction réciproque de la fonction exponentielle : $\exp$ de $\mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$

■ Propriétés (pour $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ et $c \in \mathbb{R}$)

$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$, $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$, $\ln(1/a) = -\ln a$, $\ln(a^c) = c \times \ln a$

$\ln(10^c) = c \times \ln 10$ et $\log_{10}(10^c) = c \rightarrow \ln a = \log_{10} a \times \ln 10$, $\log_{10} a = \ln a / \ln 10$

■ Valeurs

$\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $\ln e^{-1} = -1$; $\ln e^2 = 2$; $\ln 10 = 1 / \log_{10} e \approx 0,230$.

3 Fonction exponentielle $\exp : x \mapsto e^x$

■ Définitions

$\exp$ est l'unique fonction f telle que $f'(x) = f(x)$ sur $\mathbb{R}$ et avec $f(0) = 1$.

$\operatorname{ch}(x) = (\exp(x) + \exp(-x)) / 2$, $\operatorname{sh}(x) = (\exp(x) - \exp(-x)) / 2$, $\operatorname{th}(x) = \operatorname{sh}(x) / \operatorname{ch}(x)$.

■ Propriétés (pour $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ et $c, d, x \in \mathbb{R}$)

$\exp(c + d) = \exp(c) \times \exp(d)$, $\exp(-c) = 1 / \exp(c)$, $\exp(c)^d = \exp(c \times d)$,

$\exp(\ln a) = a$, $\ln(\exp(c)) = c$, $a^c = \exp(c \times \ln a)$, $\ln(a^c) = c \times \ln a$, $10^c = \exp(c \times \ln 10)$,

$\operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1$. Dérivées : $\exp' = \exp$, $\operatorname{ch}' = \operatorname{sh}$, $\operatorname{sh}' = \operatorname{ch}$ et $\forall x$, $\operatorname{th}'(x) = 1 / \operatorname{ch}^2(x)$.

■ Valeurs

$\exp(0) = 1$; $\exp(1) = e \approx 2,718$; $\exp(-1) = 1 / e$; $\operatorname{ch}(0) = 1$; $\operatorname{sh}(0) = 0$; $\operatorname{th}(0) = 0$.

4 Fonctions trigonométriques cos, sin, tan

■ Définitions

cos x est l'abscisse, sin x l'ordonnée, du point du cercle unité situé à l'angle x de (Ox)

■ Relations et propriétés

- $\tan x = \sin x / \cos x$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$, $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$,
 $\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\sin(\pi + x) = -\sin x$,
 $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$, $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$,
 $\sin(2a) = 2\cos a \cdot \sin a$, $\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a = \cos^2 a - \sin^2 a$,
 $\tan(a + b) = \frac{(\tan a + \tan b)}{(1 - \tan a \tan b)}$, $\tan(2a) = \frac{2 \tan a}{(1 - \tan^2 a)}$,

$$\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right), \sin p + \sin q = 2 \cdot \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right).$$

- Dérivées : $\sin' = \cos$, $\cos' = -\sin$, $\cos'' = -\cos$, $\sin'' = -\sin$, sur $D_{\tan}$, $\tan' x = \cos^{-2} x$.

■ Valeurs

[rad]	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
fonction							
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	0

5 Limites

Propriétés (pour $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ et $c, d \in \mathbb{R}$)

■ Prépondérances pour des expressions de limites en $+\infty$

$$\ln \ln x \ll \ln x^{0,1} \ll \sqrt{x} \ll \sqrt{x} \ln x \ll x \ll x \ln x \ll x^{1,5} \ll x^3 \ll x^{\sqrt{x}} \ll e^x \ll x^x$$

■ Prépondérances pour des puissances de x en 0

$$x^{10} \ll x^3 \ll x^2 \ll x\sqrt{x} \ll x \ll \sqrt{x} \ll x^{0,1} \ll 1 \ll x^{-0,1} \ll 1/\sqrt{x} \ll 1/x \ll x^{-2} \ll x^{-10}$$

■ **Équivalents en 0** ($u \rightarrow 0$) trouvés par la dérivée en x_0 : $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Pour $\alpha \in \mathbb{R}$, $(1 + u)^\alpha \sim 1 + \alpha u$, $(1 - u)^\alpha \sim 1 - \alpha u$ trouvé avec $x_0 = 0$ et $f(x) = (1 - x)^\alpha$

Donc en particulier $\sqrt{1+u} \approx 1 + \frac{u}{2}$, $\sqrt{1-u} \approx 1 - \frac{u}{2}$, $\frac{1}{1+u} \approx 1 - u$, $\frac{1}{1-u} \approx 1 + u$

$\ln(1 + u) \approx u$, $\ln(1 - u) \approx -u$, $\exp(u) \approx 1 + u$, $\sin(u) \approx u$, $\cos(u) \approx 1 - \frac{u^2}{2}$, $\tan(u) \approx u$

Remarque : u peut être une fonction de x au voisinage de x_0 , il suffit que $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$.

6 Résolution d'équation comprenant une fonction f

A. Définition

Une équation est une égalité entre des **termes** fonctions d'une ou plusieurs **variables**.

B. Résolutions avec exemples

• $f(x) = d \in \mathbb{R}$ (La dichotomie permet toujours d'approcher une éventuelle solution.)

– Si f est bijective et f^{-1} connue, $x = f^{-1}(d)$.

Ex. 1 : $e^x = d > 0$, donc $x = \ln d$.

Ex. 2 : $\text{sh}(x) = 1 \rightarrow x = \text{sh}^{-1}(1)$, qu'on peut déterminer : $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = 1$. Posant $X = e^x$, $X^2 - 2X - 1 = 0$, d'où $X_1 = 1 + \sqrt{2}$ et $X_2 = 1 - \sqrt{2}$. Une seule solution $x_1 = \ln(1 + \sqrt{2})$.

– Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, on résout $ax^2 + bx + c - d = 0$, avec $\Delta = b^2 - 4a(c - d)$.

Si $\Delta > 0$, on a 2 solutions réelles : $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ et si $\Delta = 0$, on a 1 solution réelle : $\frac{-b}{2a}$.

• $f(x) = x \rightarrow$ solution éventuelle : limite en $+\infty$ d'une suite u telle que $u_{n+1} = f(u_n)$.

7 Courbe $\mathcal{C}_f$ représentative d'une fonction f

A. Définition

La courbe $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points $\left| f(x) \right.$ pour $x \in D_f$ dans un repère orthogonal.

B. Propriétés

■ **Tangente** en x_0 , T d'équation cartésienne : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

(existe si f' continue en x_0 , si f' continue à droite ou bien à gauche : demi-tangente).

T est l'unique droite passant par $\left| \begin{matrix} x_0 \\ f(x_0) \end{matrix} \right.$ et de pente (coefficient directeur) $f'(x_0)$.

Ex. : $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 0$: tangente horizontale, si $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = a \neq 0$: demi-tangente de pente a en x_0 , si $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$: demi-tangente verticale...

■ Asymptote

– **horizontale** : droite : $y = y_0$ telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ ou $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

– **verticale** : droite : $x = x_0$ telle que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm \infty$ ou $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm \infty$

– **oblique** : droite : $y = ax + b$ telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - ax - b = 0$

- **Caractéristiques** (courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I)
 $\mathcal{C}_f$ est stable sur I si $f'(x) = 0$. Si sur I , $\mathcal{C}_f$ monte, alors $f'(x) > 0$ sur I , si elle descend, alors $f'(x) < 0$ sur I . Si sur I , $\mathcal{C}_f$ est creuse, alors $f''(x) > 0$ sur I ($\mathcal{C}_f$ est **convexe** avec une progression qui augmente strictement). Si sur I , $\mathcal{C}_f$ est bombée, alors $f''(x) < 0$ sur I ($\mathcal{C}_f$ est **concave** avec une progression qui diminue strictement).

8 Dérivation – intégration pour f, g, U dérivables sur les intervalles

A. Définitions

- **Dérivée seconde** de f : si elle existe ($\exists \gg$), dérivée de la dérivée : f'' .
- F est une **primitive** de $f \Leftrightarrow F$ est dérivable et $F' = f$. F est donc définie à une constante près et pour 2 réels x_0 et y_0 , il existe au plus une primitive de f telle que $F(x_0) = y_0$. Ainsi, $\int_a^x f$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a et pour toute primitive F , $\int_a^b f = F(b) - F(a)$

B. Propriétés et formules

- **Implications** : f dérivable ($\exists f'$) $\Rightarrow f$ continue $\Rightarrow f$ intégrable ($\exists \int f$) $\Rightarrow f$ définie.
- Sur $[a ; b]$, **moyenne** de f : $\int_a^b f / (b - a)$. Si $m \leq f(x) \leq M$, $m(b - a) \leq \int_a^b f \leq M(b - a)$
- **Relations de Chasles** : $\int_a^c f = \int_a^b f + \int_b^c f$, $\int_a^b f = - \int_b^a f$, $\int_0^a f = - \int_a^0 f$, $\int_a^a f = 0$
- **Parité** : si f est impaire, $\int_{-a}^a f = 0$ et si f est paire, $\int_{-a}^a f = 2 \int_0^a f$
- **Dérivée de composée de fonctions** : $(g \circ f)' = (g' \circ f) \cdot f'$
- **Formule de Leibniz** - Dérivée $n^{\text{ème}}$ du produit $f \times g$: $(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} \cdot g^{(n-k)}$
- **Intégration par parties** : $\int_a^b f'(x) g(x) dx = [f(x) g(x)]_a^b - \int_a^b f(x) g'(x) dx$
- **Changement de variable** : $\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(t) dt = \int_a^b f(\varphi) d\varphi$

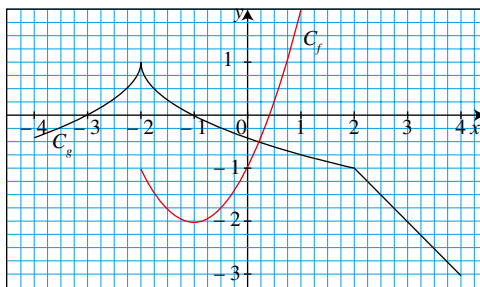
C. Exemples de calculs

- Tableaux de conversions : fonction $f \leftrightarrow$ dérivée f' ou $f \leftrightarrow$ primitive F (sans constante C)

F ou f	x^α	U^α	e^x	e^U	$\cos(x)$	$\cos(U)$	$\sin(U)$
f ou f'	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\alpha \cdot U' U^{\alpha-1}$	e^x	$U' e^U$	$-\sin(x)$	$-U' \sin(U)$	$U' \cos(U)$

F ou f	$\ln x $	$\ln U $	$\ln a+x $	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right $	$\ln \left \tan \left(\frac{x}{2} \right) \right $	$\tan(x)$
f ou f'	$\frac{1}{x}$	$\frac{U'}{U}$	$\frac{1}{a+x}$	$\frac{1}{a^2 - x^2}$	$\frac{1}{\sin(x)}$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$

1 Analyse de courbes



1 $f \circ g(2) =$

- A. n'existe pas
B. 2
C. -2
D. 0

2 Sur $[-4; -2]$, $g(x) =$

- A. $-\sqrt{2-x} + 1$
B. $-\sqrt{-2-x} + 1$
C. $\sqrt{2-x} + 1$
D. $\sqrt{-2-x} + 1$

3 L'ensemble de définition de la fonction $f \circ g$ est :

- A. $[-4; 4]$
B. $[-2; 1]$
C. $[-4; 3]$
D. aucune des 3 réponses précédentes

4 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x) - g(-2)}{x + 2} =$

- A. $+\infty$
B. $-\infty$
C. n'existe pas
D. aucune des 3 réponses précédentes

2 Étude de fonctions

Soient f et g les fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$ respectivement définies par :

$$f(x) = -2\ln(x) + 2 + x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{-x^2 - 2\ln(x)}{x}.$$

1 La dérivée de f est définie par $f'(x) =$

- A. $\frac{2x^2 - 2}{x}$ B. $\frac{2x^2 + 2}{x}$ C. $\frac{-2x^2 - 2}{x}$
D. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.