

SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

IUT • Licence • Master • Écoles d'ingénieurs

PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

Préfaces de
Bertrand Nogarede
Michel Lajoie-Mazenc
Bernard Trannoy
Henri Foch
Jean Faucher

Max Marty
Daniel Dixneuf
Delphine Garcia Gilabert

DUNOD

PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

Consultez nos catalogues sur le Web



www.dunod.com

PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

Cours et exercices corrigés

Max Marty
Président honoraire de l'Institut National Polytechnique de Toulouse

Daniel Dixneuf
Professeur à l'École National d'Ingénieur de Tarbes

Delphine Garcia Gilabert
Professeur au Lycée Déodat de Séverac

Préfaces de
Bertrand Nogarede
Michel Lajoie-Mazenc
Bernard Trannoy
Henry Foch
Jean Faucher

DUNOD

Illustrations de couverture :

Dominique Harribey
Groupe de recherches en Électrodynamique de l'INPT/ENSEEIHT/LEEI.

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.
Le Code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.
Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).

DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

© Dunod, Paris, 2005
ISBN 2 10 048550 4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

PREMIÈRE PARTIE : ÉNERGIE MAGNÉTISME 1

1 Lois des conversions électromécaniques de l'énergie 3
1.1 Théorème de l'énergie cinétique 4
1.2 Principe de la conversion de l'énergie cinétique 5
1.3 Interaction énergie électrostatique – énergie mécanique 6
1.4 Forces électrostatiques 8
1.5 Interaction énergie électromagnétique – énergie mécanique 10
1.6 Énergie électromagnétique des circuits inductifs linéaires 13
1.7 Énergétique des circuits électromagnétiques indéformables 15
1.8 Circuits électromagnétiques déformables 16
1.9 Énergétique des circuits électromagnétiques déformables 19
Pour en savoir plus… 28
Cahier d'évaluation 30

2 Magnétisme 33
2.1 Matériaux magnétiques 34
2.2 Matériaux ferromagnétiques 35
Pour en savoir plus… 41
Cahier d'évaluation 42

3 Circuits magnétiques 45
3.1 Loi d'Ohm magnétique 46
3.2 Circuits magnétiques sans entrefer 46
3.3 Circuits magnétiques avec entrefer 47
3.4 Stockage de l'énergie dans l'entrefer 48
3.5 Observations 49
Pour en savoir plus… 51
Cahier d'évaluation 52

4 Champs magnétiques tournants 55
4.1 Champs pulsants 56
4.2 Champs tournants 57
Pour en savoir plus… 60
Cahier d'évaluation 61

5 Principales étapes de l'électromécanique 65
Pour en savoir plus… 70

DEUXIÈME PARTIE : MACHINES SYNCHRONES 73

6 Principes de fonctionnement à vide 75
6.1 Principes 76
6.2 Machine synchrone bipolaire monophasée 77
6.3 Machine synchrone bipolaire polyphasée 79

6.4 Machine synchrone multipolaire 80
6.5 Machine synchrone bipolaire équivalente 80
6.6 Représentation vectorielle de Fresnel d'un scalaire sinusoïdal 83
6.7 Caractérisation des champs magnétiques radiaux d'entrefer 89
6.8 Écriture des théorèmes fondamentaux appliqués aux champs radiaux d'entrefer 91
6.9 Caractérisation du champ radial d'entrefer par le champ maximal 92
6.10 Création des champs radiaux d'entrefer 92
Pour en savoir plus… 93
Cahier d'évaluation 95

7 Structure et technologie 99
7.1 Enroulements répartis 100
7.2 Force électromotrice théorique 104
7.3 Force électromotrice réelle 106
7.4 Réglages de la force électromotrice à vide 108
7.5 Fréquences normalisées des réseaux 109
7.6 Conduite d'un projet de calcul de machine 110
7.7 Technologie des machines synchrones 117
Cahier d'évaluation 133

8 Marche en charge en régime permanent équilibré 135
8.1 Avantages du triphasé : production, transport, distribution 136
8.2 Fonctionnement de la machine synchrone en générateur autonome 137
8.3 Fonctionnement de la machine synchrone en moteur 139
8.4 Fonctionnement réversible générateur-moteur de la machine synchrone 140
8.5 Modélisation du fonctionnement 142
Pour en savoir plus… 143
Cahier d'évaluation 144

9 Modélisation des machines à pôles lisses non saturées 147
9.1 Équations temporelles et vectorielles 154
9.2 Diagramme temps de Fresnel 150
9.3 Diagramme espace 151
9.4 Diagramme espace bipolaire 152
9.5 Diagrammes espace-temps – diagramme à réactance constante 152
9.6 Détermination de la réactance synchrone 153
9.7 Amplitudes efficaces complexes 153
9.8 Puissance électromagnétique apparente complexe 154
9.9 Expressions du moment du couple 156
Pour en savoir plus… 160
Cahier d'évaluation 161

10 Fonctionnement en alternateur autonome 165
10.1 Marche à vide 166
10.2 Marche en charge 166
10.3 Marche en charge à vitesse constante 167
Pour en savoir plus… 171
Cahier d'évaluation 172

11 Fonctionnement réversible sur réseau puissant 175
11.1 Réseau d'énergie – impositions – accrochage – synchronisme 176
11.2 Conventions – diagramme – puissances active et réactive 178
11.3 Diagramme de l'ingénieur 179
11.4 Fonctionnement générateur, moteur – déphasage de $\overline{E}_v$ par rapport à $\overline{V}$ 181
11.5 Fourniture ou absorption de réactif – surexcitation ou sous-excitation 182
11.6 Marche à puissance constante – courbes de Mordey 183
11.7 Réglages – conduite des machines du réseau 183
11.8 Conduite du réseau 185
11.9 Décrochage d'un alternateur 187
11.10 Perte de synchronisme du réseau 189
Pour en savoir plus… 191
Cahier d'évaluation 192

12 Machines à vitesse variable 195
12.1 Alimentations par convertisseur statique 196

12.2 Machines synchrones autopilotées à commutation électronique 200
12.3 Machines synchrones autopilotées à commutation électromécanique 202
12.4 Moteur Brushless 204
Pour en savoir plus… 205
Cahier d'évaluation 206

13 Modélisation des machines saturées 209
13.1 Machines saturées à pôles lisses – méthode de Potier 210
13.2 Machines à pôles saillants, saturées – ou non – méthodes de Blondel 215
Pour en savoir plus… 230
Cahier d'évaluation 232

14 Actionneurs et moteurs à réluctance 235
14.1 Actionneurs à réluctance 236
14.2 Calcul du couple de réluctance 237
14.3 Couple de réluctance et couple électromagnétique d'une machine synchrone à pôles saillants 238
14.4 Moteurs pas à pas 239
14.5 Machines à réluctance autopilotées à commutation électronique 244
Pour en savoir plus… 253
Cahier d'évaluation 255

15 Approche des machines en régimes transitoires 259
15.1 Modélisation des machines synchrones en régimes transitoires 260
15.2 Transformations de Park 263
15.3 Transformations de Concordia et changement de repères 268
Pour en savoir plus… 272
Cahier d'évaluation 275

TROISIÈME PARTIE : MACHINES ASYNCHRONES D'INDUCTION 279

16 Fonctionnement des machines asynchrones d'induction 281
16.1 Principe 282
16.2 Calcul du flux reçu par la bobine rotor 1*R* 283
16.3 f.é.m. agissante au secondaire 284
16.4 Calcul du moment du couple de démarrage 285
16.5 Moment du couple en régime permanent de rotation 286
16.6 Machine autopilotée naturelle 288
16.7 Alimentations des machines asynchrones 289
Pour en savoir plus… 291
Cahier d'évaluation 292

17 Constitution 295
17.1 Constitution du rotor ferromagnétique 296
17.2 Diversités des machines asynchrones 297
17.3 Utilisation en machine asynchrone à double alimentation 298
17.4 Alimentation par le rotor des machines à rotor bobiné 299
17.5 Technologie et applications des machines asynchrones d'induction 300
Pour en savoir plus… 304
Cahier d'évaluation 305

18 Alimentation à fréquence constante. Fonctionnement en régime permanent équilibré 307
18.1 Modélisation – diagramme espace-temps bipolaire 308
18.2 Équations instantanées – formulation complexe 311
18.3 Notation en amplitude efficace complexe 312
18.4 Sens physique des transformations mathématiques 313
18.5 Machine tournante – modèle – transformateur statique monophasé 318
18.6 Impédance complexe du moteur 318
18.7 Schémas équivalents déduits des équations 319
18.8 Séparation des pertes actives et réactives 321
18.9 Bilan énergétique 322
18.10 Diagramme circulaire 323
Pour en savoir plus… 326
Cahier d'évaluation 327

19 Modèle pour l'ingénieur – fonctionnement en régime permanent équilibré 331

19.1 Diagramme circulaire simplifié 332
19.2 Étude du primaire 333
19.3 Étude du secondaire 335
19.4 Bilan énergétique 338
19.5 Expression du moment du couple agissant sur le rotor 338
19.6 Étude du moment du couple $C(g, R_2)$ avec $V_1 = \text{cste}$ et $\omega = \text{cste}$ 343
19.7 Mesures à effectuer – détermination des paramètres de la machine 345
Pour en savoir plus… 349
Cahier d'évaluation 350

20 Fonctionnement industriel sur réseau à fréquence imposée 353

20.1 Fonctionnements en moteur, en générateur, à contre-courant 354
20.2 Bilan énergétique réel – rendements vrai et approché 355
20.3 Rendement approché du moteur asynchrone d'induction 356
20.4 Diagramme industriel normalisé 357
20.5 Démarrage du moteur asynchrone d'induction sur réseau à fréquence imposée 358
20.6 Problèmes posés par le démarrage 358
20.7 Procédés de démarrage 359
20.8 Avantages et inconvénients des moteurs asynchrones d'induction 362
Pour en savoir plus… 364
Cahier d'évaluation 365

21 Variation de vitesse des moteurs asynchrones 369

21.1 Moteur à rotor non bobiné alimenté à fréquence constante 370
21.2 Moteur à rotor bobiné alimenté à fréquence statorique constante 371
21.3 Variation de la fréquence d'alimentation 392
21.4 Marché de la variation de vitesse 401
Pour en savoir plus… 402
Cahier d'évaluation 403

22 Utilisations particulières des machines asynchrones 407

22.1 Transformateur à champ tournant 408
22.2 Régulateur d'induction 408
22.3 Moteur asynchrone synchronisé 408
22.4 Moteur asynchrone monophasé 409
22.5 Synchronisation de deux machines 411
22.6 Appareils synchros 414
Pour en savoir plus… 417
Cahier d'évaluation 418

QUATRIÈME PARTIE : MACHINES À COURANT CONTINU 421

23 Principes de fonctionnement 423

23.1 Principe des machines hétéropolaires 424
23.2 Fonctionnement en générateur 425
23.3 Fonctionnement en moteur 428
23.4 Dispositif balais/collecteur 428
23.5 Bobine pseudo-stationnaire 429
23.6 f.é.m. continue et continue commutée 430
Pour en savoir plus… 431
Cahier d'évaluation 432

24 Constitution 435

24.1 Technologie 436
24.2 Courbe de magnétisme 437
24.3 Enroulements en tambour 439
Pour en savoir plus… 431
Cahier d'évaluation 448

25 Expressions de la f.é.m. développée par l'induit 451

25.1 f.é.m. aux bornes d'une spire diamétrale 452
25.2 f.é.m. E_{ba} entre deux points du bobinage 452
25.3 f.é.m. E_{BA} entre deux balais quelconques frottant sur le collecteur 453
25.4 f.é.m. E_{BA} aux bornes des balais dans l'axe q 454
25.5 Flux reçu par le demi-induit dans l'axe d 454
25.6 Calcul direct de la f.é.m. à partir de Φ_d 455

25.7 Cas des machines multipolaires ou à plusieurs voies d'enroulement 456
25.8 Équations de fonctionnement en régime permanent. Balais AB sur l'axe q 456
25.9 Puissance de la machine et limitations technologiques 457
Pour en savoir plus… 458
Cahier d'évaluation 460

26 Caractéristiques des machines en régime permanent 463
26.1 Variables indépendantes 464
26.2 Montages du circuit d'excitation 464
26.3 Caractéristiques des génératrices 465
26.4 Caractéristiques des moteurs 468
Pour en savoir plus… 475
Cahier d'évaluation 476

27 Fonctionnement en charge de l'induit 479
27.1 Réaction d'induit 480
27.2 Commutation 485
27.3 Installation des moteurs industriels 489
Pour en savoir plus… 475
Cahier d'évaluation 476

28 Variation de vitesse des moteurs à courant continu 497
28.1 Historique de la variation de vitesse 498
28.2 Variateurs électromécaniques de vitesse 499
28.3 Variateurs électroniques de vitesse 500
Pour en savoir plus… 522
Cahier d'évaluation 524

29 Machines monophasées 527
29.1 Machines synchrones et asynchrones monophasées 528
29.2 Machines à courant continu alimentées en alternatif 528
29.3 Moteurs monophasés à collecteur 535
Pour en savoir plus… 545
Cahier d'évaluation 546

30 Modélisation des systèmes électromécaniques 549
30.1 Mise en équations 550
30.2 Mise en équation « à vue » d'un système électromécanique 555
30.3 Étude d'un système électromécanique 561
30.4 Méthodes d'études 566
30.5 Modélisation des machines à pôles saillants 569
Pour en savoir plus… 575
Cahier d'évaluation 577

CINQUIÈME PARTIE : SYNTHÈSE 579

31 Synthèse : machine généralisée – transformations de Park – machines autopilotées à commutation électronique 581
31.1 Machine généralisée 582
31.2 Transformations de Park 596
31.3 Machines autopilotées à commutation électronique 601
Problèmes 605

Solutions des questions, exercices et problèmes 623
Pour aller plus loin… 663

Index 665

Introduction

L'électrotechnique, appelée aussi génie électrique, est une science ou plutôt un art qui exige la maîtrise de nombreuses techniques (mécanique, thermique, aérodynamique, tenue des matériaux, électricité, électronique de commande, électronique de puissance, automatique, informatique industrielle) pour permettre la production, le traitement, le transport et l'utilisation de l'énergie électrique.

La formation en électrotechnique demande beaucoup d'efforts à l'école pour appréhender toutes les disciplines et de la persévérance pour progresser en entrant dans le monde du travail. Le métier s'apprend, au sein de l'entreprise, au contact des anciens qui connaissent les « tours de main ». Contrairement à d'autres formations où il est possible d'appliquer l'ensemble de ses connaissances dès l'insertion dans le monde industriel, l'électrotechnicien doit d'abord observer, comprendre, apprendre et maîtriser avant d'opérer lui-même. Ce long apprentissage est payé en retour. L'électrotechnicien se bonifiant avec les années est de plus en plus recherché et sa formation généraliste est alors appréciée des industriels. Avec une bonne connaissance de son domaine, l'électrotechnicien devient le chef d'orchestre incontestable des projets globaux en EEAI (électrotechnique, électronique, automatique et informatique industrielle).

L'électrotechnique est un secteur industriel fondamental au plan national par son chiffre d'affaires, par les emplois qu'il procure, par sa balance commerciale toujours excédentaire et par ses applications dans tous les secteurs de l'activité humaine. L'électrotechnique est aussi un point fort de l'Europe qui détient des atouts dans tous les pays : ABB, AEG, Alstom, Ansaldo energia, Areva, ASEA, Bosch, Cegélec, Electrolux, Jeumont Industrie, Labinal, Legrand, Leroy Somer, Marelli Motori, Saft Power System, Schneider electric, Siemens, Tesar, Thalès, Valéo, Vatech, etc.

La désaffection actuelle des étudiants pour les études scientifiques, constatée depuis les années 2000, est une préoccupation, mais elle n'aura qu'un temps. Elle reflète une période de facilité et de moindre effort confortée par l'idée fausse que l'avenir sera forcément le même, quel que soit le type d'étude. Une enquête menée en décembre 2004 a même montré qu'une grande majorité des jeunes Européens de 12 ans rêve aujourd'hui d'être star de la chanson. On peut croire qu'après les déceptions et les échecs, le bon sens reviendra. Une solide formation appliquée à un domaine stable assurera toujours un avenir dans le monde du travail.

Le cours d'électromécanique dispensé à Toulouse de 1967 à 2000, en école d'ingénieurs à l'Enseeiht[1] et en maîtrise EEA à l'université Paul Sabatier, par Max Marty, docteur ès

[1] École nationale supérieure d'électrotechnique, d'électronique, d'informatique, d'hydraulique et des télécommunications.

sciences physiques, professeur d'Université, concernait les actionneurs et les machines électriques. Il était accompagné du cours de traitement de l'énergie électrique incluant le transformateur, les lignes et les convertisseurs statiques, pour constituer le cours initial d'électrotechnique, qui, avec l'électronique et l'automatique forment l'enseignement technique de première et deuxième années du département Génie électrique et automatique de l'école, comme celui de la Maîtrise EEA. En troisième année d'école et au DEA, les cours approfondis d'électrotechnique pouvaient tenir compte de ces acquis.

Devant des auditoires toujours jeunes, aptes à tout comprendre et souvent intéressés, l'exigence pédagogique pour l'enseignant était importante, soutenue et motivée. Dans ce contexte, ce cours a profité d'un apport régulier d'informations sur les techniques, les réalisations, les performances et l'économie de ce secteur, son auteur participant au plan national à l'animation du Génie électrique par les commissions techniques du ministère, du club EEA, de la FIEE et du CEFI.

Après toutes ces années consacrées à l'électrotechnique et à son enseignement, le besoin ressenti de transmettre l'ensemble de ses réflexions a donné lieu, en 2000-2002, à la rédaction d'un imposant manuscrit composé de cinq parties et illustré d'un millier de figures. Le manuscrit a été présenté aux Éditions Dunod et expertisé en février 2003. Compte tenu de l'importance de l'ensemble présenté et de son approche historique, Cyrille Benhamou nous a suggéré la réalisation d'un ouvrage pédagogique qui comporterait les manuscrits originaux existants, complétés par des encarts et par un cahier d'évaluation dans chaque chapitre avec exercices et problèmes corrigés. Cette proposition était attrayante.

Pour la réalisation de cet ouvrage pédagogique, Max Marty s'est associé à deux de ses anciens élèves ingénieurs : Daniel Dixneuf, docteur en Génie électrique, professeur agrégé de Génie électrique à l'ENI [2] de Tarbes et Delphine Garcia Gilabert, professeur agrégé de Physique appliquée en classe de STS à Toulouse [3].

Cette association a eu l'avantage :

- de regrouper trois enseignants passionnés par la pédagogie (licencié d'enseignement de Physique en 1958, agrégé de Génie électrique en 1992 et agrégée de Physique appliquée en 2001) ;
- de faire dialoguer trois générations d'enseignants-ingénieurs (diplômés Enseeiht en 1960, 1985 et 2000) chacun apportant son point de vue ;
- de mettre à profit les apports de chacun, savoir et ténacité de l'ancien, compétences et efficacité de l'homme mûr, dynamisme de la jeunesse.

Le travail en commun a consisté à déterminer d'abord le programme de ce que nous désirions introduire pour en faire un livre de travail destiné aux étudiants.

En définitive, après de nombreuses propositions et discussions, la première page de chaque chapitre comporte les objectifs poursuivis, le nouveau vocabulaire et un sommaire du chapitre. Les encarts, destinés à élargir la culture du domaine, ont été choisis de deux types : petits encarts anecdotiques, statistiques ou techniques pour informer, encarts plus ou moins importants pour valoriser le secteur et parfaire sa connaissance. En fin de chaque chapitre, proposer aux étudiants des extensions scientifiques, techniques ou technologiques nous a paru utile.

Le cahier d'évaluation a pour objectif premier le travail de l'étudiant. Il comporte les points-clés et une fiche des principales formules et schémas pour permettre une assimilation

[2] École nationale d'ingénieurs.
[3] Lycée Déodat de Séverac.

régulière. Des questions d'entretien allant des plus simples aux plus complexes, parfois même déroutantes, constituent une bonne auto-évaluation, entraînement préalable à un examen ou à une embauche. Des exercices et des problèmes de synthèse, avec solutions regroupées en fin de volume, permettent la vérification des acquis, tout en soulignant des points particulièrement intéressants.

Le déroulement, de décembre 2003 à mai 2005, du programme élaboré n'a pas empêché le partage des responsabilités dans les tâches à accomplir, en profitant des compétences et des disponibilités de chacun. Des réunions de travail régulières ont permis de parfaire la compréhension des textes, de choisir les illustrations et d'effectuer les mises au point pour la cohésion de l'ensemble de l'ouvrage. Les 31 chapitres, les 1 074 figures, les 86 illustrations, les 60 « Le saviez-vous », les 25 « Vous avez dit électrotechnique », les 36 « Pour en savoir plus » ainsi que les 201 « Questions » avec solutions, les 96 exercices et problèmes corrigés, constituent un ensemble de réflexions, d'illustrations, d'interrogations, d'explications et de démonstrations qui prolongent avec efficacité le corps du texte principal.

L'ouvrage comporte cinq parties. La première partie, *Énergie – magnétisme*, rappelle les lois fondamentales de l'électromagnétisme. La deuxième partie, *Machines synchrones*, n'oublie ni les machines à réluctance ni le fonctionnement des réseaux. La troisième partie, *Machines asynchrones d'induction*, concerne également les machines à double alimentation et la cascade hyposynchrone. La quatrième partie, *Machines à courant continu*, traite de l'extension aux machines alternatives monophasées et à la modélisation des machines à collecteur. La cinquième et dernière partie, *Synthèse*, présente la machine généralisée, les transformations de Park et les machines autopilotées à commutation électronique.

Dans les cinq parties, dès la conception, et pour mettre en relief les thèmes principaux, quelques principes ont été appliqués. Ils concernent la pédagogie, l'explication nécessaire à toute démarche scientifique, l'éclairage apporté par l'histoire des sciences et le souci d'aboutir à une synthèse.

La pédagogie est l'art d'intéresser, d'éveiller l'étudiant au sujet principal pour qu'il retienne ce qu'on lui expose, en prenant des notes ou en faisant un effort de mémoire, finalement en travaillant, plutôt que d'être un simple (télé)spectateur qui regarde, puis oublie. L'enseignant ne doit pas trop abuser des moyens nouveaux mis aujourd'hui à sa disposition, sous peine de n'avoir devant lui que des spectateurs aux bras croisés. En amphithéâtre, la gestuelle est capitale pour renforcer la parole et retenir l'attention de son auditoire. Dans un livre scientifique, la figure est incontournable. Placée en regard du texte la concernant, elle relaie le raisonnement en facilitant sa compréhension. Avec le millier de figures du manuscrit, on se rapproche de la « BD scientifique » pour mieux captiver le lecteur.

Dans le domaine scientifique, face à une technologie galopante, on constate que le nombre d'heures mises à disposition d'un enseignant diminue d'année en année alors que son domaine disciplinaire augmente régulièrement. Ce paradoxe conduit pour le moins à une perte d'informations et risque à terme de déboucher sur un ensemble incompréhensible pour l'étudiant. Il est donc opportun, pour chaque domaine de spécialité, d'offrir toutes les explications nécessaires à celui qui désire parfaire sa compréhension. Pourquoi multiplier par m_2/m_1 les équations du secondaire de l'asynchrone ?… Toute démarche scientifique doit être justifiée en montrant d'où vient l'idée, comment on l'applique et à quoi elle sert.

Le point de vue historique est presque toujours négligé dans le domaine scientifique alors qu'il souligne la suite logique du raisonnement. L'évolution des sciences, animée par l'arrivée des techniques nouvelles et quelquefois bouleversée par des apports fondamentaux, exige une vue d'ensemble pour bien saisir la ligne directrice. On a trop tendance à rayer

définitivement tout ce qui semble sur l'instant dépassé, comme on l'a si bien fait en 1950 avec la suppression des tramways que l'on regrette aujourd'hui. Un certain conservatisme et une bonne mémoire scientifique restent essentiels pour suivre l'évolution. On doit retenir du passé scientifique le cheminement et les points fondamentaux pour mieux prévoir le futur.

La synthèse est en quelque sorte le bouquet final. Satisfaisante pour l'esprit, elle permet de dominer tout l'espace scientifique parcouru, de découvrir d'autres utilisations possibles et d'ouvrir les portes à la simulation. La synthèse tient lieu à la fois de conclusion et d'appel pour donner l'envie d'aller plus loin.

Cet ouvrage, intentionnellement pédagogique, conçu comme approche initiale de l'électromécanique, veut être un livre de travail personnel de l'étudiant :

- où le fondamental et les bases sont expliqués dans le détail ;
- où de très nombreuses figures facilitent la compréhension ;
- où l'aspect historique permet l'évolution de la pensée ;
- où des rubriques « Pour en savoir plus », en fin de chaque chapitre, proposent des développements ou des approfondissements scientifiques ou techniques ;
- où les cahiers d'évaluation, en proposant des points-clés et des fiches pratiques, facilitent une assimilation régulière ;
- où des questions, des exercices et des problèmes, avec solutions, permettent la vérification des acquis ;
- où des rubriques « Vous avez dit électrotechnique » montrent les avantages, les performances, les réalisations et les exploits du secteur ;
- où des rubriques « Le saviez-vous ? » présentent des informations anecdotiques qui interpellent la curiosité du lecteur.

Ce livre s'adresse :

- aux étudiants des IUT, Licences et Masters scientifiques du domaine EEA ;
- aux élèves des écoles d'ingénieurs électriciens ;
- à la formation permanente, pour tous ceux qui désirent compléter leur formation en électromécanique.

Remerciements

Au terme de cet ouvrage, nous tenons à remercier vivement nos collègues, Bertrand Nogarede, Michel Lajoie-Mazenc, Bernard Trannoy, Henry Foch et Jean Faucher qui ont accepté de rédiger des libres propos tenant compte des thèmes des cinq parties et Madame Maria David, Responsable du département Génie électrique-Automatique de l'Enseeiht, pour son soutien lors de la réalisation des manuscrits d'origine.

Nos remerciements s'adressent également à Cyrille Benhamou, éditeur en charge de la physique et des sciences pour l'ingénieur aux Éditions Dunod, pour avoir soutenu auprès de sa direction notre projet et nous avoir guidé dans nos choix, madame et messieurs Françoise Chauveau-Robion (EDF), Stéphane Astier (INPT), Christian Andrieux (Leroy Somer), Jean-marc Combe, Conservateur du musée du chemin de fer de Mulhouse, et Sylvain Fanet, Rédacteur en chef de TGV magazine, pour les photographies mises gracieusement à notre disposition, pour leur gentillesse et leur compréhension ; toutes les entreprises et tous ceux et celles qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à la réalisation de cet ouvrage sans oublier Laurence Vitot des Éditions Dunod.

Comme les trois mousquetaires, nous étions quatre avec la précieuse collaboration de Josette Marty.

Liste des principaux symboles

a	accélération
a	nombre de paires de voies d'un enroulement
B	induction magnétique
B_r	champ rémanent
B_m	champ maximal
B_j, B_I	champ inducteur et champ induit dans une machine synchrone
B_s, B_r	champ stator et champ rotor dans une machine asynchrone
B_i, B_I	champs dans une machine à courant continu
B_J	champ de réaction d'induit
B_{CI}	champ donné par une bobine de compensation parcourue par le courant I
c	vitesse de la lumière
c_i	couple instantané
c_m	couple moyen
C	capacité du condensateur
C	moment du couple
C_N	couple nominal
C_{em}	couple électromagnétique
C_d	couple de démarrage
d	axe direct
D	induction, excitation ou déplacement électrique
e	force électromotrice
e_v	f.é.m. à vide
e_{ch}	f.é.m. en charge
e_r	f.é.m. résultante
e_{tr}	f.é.m. transversale
e_l	f.é.m. longitudinale
e_{ba}	f.é.m. entre deux points du bobinage
e_{BA}	f.é.m. entre deux balais A, B
e	épaisseur de l'entrefer
E	champ électrique
E	f.c.é.m.
E_2	f.é.m. agissante au secondaire de la machine asynchrone
E_L	f.é.m. longitudinale
E_{TR}	f.é.m. transversale
f	fréquence
F	Force
g	glissement
g	accélération de la pesanteur
H	champ d'excitation magnétique
H_c	champ coercitif
H_d	champ démagnétisant
H_d, H_q	composantes de H sur les axes d et q de Blondel
i, I	courants
I_N	courant nominal
I	courant efficace
i_1, i_2, i_3	courants triphasés
i_d, i_q,i_0	courants diphasés de Park
i_0, i_h	courants homopolaires
i_α,i_β,i_h	courants diphasés de Concordia
i_{ds}, i_{dr}, i_{qs}, i_{qr}	courants d'axe d ou d'axe q, statoriques ou rotoriques
I_{lg}, I_{l0}, $I_{l\alpha}$	courants absorbés fonction de g
j	densité courant
j	courant d'excitation
j_∞	courant de court-circuit
J	moment magnétique volumique
J	moment d'inertie
J	intensité d'aimantation
$\Im$	axe imaginaire

k	coefficient de bobinage
k_s	nombre de fils par encoche
k	facteur de multiplicité d'un enroulement
l, L	inductances
l_{t1}, l_{t2}, L_{t2}	inductances totales
L_d, L_q	inductances propres dans les axes d et q
m	nombre de phases
m	nombre de spires par phase
m	nombre de mailles indépendantes
M	masse
M, M_{ab}, M_{s2}	inductances mutuelles
$\overrightarrow{M_s}$, $\overrightarrow{M_r}$, $\overrightarrow{M_j}$	moment magnétique
n	nombre de fils actifs
n	nombre de spires d'une bobine
n_e	nombre d'encoches
n_{te}	nombre total d'encoches
N	vitesse (fréquence) de rotation
N, N_1,N_2	inductances de fuites totales
p	nombre de paires de pôles
p	pertes
P	quantité de mouvement
P	puissance active
P_{em}	puissance électromagnétique active
q	axe en quadrature
q	nombre de balais
q,Q	charges électriques
Q	puissance réactive
Q_{em}	puissance électromagnétique réactive
r, R	résistances
R_2	résistance du rotor asynchrone à m_1 phases
R_{ext}	résistance extérieure
R_c	résistance critique
Rh_d	rhéostat de démarrage
R_c	rhéostat de champ
R, $\Re$	reluctances
R_e	reluctance de l'entrefer
R	rapport cyclique
$\Re$	axe réel
S	surface
S_a	surface apparente
S	puissance apparente
S_{am}	surface apparente maximale
S_{em}	puissance électromagnétique apparente
t	temps
T	période
$\bar{u}$	vecteur unitaire
U	tension composée
V	tension simple
v,V	vitesses
V_g	vitesse du centre de gravité
W	travail
W	énergie
X_d, X_q	réactances longitudinale et transversale
y_{AV}	pas avant
y_{AR}	pas arrière
Z	impédance
α	angle d'ouverture d'un bobinage entre deux points a, b ou A, B
α	angle de début et de fin de conduction
α	pas dentaire
ε	permittivité du vide ε_0 relative ε_r
ε	petit déphasage
ξ	force magnétomotrice
η	rendement
η_v	rendement vrai
η_{app}	rendement approché
θ	angle ou espace de conduction
θ_0	retard à l'amorçage d'un thyristor
θ_b	angle de repérage de la ligne des balais
χ	susceptibilité diélectrique
χ	susceptibilité magnétique
λ	réactance de fuite
μ	perméabilité du vide μ_0 relative μ_r
ρ	densité de charge
ρ	résistivité

Σ	signe de sommation
Σ_v	somme vraie
Σ_{app}	somme approchée
τ	constante de temps
τ_e	constante électrique
τ_m	constante mécanique
φ	flux φ_f de fuite φ_u utile φ_t total
φ	déphasage
ϕ	flux reçu par une bobine = nφ
ϕ_d	flux reçu par chaque demi-induit dans l'axe d
ω	vitesse angulaire électrique de rotation
ω	pulsation
Ω	vitesse angulaire de rotation, Ω_s au synchronisme, Ω_r relative

Ecritures symboliques

E_{Rot}	f.é.m. de rotation
E_{Transf}	f.é.m. de transformation
I_{2S}, I_{10S}, Q_{1S}…	signifiant I_2, I_{10}, Q_1…du diagramme simplifié
P_{JS}, P_{JR}	pertes Joule stator, rotor
P_{f+v}	perte par frottement et ventilation
P_{H+F}	pertes par hystérésis et courants de Foucault au stator
1S, 2S, 3S	axes de lecture tripositionnés
$\phi_{r+\frac{\pi}{2}}$	flux en avant de $\frac{\pi}{2}$ électrique par rapport à l'axe r

Énergie Magnétisme

Le domaine de l'électromécanique vit aujourd'hui une profonde mutation qui s'opère tant au niveau des technologies (micromachines, matériaux « intelligents »…) que des secteurs d'applications (aéronautique et espace, médecine).

Ainsi, au-delà du domaine des machines électriques classiques qui poursuivent leur évolution technologique, grâce notamment à l'impact de l'électronique de puissance (machines à commutation électronique), s'ouvre aujourd'hui un champ d'investigation nouveau et prometteur concernant plus généralement les « systèmes électroactifs ». L'étude et la mise au point de ces dispositifs repose sur une approche éminemment pluridisciplinaire (électromagnétisme, mécanique, thermique…), en raison notamment d'une intégration fonctionnelle de plus en plus poussée. De ce fait, les sciences fondamentales qui sous-tendent la physique de la conversion électromécanique de l'énergie (thermodynamique, électrodynamique des milieux continus, sciences des matériaux…) s'avèrent d'autant moins incontournables.

Dès lors, parallèlement à l'effort de recherche engagé, l'enseignement de l'électromécanique demande un travail de synthèse pédagogique visant à dégager clairement l'ensemble des concepts fondamentaux mis en jeu. Ce transfert de connaissance est d'autant plus nécessaire aujourd'hui qu'il doit favoriser l'attractivité et la motivation des jeunes pour une matière réputée difficile, mais dont les enjeux sont à l'évidence stratégiques pour la société moderne. C'est cette passion pour l'électromécanique et cette puissante motivation que nous a transmises le Professeur Marty dans ses cours à l'ENSEEIHT, passion et enthousiasme qui sauront sans nul doute convaincre les jeunes étudiants abordant la lecture de ce nouvel ouvrage.

Professeur Bertrand Nogarede
Responsable du groupe de recherches en Électrodynamique
de l'INPT/ENSEEIHT/LEEI

PREMIÈRE PARTIE

CHAPITRE 1

Lois des conversions électromécaniques de l'énergie

Objectifs

- Remémorer l'ensemble des lois concernant l'énergie : théorème de l'énergie cinétique, principe de conservation de l'énergie, interaction énergie électrique/énergie mécanique.
- Lier les règles de la capacité maximale ou du flux maximal à l'expression des forces spontanées.
- Utiliser le théorème des travaux virtuels à partir des expressions de l'énergie ou de la coénergie d'un système magnétique déformable.
- Appréhender l'énergétique des circuits magnétiques déformables, de structure simple ou couplée, en tenant compte des contraintes supplémentaires imposées.

Le premier chapitre a pour prétention de rassembler les connaissances quelquefois éparses que nous possédons sur les lois des conversions électromécaniques de l'énergie, qu'elles soient sous forme électrostatique ou sous forme électromagnétique. L'intention n'est pas de démontrer, mais de rappeler.
Les circuits déformables permettront de formuler les « règles physiques des mouvements spontanés » et de calculer les expressions des forces et des moments des couples obtenus.

1.1 THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Le saviez-vous ?

Les grandes étapes de la mécanique

Pythagore (570-480 av. notre ère)	théorème, table
Aristote (384-322 av. notre ère)	forces $\vec{F}$
Euclide (300 av. notre ère)	géométrie, sciences des solides
Archimède (287-212 av. notre ère)	équilibre des forces – statique
Léonard de Vinci (1432 - 1519)	précurseur de la dynamique
Copernic (1473-1543)	référentiel lié aux astres
Galilée (1564-1642)	$\vec{F} = m\vec{a}$, fondateur de la dynamique
Kepler (1591-1630)	lois des aires
Descartes (1596-1650)	quantité de mouvement $\vec{\rho} = m\vec{v}_G$
Pascal (1623-1662)	presse hydraulique machine à calculer (1641)
Huygens (1629-1695)	forces vives mv^2
Newton (1642-1726)	gravitation universelle
	principe de la mécanique
Leibniz (1646-1716)	forces vives
	en rotation $J\Omega^2$
Bernouilli (1667-1748)	travaux virtuels
Euler (1707-1783)	mathématiques pour mécaniciens
d'Alembert (1717-1783)	liaisons statique – dynamique
Lagrange (1736-1818)	énoncé des lois de la mécanique
Poncelet (1788-1867)	travail d'une force $\mathrm{d}W = \vec{F}.\overrightarrow{\mathrm{d}l}$
Joule (1818-1889)	conservation de l'énergie
Planck (1858-1947)	théorie des quanta
Einstein (1879-1955)	mécanique relativiste
Schroedinger (1887-1961)	propagation – diffraction
L. de Broglie (1892 - 1987)	mécanique ondulatoire

$\vec{a}$: Accélération — J : Moment d'inertie

$\vec{v}_G$: Vitesse du centre de gravité

1.1.1 Travail et énergie

En mécanique, on parle de travail. En électricité, on parle d'énergie. Selon les périodes ou selon les domaines d'application, on emploie l'un ou l'autre des deux vocables. Énergie et travail ont la même unité dans le système international :

$$W_{\text{joules}} = P_{\text{watts}}.t_{\text{sec}}$$

Les mécaniciens s'expriment plutôt en joules (J) et kilojoules (kJ) tandis que les électriciens préfèrent utiliser le watt-heure (Wh) égal à 3 600 joules et le kilowatt-heure (kWh).

En mécanique le travail élémentaire s'écrit :

– pour une force exprimée en newtons, $\vec{F}$ étant un vecteur polaire [1], $\mathrm{d}W = \vec{F}.\mathrm{d}\vec{l}$, s'exprime en joules ou à la rigueur en newtons-mètres ;

– pour le moment d'un couple, $\overset{\curvearrowleft}{C}$ étant un vecteur axial exprimé en newton $\wedge$ mètres, $\mathrm{d}W = \overset{\curvearrowleft}{C}.\mathrm{d}\overset{\curvearrowleft}{\theta} = (\vec{r} \wedge \vec{F}).\mathrm{d}\overset{\curvearrowleft}{\theta}$ s'exprime en joules.

En électricité, le travail élémentaire s'écrit $\mathrm{d}W = E.i.\mathrm{d}t$ exprimé en volt ampère seconde.

Dans tous les cas, le travail élémentaire correspond à une variation d'énergie :

$$\mathrm{d}W = F.\mathrm{d}l = m.a.\mathrm{d}l = m.\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.\mathrm{d}l = m.\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}.\mathrm{d}v$$
$$= m.v.\mathrm{d}v = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right), \text{ si } m = \text{cste}$$

1.1.2 Théorème des forces vives (Christiaan Huygens)

Cette appellation primitive du théorème de l'énergie cinétique provient du fait qu'à l'époque on ne connaissait que les eaux dormantes des lacs et les eaux vives des rivières et torrents, seules capables d'actionner des moulins.

Le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique :

– en translation :

$\mathrm{d}W$ = travail élémentaire $= F.\mathrm{d}l = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$

$= \mathrm{d}(\text{énergie cinétique})$.

[1] Voir « Pour en savoir plus », Vecteurs polaires – Vecteurs axiaux » en fin de chapitre.

En introduisant la quantité de mouvement (René Descartes) $p = m.v$ avec $m = \text{cste}$: $\mathrm{d}W = \mathrm{d}(\text{énergie}\frac{1}{2}mv^2) = \mathrm{d}(\frac{1}{2}p.v) = \mathrm{d}(\text{coénergie}\frac{1}{2}\frac{p^2}{m})$, soulignant les variations simultanées de l'énergie et de la coénergie. La notion de coénergie, introduite par les électriciens, est peu usuelle en mécanique.

– De même, en rotation :

$$\mathrm{d}W = C.\mathrm{d}\theta = J.\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\theta = J.\mathrm{d}\Omega.\Omega$$

$$\mathrm{d}W = C.\mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}J\Omega^2\right) = \mathrm{d}(\text{énergie}\frac{1}{2}J\Omega^2)$$

Cas de la pesanteur Dans le champ de force (uniforme) où l'intensité de la pesanteur, due à l'action de la Terre de masse 6.10^{24} kg sur la masse m, vaut $\vec{g} = 9{,}81$ N/kg à Paris, les composantes de la force d'attraction sont indépendantes du temps (invariables). La force dérive d'un potentiel U.

$\mathrm{d}W = \text{travail élémentaire} = F.\mathrm{d}l = \mathrm{d}U$

$\mathrm{d}W = U_{z1} - U_{z0} = -mg(z_1 - z_0)$

$\mathrm{d}W = -\mathrm{d}(E_{\text{potentielle}}) = \mathrm{d}(E_{\text{cinétique}})$

$\mathrm{d}W = \mathrm{d}(\text{énergie}\frac{1}{2}mv^2)$

$\mathrm{d}W = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}pv\right) = \mathrm{d}\left(\text{coénergie}\frac{1}{2}\frac{p^2}{m}\right)$

$\mathrm{d}W = -\mathrm{d}(E_{\text{potentielle}}) = -m.g.\mathrm{d}z$

Soulignons de nouveau les variations simultanées de l'énergie et de la coénergie alors que l'énergie cinétique et l'énergie potentielle varient en sens inverse.

Dans le champ de la pesanteur, l'énergie cinétique croît de façon spontanée, dès qu'elle en a la possibilité, au détriment de l'énergie potentielle.

1.2 PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

Principe établi par James Prescott Joule en 1842.
L'énergie se conserve au cours de ses transformations. Ce principe général s'applique en particulier aux transformations entre l'électricité et la mécanique. Il implique des transformations possibles dans les deux sens (réversibles).

Toutefois, pour réaliser un mécanisme (moteur, générateur, actionneur, capteur), on peut rechercher un transfert énergétique spontané dans un sens déterminé.

Le saviez-vous ?

Funiculaire à eau

À la fin du XIXe siècle, le funiculaire à eau de Lausanne utilisait la pesanteur entre la ville haute et la ville basse. Le système comportait deux cabines liées par câble. Quand l'une était en haut, l'autre était en bas. On remplissait d'eau le réservoir lié à la cabine du haut tandis que l'on vidait celui de la cabine du bas. Un peu au-delà de l'équilibre, on desserrait les freins, permettant la mise en mouvement des cabines. Les cabines arrivées à destination, on resserrait les freins. Quand les nouveaux voyageurs étaient installés, on renouvelait l'opération après fermeture des portes.

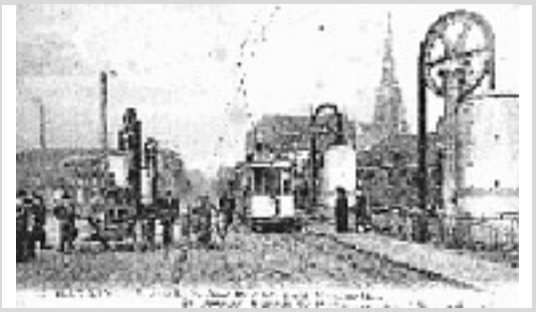


Funiculaire à eau de Montmartre

Le saviez-vous ?

Tramway inertiel

Dans les années 1880, après les tramways à chevaux et avant les tramways électriques, il existait des tramways inertiels. En tête de ligne, une roue d'inertie, énorme cylindre de fonte, était mise en rotation par une machine à vapeur. Pendant tout le trajet, le « wattman » embrayait sur ce cylindre et débrayait aux arrêts. Les lignes pouvaient être de 5 à 6 km de longueur. Le cylindre inertiel était relancé en bout de ligne.



Passage du tramway sur pont hydraulique, 1892

Tout transfert énergétique s'accompagne de pertes dues à des mouvements. Ces pertes sont parfois petites (pertes Joule P_J, dues à la circulation du courant dans les fils, pertes par hystérésis et courants de Foucault P_{H+F}, dues au déplacement du champ dans les matériaux excités, pertes par frottements et ventilation des parties tournantes P_{f+v}) entraînant les échauffements des matériaux.

Ces pertes sont difficilement récupérables de manière simple sauf sous forme thermique dans des cas particuliers (chauffage des véhicules, frottement des allumettes...).

Elles sont importantes dans les cas de l'énergie thermique (convection, conduction et rayonnement).

L'énergie fossile, comme celle du charbon ou du pétrole, ne peut être libérée que sous forme d'énergie thermique ou en profitant des propriétés des gaz (centrales thermiques, automobiles...).

1.3 INTERACTION ÉNERGIE ÉLECTROSTATIQUE – ÉNERGIE MÉCANIQUE

1.3.1 Loi de Coulomb

Une charge électrique dans un champ électrique est soumise à une force polaire $\vec{F} = q\vec{E}$ où q représente la charge de l'électron $q = -1{,}6.10^{-19}$C. L'électron négatif, à l'arrêt ou en mouvement, est attiré par la plaque positive.

1.3.2 Charge du condensateur

$q = Cv$. Si les armatures sont fixes, $\mathrm{d}q = C\mathrm{d}v$. La charge stockée dans un condensateur plan, à armatures fixes distantes de x_0, est liée à sa tension et à sa capacité $C = \dfrac{\varepsilon}{x_0}S = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{x_0}S = \text{cste}$. La permittivité relative ε_r vaut 1 pour l'air, 6 à 9 pour le mica, 7,5 pour la porcelaine. Sans diélectrique, $C = \dfrac{\varepsilon_0}{x_0}S = \text{cste}$.

La loi d'Ohm s'écrit : $V_a = Ri + v$ avec $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ (figure 1.1.a).

$V_a = v + RC\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ est une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

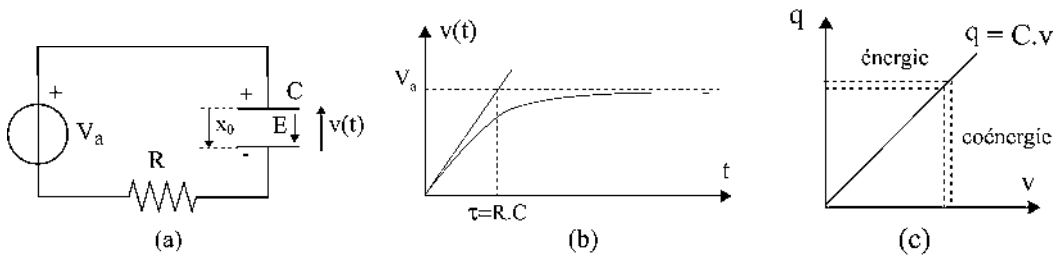


Figure 1.1

En symbolique, cette équation devient : $\dfrac{V_a}{p} = V(p) + RC[pV(p) - V_0]$.

On considère que le condensateur n'est pas chargé à $t = 0$: $V_0 = 0$

$$\frac{V_a}{p} = V(p) + RCpV(p) \text{ d'où } V(p) = \frac{V_a}{p(1 + RCp)}$$

Après décomposition en éléments simples et passage à l'original :

$v(t) = V_a\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\right)$. La constante de temps $\tau = RC$ est la sous-tangente de l'exponentielle (figure 1.1.b)

Quand le condensateur est chargé : $Q = C.V_a$ et $V_a = E.x_0$.

1.3.3 Application du théorème de l'énergie cinétique

$\mathrm{d}W =$ énergie élémentaire $= vi\mathrm{d}t = v\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = vdq$. Un changement de charge est associé à un écoulement d'énergie dans le circuit (figure 1.1.c).

$$\mathrm{d}W = \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \mathrm{d}(\text{énergie}\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}) = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}qv\right) = \mathrm{d}(\text{coénergie}\frac{1}{2}Cv^2)$$

Contrairement à la pesanteur, ici le travail $\mathrm{d}W = vi\mathrm{d}t$ dépend du temps. Il n'y a pas d'énergie potentielle. Énergie et coénergie sont deux expressions duales. Il n'y a pas d'échange énergétique entre elles. Elles sont à variations simultanées.

1.3.4 Énergie électrostatique emmagasinée

Dans le condensateur chargé :

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV_a^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{x_0}V_a^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S x_0\left(\frac{V_a}{x_0}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \times \text{ volume} \times E^2$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ étant la permittivité du vide et E le champ électrique maximal admissible correspondant au champ disruptif de l'air à pression atmosphérique. $E = 3.10^6$ V/m. La densité d'énergie emmagasinée dans l'air isolant est : $\mathrm{d}W = 39{,}8$ J/m^3.

1.3.5 Induction ou excitation électrique

Encore appelé déplacement, l'induction s'écrit dans le vide $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ avec $\text{div}\vec{D} = \rho$, ρ étant la densité volumique de charge électrique en C/m^3.

Dans un milieu diélectrique $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p}$, $\vec{p}$ étant la polarisation diélectrique.

Pour un diélectrique parfait linéaire, isotrope et homogène :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

χ est la susceptibilité diélectrique et ε la permittivité du milieu en C/V.m.

1.4 FORCES ÉLECTROSTATIQUES

1.4.1 Règle de la capacité maximale

Le saviez-vous ?

Forces électrostatiques

Les forces électrostatiques sont universelles dans la nature. Ce sont elles qui maintiennent dans les atomes la cohésion entre les électrons et le noyau, à l'image du Système solaire. Il faut une énergie considérable pour réussir à séparer l'ensemble des électrons du noyau de l'atome.

Deux paquets d'électrons, provenant chacun de 1 cm^3 de matière, placés à 1 m de distance l'un de l'autre, donneraient une force de répulsion d'environ 10^{+15} newtons. Cette expérience, totalement irréalisable, n'est évoquée que pour comparaison avec des forces plus familières. La force de gravitation entre deux billes de 1 cm^3 serait de 10^{-11} newton. La force attractive ou répulsive entre deux aimants serait de 10^{-5} newton pour les mêmes volumes.

Peut-on espérer se servir un jour de ces forces extraordinaires autrement qu'en détruisant tout comme à Hiroshima ?

Sans chercher à atteindre les forces électrostatiques de cohésion des corps, on peut aussi, dans des machines électrostatiques à influence, rassembler quelques charges pour obtenir des forces beaucoup plus faibles mais utilisables et non destructrices.

Dans un condensateur plan à armature mobile, les deux plaques se rapprochent sous l'action de la force électrostatique.

L'énergie élémentaire reçue par le condensateur est :

$$\mathrm{d}W = vi\mathrm{d}t = v\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = v\mathrm{d}q$$

Dans cette hypothèse, la capacité du condensateur étant variable, $q = C.v$, avec $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{x}$ implique :

$$\mathrm{d}q = C\mathrm{d}v + v\mathrm{d}C \text{ et } \mathrm{d}W = Cv\mathrm{d}v + v^2\mathrm{d}C$$

La variation de coénergie étant $\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}Cv^2\right) = \frac{1}{2}v^2\mathrm{d}C + Cv\mathrm{d}v$ on peut écrire : $\mathrm{d}W = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}Cv^2\right) + \frac{v^2}{2}\mathrm{d}C$.

Or, $\mathrm{d}W = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}Cv^2\right) + F.\mathrm{d}x$, $F.\mathrm{d}x$ étant le travail de la force électrostatique, $F.\mathrm{d}x$ est obligatoirement positif puisque le déplacement est spontané.

Force et déplacement sont de même signe. $\mathrm{d}x$ étant négatif avec le rapprochement des plaques, la force d'attraction F est négative et $\mathrm{d}C$ est positif.

Pour le condensateur chargé, le déplacement spontané des plaques entraîne une augmentation de la capacité. C'est la règle de la capacité maximale.

$F\mathrm{d}x = \dfrac{v^2}{2}\mathrm{d}C$ est positif, la droite d'équation $q = Cv$ passe de (1) à (2).

$$F = \frac{v^2}{2}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}Cv^2\right)}{\partial C}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}Cv^2\right)}{\partial x}_{\text{à } v=\text{cste}}$$

$$F = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C^2}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{\partial C}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{\partial x}_{\text{à } q=\text{cste}} \qquad \boxed{F = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{\partial x}_{\text{à } q=\text{cste}}}$$

Décroissance spontanée de l'énergie emmagasinée à $q = \text{cste}$ (figure 1.2).

$$\boxed{F = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}Cv^2\right)}{\partial x}_{\text{à } v=\text{cste}}}$$

Croissance spontanée de la coénergie emmagasinée à $v = \text{cste}$ (figure 1.3).

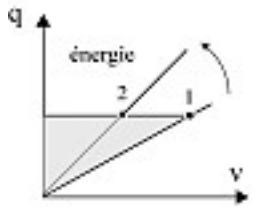


Figure 1.2

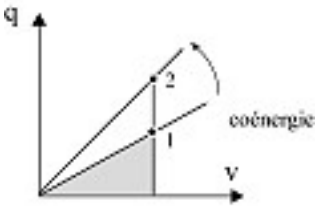


Figure 1.3

$$\boxed{F = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x}_{\text{à } q=\text{cste}}} \qquad \boxed{F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x}_{\text{à } v=\text{cste}}}$$

En rotation : $C.\mathrm{d}\theta = \dfrac{v^2}{2}\mathrm{d}C$

$$\boxed{C = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta}_{\text{à } q=\text{cste}}} \qquad \boxed{C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta}_{\text{à } v=\text{cste}}}$$

Remarquons qu'à $q = \text{cste}$, il y a décroissance spontanée de l'énergie et de la coénergie. De même à $v = \text{cste}$, il y a croissance spontanée des deux à la fois.

1.4.2 Machines électrostatiques

Dans ces machines, les charges q peuvent être apportées par influence ou par une source extérieure.

Les charges sont ensuite élevées en tension grâce à l'énergie mécanique dépensée pour faire tourner une des armatures d'un condensateur mobile en rotation, contre le couple électrostatique $\dfrac{1}{2}v^2\dfrac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}\theta}$.

Le saviez-vous ?

Machines à influence

Thalès de Millet, un des sept sages de la Grèce antique, fut l'un des premiers à observer l'attraction de petits objets, tels que les plumes, par de l'ambre frottée. Après les jeux électrostatiques de salon du XVIIIe siècle, sont apparues les premières machines à influence telle que celle de Whimshurst en 1890. Cette première machine à influence de faible puissance permettait un débit de quelques dizaines de microampères sous 100 kV.

Le déplacement se fait à charge constante Q, donc pour le système isolé, en partant de la tension minimale pour atteindre la tension maximale.

Le gain énergétique de ce système élévateur de tension est alors $(V_{max} - V_{min})Q$. On dispose en final d'une source à la tension V_{max} reproductible.

La machine de Van de Graaff (1933), toujours utilisée dans les halls d'essais en hautes tensions, permet d'atteindre 10^7 volts avec des débits en milliampères.

En 1950, le professeur Felici a construit une petite machine industrielle de 20 W donnant 0,2 mA sous 10^5 volts utilisable pour la peinture électrostatique. Le visiteur était placé judicieusement face au pistolet à peinture, le grillage à peindre étant situé derrière lui. Un générateur électrostatique était relié au pistolet et au grillage. Les particules de peinture ionisées contournaient le visiteur en suivant les lignes de champ, pour atteindre le grillage de manière uniforme. Le visiteur repartait sans aucune tache.

1.5 INTERACTION ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE – ÉNERGIE MÉCANIQUE

La découverte en 1819, par Christiaan Oerstedt, de l'existence d'un champ magnétique créé par un courant ouvre la voie à l'électromagnétisme.

1.5.1 Loi de Biot et Savart

Le champ d'induction d'un courant rectiligne infini est : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, à la distance r, avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$, les lignes de champ magnétiques étant des cercles axés sur le courant.

1.5.2 Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique sur un contour fermé (Γ) est égale à la somme algébrique des forces magnétomotrices des courants enlacés par le contour fermé : $\oint_\Gamma \breve{H}.\mathrm{d}\vec{l} = \Sigma ni = \xi$.

1.5.3 Équation de Maxwell-Ampère

Prenons une surface S s'appuyant sur le contour fermé (Γ), à l'image d'une épuisette. j étant la densité de courant sur l'élément dS, on peut écrire : $\oint_\Gamma \breve{H}.\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \int_\Gamma \vec{j}.\mathrm{d}\vec{S}$. D'après le théorème de Stokes $\oint_\Gamma \breve{H}.\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \int_\Gamma \breve{rot}\breve{H}\mathrm{d}\vec{S}$ quelle que soit la surface S. La relation différentielle équivalente de Maxwell-Ampère s'écrit : $\breve{rot}\breve{H} = \vec{j}$.

Cette expression montre que H ne dérive pas d'un potentiel [2].

Par ailleurs, le flux dans les tubes d'induction, tores axés sur le conducteur, est indépendant des sections droites. $\mathrm{div}\breve{B} = 0$. La distribution de B est toujours la même, le flux est conservatif.

1.5.4 Loi de Laplace

Loi macroscopique donnant la force agissant sur un courant placé dans un champ d'induction $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = i(\mathrm{d}\vec{l} \wedge \breve{B})}$.

1.5.5 Loi de Faraday

$e = \int_{\Gamma} \vec{E}.\mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \int_{(\Gamma)} \breve{B}.\mathrm{d}\vec{S}$. On ne donnera ici que la forme macroscopique donnant la f.é.m. aux bornes d'un fil en déplacement dans un champ d'induction.

$\boxed{\mathrm{d}e = \breve{B}(\mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{v})}$. Le sens de la f.é.m. est celui du vecteur $\mathrm{d}\vec{l}$.

1.5.6 Réversibilité énergétique

Roue de Barlow (1828) : si l'on fait circuler un courant I, il y a création d'un couple. Le fonctionnement est « moteur ».

Disque de Faraday (1831) : si l'on met en rotation à la vitesse angulaire Ω, il y a création d'une f.é.m. d'induction. Le fonctionnement est « générateur ».

Réversibilité du fonctionnement générateur/moteur (figure 1.4).



Figure 1.4

Le saviez-vous ?

Machines électrostatiques

Ces machines, fonctionnant aujourd'hui dans des gaz comprimés à une dizaine d'atmosphères pour augmenter leur puissance, sont irremplaçables pour les capteurs de poussières, pour la peinture ionisée, pour la pulvérisation des vernis et des enduits, pour le triage de particules non magnétiques et pour la fixation électrostatique utilisée dans des machines outils permettant d'atteindre une force d'attraction très intéressante de 10 décanewtons par cm^2.

[2] Voir « Pour en savoir plus, Équations de Maxwell » en fin de chapitre.

En utilisant la même expérience, la différence des noms et des dates montre que la réversibilité n'était pas évidente.

Avec la roue de Barlow, Faraday a découvert le phénomène de l'induction qu'il a vérifié en 1832 en mesurant la f.é.m. induite (50 mV à vide) par le champ magnétique terrestre dans l'eau mouvante et conductrice de la Tamise.

1.5.7 Phénomènes d'induction – Loi de Lenz

De manière plus générale, l'expérience a montré que si l'on fait varier le flux d'induction φ traversant une spire court-circuitée, quel que soit le procédé de variation, cette spire conductrice est le siège d'un courant induit.

Attention : c'est le flux φ qui doit varier dans le temps, que ce soit par déplacement relatif du circuit inducteur par rapport au circuit induit, la f.é.m. est alors dite de rotation ou dynamique, ou que ce soit pour des circuits immobiles par variation dans le temps du courant inducteur ou du courant dans le circuit induit lui-même, alors la f.é.m. est dite de transformation ou statique.

Lenz a établi en 1834 que conformément au principe de l'action et de la réaction, le courant induit produit par cette f.é.m. tend par ses effets à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance $\boxed{e = -\dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}}$.

1.5.8 Force de Lorentz

Une charge électrique déplacée dans un champ d'induction magnétique est soumise à une force axiale $\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \breve{B})$. Pour un solide en mouvement dans un champ d'induction magnétique, le déplacement des charges entraîne l'apparition d'un champ électrique intérieur $\vec{E}$ (figure 1.5).

En régime établi : $\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \wedge \breve{B}) = 0$.

Force généralisée de Lorentz : $\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \breve{B})}$.

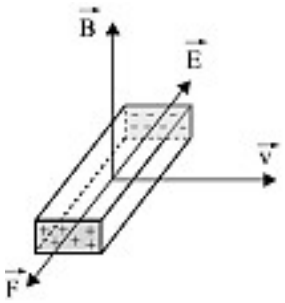


Figure 1.5

Les trois lois où apparaît un produit vectoriel se gèrent de manière semblable :

$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$

$\mathrm{d}e = \vec{B} \quad (\mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{v})$ le sens de la f.é.m. est celui de $\mathrm{d}\vec{l}$

$\mathrm{d}\vec{F} = i(\mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{B})$ le sens du courant i est celui de $\mathrm{d}\vec{l}$

$\vec{a} = \underset{\times}{\vec{b}} \wedge \vec{c}$.

La règle des trois doigts s'applique à chacune de ces trois lois de six manières distinctes. Le pouce (1), l'index (2) et le majeur (3) peuvent être placés par rotation circulaire sur chacun des vecteurs positionnés en $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ pour la main gauche, ou } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ pour la main droite}$$

1.6 ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES CIRCUITS INDUCTIFS LINÉAIRES

Un condensateur chargé développe un champ électrique entre ses plaques. De même, une inductance parcourue par un courant développe un champ d'induction magnétique. La loi d'Ohm appliquée à l'inductance (figure 1.6a) s'écrit :

$$V_a = E + ri = -e + ri = -\left(-n\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right) + ri$$

φ est le flux du circuit magnétique, E, la f.c.é.m. et e, la f.é.m.

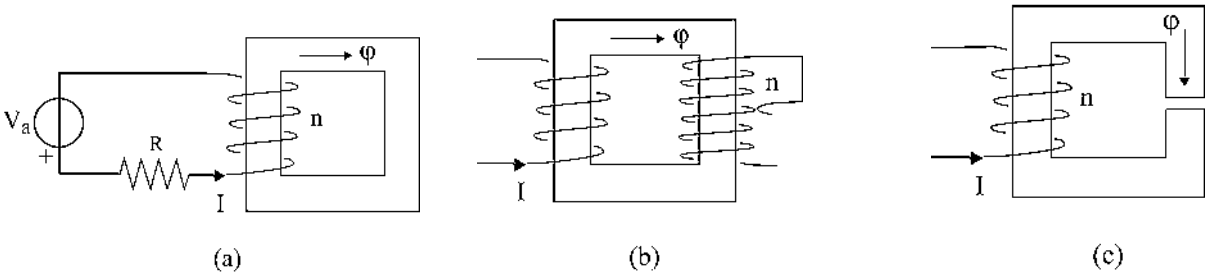


Figure 1.6

On fait souvent intervenir le flux $\phi = n\varphi$ reçu par une bobine de n spires. $e = -n\dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$.
Attention : $\mathrm{d}\phi = n\mathrm{d}\varphi$. En effet, si le flux φ dans le circuit magnétique est constant, en déplaçant le curseur (figure 1.6b), donc en modifiant le nombre de spires, appelé systématiquement et arbitrairement n, il n'y a variation temporelle de flux dans aucune des spires du circuit conducteur fermé. Dans ce cas, $e = 0$.

1.6.1 Loi d'Ohm magnétique

La force magnétomotrice ξ (f.m.m.) s'écrit :

$$\xi = ni = \int H\mathrm{d}l = \int \frac{B}{\mu_0\mu_r}l = \int \frac{\varphi l}{\mu_0\mu_r S} = \varphi\int \frac{l}{\mu_0\mu_r S} = \varphi\sum \Re$$

Théorème d'Ampère $B = \mu_0\mu_r H$ $\quad \varphi = BS$ $\quad \mathrm{div}\breve{B} = 0$ $\quad \Re =$ réluctance

$$\Re = \frac{1}{\mu_0\mu_r S} \text{ pour l'air } \mu_r = 1, \text{ pour le fer } \mu_r \approx 10^4, \text{ (figure 1.6c)}$$

$\mathrm{div}\breve{B} = 0$. Le flux conservatif est identique dans l'entrefer et dans le fer,

d'où pour la force magnétomotrice : $\boxed{\xi \approx \Re_{\text{entrefer}}.\varphi}$.

Le flux reçu par la bobine est $\phi = n\varphi = n\dfrac{\xi}{\Re_e} = \dfrac{n^2}{\Re_e}i = Li$,

l'inductance étant : $L = \dfrac{n^2}{\Re_e}$.

1.6.2 Établissement du courant dans l'inductance

$$V_a = n\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} + ri \quad \text{or} \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = n\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad \text{d'où} \quad V_a = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + ri$$

Équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$\textit{Passage en symbolique} : \frac{V_a}{p} = rI(p) + L[pI(p) - i_0]$$

$$I(p) = \frac{V_a}{p(r+Lp)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{r+Lp} = \frac{\frac{V_a}{r}}{p} - \frac{L\frac{V_a}{r}}{r+Lp} = \frac{V_a}{r}\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{r}{L}+p}\right)$$

avec $i_0 = 0$ à $t = 0$, $i(t) = \frac{V_a}{r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ exponentielle de sous-tangente $\tau = \frac{L}{r}$.

En régime permanent $i = \text{cste} = \frac{V_a}{r}$, l'inductance se comporte comme un aimant en donnant un champ d'induction magnétique.

1.6.3 Application du théorème de l'énergie cinétique

$\mathrm{d}W =$ énergie élémentaire $= Ei\mathrm{d}t = -ei\mathrm{d}t = -\left(-n\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)i\mathrm{d}t = ni\mathrm{d}\varphi$ que l'on peut écrire $\mathrm{d}W = i\mathrm{d}\phi$ ou $\mathrm{d}W = \xi\mathrm{d}\varphi$.

À partir du flux de circulation dans le circuit magnétique si $\Re = \text{cste}$:

$$\mathrm{d}W = \xi\mathrm{d}\varphi = \Re\varphi\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}_{\text{énergie}} = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\xi\varphi\right) = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}_{\text{coénergie}}$$

$$\xi = \Re\varphi$$

À partir du flux reçu par l'inductance si $L = \frac{n^2}{\Re} = \text{cste}$:

$$\mathrm{d}W = i\mathrm{d}\phi = \frac{\phi}{L}\mathrm{d}\phi = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{\phi^2}{L}\right)}_{\text{énergie}} = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}i\phi\right) = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}Li^2\right)}_{\text{coénergie}}$$

$$\phi = Li$$

Dans les deux cas, contrairement à la pesanteur, le travail $\mathrm{d}W = Ei\mathrm{d}t$ dépend du temps. Il n'y a pas d'énergie potentielle. Énergie et coénergie sont des expressions duales, elles varient simultanément sans échange entre elles.

1.6.4 Énergie électromagnétique stockée

$$W = \frac{1}{2}\Re\varphi^2 = \frac{1}{2}\xi\varphi = \frac{1}{2}HlBS = \frac{1}{2}HB.vol_{\text{entrefer}} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}.vol_{\text{entrefer}}$$

$$\xi \approx H l_{\text{entrefer}} \quad B = \mu_0 H_{\text{air}} \quad \mu_0 = \text{perméabilité du vide}$$

avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$

Dans les machines industrielles B est de l'ordre de 1 tesla.

La densité d'énergie électromagnétique emmagasinée dans l'entrefer est $dW = 3{,}98.10^5\ \text{J/m}^3$.

1.7 ÉNERGÉTIQUE DES CIRCUITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES INDÉFORMABLES

1.7.1 Circuits non saturés

Pour un circuit électromagnétique, avec ou sans entrefer, non saturé et indéformable :

$$\xi = ni = \Re\varphi$$

avec $\Re = \text{cste}$ (figure 1.7).

Dans ce circuit électromagnétique excité, il y a spontanément augmentation d'énergie magnétique (et de coénergie) en puisant l'énergie dans la source électrique jusqu'à l'équilibre des tensions. Le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique (théorème des forces vives) :

$$dW = Eidt = nid\varphi = \xi d\varphi = id\phi$$

$$\boxed{dW = \Re\varphi d\varphi = d\underbrace{\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}_{\text{énergie}} = d\left(\frac{1}{2}\xi\varphi\right) = d\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}_{\text{coénergie}}}$$

$d\xi = \Re d\varphi \quad dW = \Re\varphi d\varphi = \boxed{\xi d\varphi = \varphi d\xi}$.

Quelle que soit la pente, les surfaces sont toujours égales.

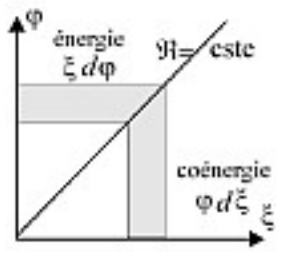


Figure 1.7

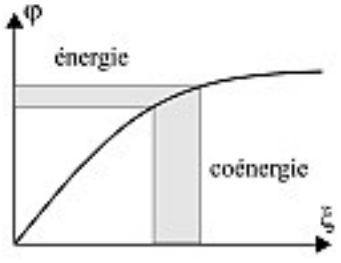


Figure 1.8

1.7.2 Circuits saturés

Dans un circuit indéformable saturé la variation d'énergie n'est pas égale à la variation de coénergie, mais elles sont de même sens (figure 1.8).

$$\mathrm{d}W = \Re\varphi\mathrm{d}\varphi = \xi\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right) \neq \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)$$

$\xi\mathrm{d}\varphi \neq \varphi\mathrm{d}\xi$. Les surfaces ne sont plus égales.

1.7.3 Cas des aimants – Énergie magnétique stockée

L'énergie magnétique élémentaire est donnée par $\mathrm{d}W = \xi\mathrm{d}\varphi = ni\mathrm{d}\varphi$.

D'après le théorème d'Ampère, $\xi = ni = Hl$ or $\varphi = BS$ et $\mathrm{d}\varphi = S.\mathrm{d}B$ d'où $ni.\mathrm{d}\varphi = HlS.\mathrm{d}B = H \times$ volume excité $\times\, \mathrm{d}B$.

La densité d'énergie étant l'énergie par unité de volume $H.\mathrm{d}B$, μ_r étant la perméabilité relative du matériau, $B = \mu_0\mu_r H = \text{cste}$.

Pour un matériau homogène et non saturable $\mu_r = \text{cste}$ alors :

$$\mathrm{d}W = H\mathrm{d}B = \frac{B}{\mu_0\mu_r}\mathrm{d}B = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu_r}\right)}_{\text{énergie}} = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}BH\right) = \mathrm{d}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\mu_0\mu_r H^2\right)}_{\text{coénergie}}$$

1.8 CIRCUITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DÉFORMABLES

1.8.1 Règle de la réluctance minimale

En translation ou en rotation, on a toujours $\mathrm{d}W = \xi\mathrm{d}\varphi = \Re\varphi\mathrm{d}\varphi$ puisque $\xi = \Re\varphi$, mais un mouvement du dispositif peut entraîner une variation de réluctance :

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right) = \Re\varphi\mathrm{d}\varphi + \frac{\varphi^2}{2}\mathrm{d}\Re \text{ alors } \mathrm{d}W = \xi\mathrm{d}\varphi = \Re\varphi\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right) - \frac{\varphi^2}{2}\mathrm{d}\Re$$

Spontanément, la partie mobile du matériau ferromagnétique se déplace :

$-\frac{\varphi^2}{2}\mathrm{d}\Re = F.\mathrm{d}x$ en translation (figure 1.9.a), $F.\mathrm{d}x > 0$ le mouvement étant spontané,

$-\frac{\varphi^2}{2}\mathrm{d}\Re = C.\mathrm{d}\theta$ en rotation (figure 1.9.b), $C.\mathrm{d}\theta > 0$ mouvement spontané.

$\mathrm{d}\Re < 0$ ***Règle de la réluctance minimale***

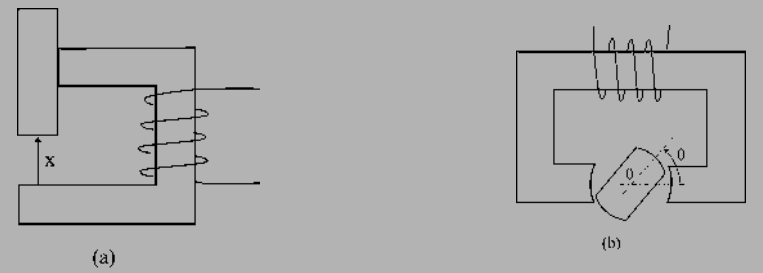


Figure 1.9

$$F = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}x} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}{\partial\Re}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}x} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}{\partial x}_{\text{à } \varphi=\text{cste}}$$

$$F = -\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re^2}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}{\partial\Re}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}{\partial x}_{\text{à } \xi=\text{cste}}$$

$$F = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x}_{\text{à } \varphi=\text{cste}} \quad \text{(figure 1.10)}$$

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x}_{\text{à } \xi=\text{cste}} \quad \text{(figure 1.11)}$$

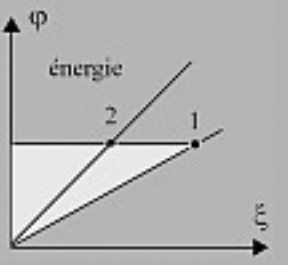


Figure 1.10

De même en rotation, le couple de réluctance est :

$$C = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}{\partial\Re}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\Re\varphi^2\right)}{\partial\theta}_{\text{à } \varphi=\text{cste}}$$

$$C = -\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re^2}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}\theta} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}{\partial\Re}\frac{\mathrm{d}\Re}{\mathrm{d}\theta} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}\right)}{\partial\theta}_{\text{à } \xi=\text{cste}}$$

$$C = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial\theta}_{\text{à } \varphi=\text{cste}} \quad \text{(figure 1.10)}$$

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial\theta}_{\text{à } \xi=\text{cste}} \quad \text{(figure 1.11)}$$

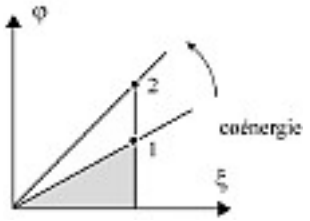


Figure 1.11

En rotation, comme en translation, énergie $\frac{1}{2}\Re\varphi^2$ et coénergie $\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\Re}$ décroissent spontanément à $\varphi = \text{cste}$ et croissent spontanément à $\xi = \text{cste}$.

1.8.2 Règle de l'inductance maximale

On peut aussi, en translation comme en rotation, exprimer le travail élémentaire à partir du flux $\phi = n.\varphi$ reçu par l'inductance.

On a toujours : $\mathrm{d}W = id\phi = \frac{\phi}{L}\mathrm{d}\phi \quad \phi = Li$

Un mouvement du dispositif peut entraîner une variation de l'inductance L :

$$\mathrm{d}\phi = L\mathrm{d}i + i\mathrm{d}L \qquad i\mathrm{d}\phi = Li\mathrm{d}i + i^2\mathrm{d}L$$

or $$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) = Li\mathrm{d}i + \frac{i^2}{2}\mathrm{d}L \qquad i\mathrm{d}\phi = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) + \frac{i^2}{2}\mathrm{d}L$$