

D. SPENLÉ
R. GOURHANT

Guide du

Calcul en mécanique

Valider le comportement
des systèmes techniques



hachette
TECHNIQUE

D . SPENLÉ
R . GOURHANT

Guide du Calcul en mécanique

Valider le comportement
des systèmes techniques

Édition 2012

À l'usage des élèves
des lycées technologiques
et professionnels, des I.U.T.,
des écoles d'ingénieurs,
des auditeurs de la formation continue,
des techniciens et dessinateurs
dans les bureaux d'études
et les cabinets d'architectes.

hachette
TECHNIQUE

Avant-propos

Ce guide est destiné aux étudiants (pré-bac, sections de techniciens supérieurs, IUT) et aux techniciens engagés dans la vie professionnelle qui, au cours de projets ou de travaux pratiques, sont confrontés à des calculs de mécanique.

Il s'articule autour de quatre niveaux d'approfondissement des connaissances :

■ **l'information** par des tableaux réunissant des définitions et/ou des valeurs numériques de grandeurs usuelles ;

■ **la connaissance** à partir d'énoncés des lois fondamentales de la mécanique et des relations associées ;

■ **l'application** par des exercices résolus, présentant une problématique, une démarche, des unités cohérentes ;

■ **la synthèse** des connaissances à retenir avec des organigrammes définissant les étapes d'un raisonnement.

Dans cette nouvelle édition, ce guide conserve une place importante à la modélisation des systèmes, étape préalable à la résolution des problèmes, s'ouvre aux systèmes pluri-techniques (robot humanoïde, sécateur électronique...) et renforce l'approche comportementale des systèmes (vibrations, accéléromètres, effet gyroscopique, relation couple-vitesse de moteurs électriques).

La problématique du développement durable nous a conduits à faire une place plus importante à l'énergétique (conversion de l'énergie, rendements...) et aux systèmes innovants associés (hydrolienne, lampe dynamo, voiture radiocommandée à pile à combustible...). Cette démarche enclenche un décroisement entre le génie mécanique et le génie électrique et crée les conditions d'une culture commune.

PRINCIPALES MODIFICATIONS PAR RAPPORT À L'ÉDITION 2007-2008	
Chapitre	Modifications
3	– Introduction d'un robot humanoïde pour le repérage d'une liaison (angles d'Euler)
24	– Translation : introduction du comportement d'un kart (accélération, freinage)
27	– Mouvement de rotation : aération et ajout des paramètres angulaires sur une éolienne
28	– Développement de la composition des mouvements de rotation (méthode de Willis)
30	– Présentation et développement du PFS à partir d'une perforatrice de bureau
34	– Développement de la résistance au roulement (roulement avec ou sans glissement)
46 à 50	– Introduction d'essais et de photos sur des poutres en mousse (relation déformation-contrainte)
54	– Présentation de la relation forces-accélération sur une montgolfière
55	– Développement de l'inertie équivalente pour des solides en rotation (synthèse et expérimentation)
56	– Nouveau chapitre : accéléromètres-effet gyroscopique
57	– Nouveau chapitre : systèmes vibratoires
60	– Développement de la notion d'énergie (différentes formes) et du rendement
64	– Nouveau chapitre : conversion de l'énergie (comportement des moteurs/génératrices électriques)

Réalisation et fabrication : SG Production – Les PAOistes

Dessins : SG Production / Fractale (pages 120 à 192)

Photographie de couverture : Getty images / Lester Lefkowitz

© HACHETTE LIVRE 1993, 2012, 43, quai de Grenelle 75905 Paris Cedex 15

I.S.B.N. 978-2-01-181512-5

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L.122-4 et L.122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Table des matières

Modélisation

1	Solides	8
2	Modélisation géométrique d'un solide	9
3	Repérage d'une liaison	10
4	Modélisation des liaisons	12
5	Modélisation de mécanismes	23
6	Modélisation des actions mécaniques	25
7	Actions des liaisons parfaites dans l'espace.....	29
8	Modélisation, dans le plan, des actions mécaniques...	32
9	Actions des liaisons parfaites dans le plan	36
10	Cinématique des liaisons parfaites dans l'espace..	39
11	Cinématique des liaisons parfaites dans le plan ...	42
12	Actions des liaisons réelles	45
13	Actions mécaniques à distance	54
14	Barycentre – Centre de gravité	56
15	Solides déformables	61
16	Action d'un fluide statique	65
17	Action de la pression ambiante	68
18	Action d'un fluide en mouvement	69
19	Notions de théorie des mécanismes	70
20	Isolement d'un système	78

Cinématique

21	Mouvement d'un solide	79
22	Translation d'un solide	89
23	Translation rectiligne uniforme	90
24	Translation rectiligne uniformément variée	91
25	Translation circulaire	94
26	Rotation d'un solide autour d'un axe fixe	97
27	Mouvements de rotation particuliers	99
28	Mouvement plan sur plan	102
29	Mouvements relatifs	106

Statique

30	Principe fondamental de la statique	111
31	Adhérence – Frottement	114
32	Résistance au pivotement	119
33	Résistance au basculement	121
34	Résistance au roulement	123
35	Arc-boutement	126
36	Principales étapes d'un problème de statique	128
37	Ordonnancement des isolements	132
38	Résolution analytique dans le plan	133

39	Résolution analytique dans l'espace	135
40	Deux et trois glisseurs coplanaires	139
41	Quatre glisseurs coplanaires	141
42	Détermination informatique d'un effort	143

Résistance des matériaux

43	Hypothèses de la résistance des matériaux	145
44	Coupure dans une poutre	148
45	Matage	155
46	Traction simple	160
47	Compression simple	172
48	Cisaillement simple	175
49	Torsion simple	186
50	Flexion simple	198
51	Formulaire des poutres	213
52	Principe de superposition	217
53	Sollicitations composées	218

Dynamique – Énergétique

54	Dynamique du solide en translation	225
55	Dynamique du solide en rotation	233
56	Accéléromètres et gyroscopes	242
57	Systèmes vibratoires	245
58	Travail	248
59	Puissance	252
60	Énergie et rendement.....	257
61	Énergie potentielle	260
62	Énergie cinétique	262
63	Conservation de l'énergie	268
64	Conversion de l'énergie.....	270

Mécanique des fluides

65	Hydrostatique	277
66	Cinématique des fluides incompressibles	283
67	Dynamique des fluides incompressibles	286
68	Pertes de charges	290

Thermique

69	Transfert de chaleur	291
70	Contraintes thermiques	294

Renseignements divers

71	Grandeurs et unités	295
72	Éléments vectoriels	299
73	Repérage des vecteurs	300
74	Opérations vectorielles	301
75	Torseurs	303

Index alphabétique

NOTA : Les mots d'appel de cet index appartiennent aux cinq catégories suivantes :

- Les **noms propres** qui ont marqué un ou plusieurs domaines particuliers (Archimède, Bernoulli, Euler...)
- Les **noms d'éléments technologiques** (arbre, engrenage, roulement...) ou de corps (fluide, gaz, solide...)
- Les **noms de grandeurs** (accélération, force, moment, pression, travail...)
- Les **noms de phénomènes physiques** (adhérence, basculement, écoulement, dilatation...)
- Les noms divers (liaisons, méthodes, sécurité, unités...)

Ces mots sont, en général, suivis d'un **nom précisant la nature** (coefficient, définition, formulaire, théorème...), ou l'**activité associée** (calcul, détermination, modélisation...). Il n'y a jamais d'appel par ces mots.

Exemples : Vitesse (définition) ; Roulements (modélisation).

Pour rechercher un nom de chapitre, se reporter plutôt à la table des matières, page précédente.

A

Abscisse curviligne	79
Accélération (composition des)	110
Accélération (définition)	84
Accélération (de la pesanteur)	54
Accélération (détermination)	86
Accéléromètre	242
Action (liaisons parfaites dans le plan)	36
Action (liaisons parfaites dans l'espace) ..	29
Action (pression ambiante)	68
Action (fluide en mouvement)	69
Action (fluide statique)	65
Action mécanique à distance	54
Actions mutuelles	112
Adhérence (loi sur)	114
Alembert (méthode)	227
Allongement (pour cent, unitaire)	163
Angle (de nutation, précession...)	11
Angle de flexion (pente)	203-211
Angle unitaire de torsion	187
Arbre cannelé (calcul)	159
Arbre de transmission (calcul)	192
Arc-boutement	126
Archimède (théorème)	281
Assemblage (coefficient)	168
Axe central (d'un torseur)	304
Axe de viration	15-16

B

Barycentre (définition)	56
Basculement (résistance au)	121-122
Base (repère)	10-300
Base (et roulante)	105

Bernoulli (hypothèse de R.d.M.)	147
Bernoulli (équation)	287
Bipoints (définition)	299
Butée à billes (modélisation)	77

C

Capacités thermiques	292
Celsius (degré)	291
Centrales inertielles	244
Centre de gravité (calcul)	58-59
Centre de gravité (définition)	56
Centre de gravité (formulaire)	57
Centre de poussée d'un fluide	65-66
Centre instantané de rotation	105
Champ électrique (tournant)	275-276
Chape (calcul)	159
Charge critique (flambage)	223
Cinématique :	
– Fluides incompressibles	277
– Liaisons parfaites dans le plan	42
– Liaisons parfaites dans l'espace	39
Cisaillement simple	175
Classe d'équivalence	23-24
Clavette (calcul)	158
Clou cannelé (calcul)	178
Collage (calcul)	179
Comoment (travail, puissance)	250-255
Composante (définition)	300
Composantes intrinsèques	85
Composite (caractéristiques)	169
Compressibilité (coefficient)	277
Compression simple	172
Concentration de contrainte (clavette)	190

Concentration de contrainte (filet)	164
Concentration de contrainte (flexion)	203
Concentration de contrainte (torsion)	190
Concentration de contrainte (traction)	164
Conductivité thermique	283
Cône de frottement	115
Conservation de l'énergie (principe)	268
Consommation (d'énergie électrique)	276
Contrainte critique (flambage)	224
Contrainte de cisaillement	176
Contrainte de compression	172
Contrainte de flexion	203-207
Contrainte de torsion	188-189
Contrainte de traction	161
Contrainte normale, tangentielle	161
Contrainte (ressort hélicoïdal)	195
Contrainte thermique	294
Convection (thermique)	293
Convention de signe (puissance)	251
Conversion de l'énergie	270
Convertisseur	270
Coordonnées (point, vecteur)	300
Coulomb (loi)	114
Coulomb (module)	177
Couple (définition)	27
Couple électromagnétique	273
Couple moteur (définition)	253
Couple moteur (types et variation)	271
Couple résistant (type et variation)	271
Coupure (dans une poutre)	148
Courroie (action mécanique)	63
Courroie (longueur)	64
Culmann (méthode)	141
Cyclomatique (nombre)	71

D

Débit masse/volume.....	285-296
Déformation (cisaillement).....	176-177
Déformation (flexion).....	209
Déformation (hypothèses de R.d.M.).....	145
Déformation (torsion).....	178
Déformation (traction).....	161-162-163
Déformation (transversale).....	163
Déformée (définition).....	208
Degré de liaison.....	12
Degré de liberté.....	12
Degré d'hyperstatisme.....	71
Densimètre, densité (définition).....	281
Densité (valeurs).....	55
Dilatation d'une poutre.....	294
Dimensions (équations aux).....	298
Dynamique des fluides.....	286
Dynamique (principe fondamental) ..	226-236
Dynamique (rotation).....	233
Dynamique (translation).....	225

E

Échelle de température.....	291
Écoulements (types).....	283
Écriture des nombres.....	297
Effet gyroscopique.....	242
Effort normal, tranchant.....	149
Élancement d'une poutre.....	223
Énergie cinétique.....	262
Énergie (conservation).....	268
Énergie (consersion).....	270
Énergie (différents types).....	257
Énergie électrique (consommation).....	276
Énergie potentielle.....	260
Engrenage (calcul, module).....	210
Engrenage (efforts transmissibles).....	138
Entrée-sortie (cinématique).....	70
Entrée-sortie (énergie).....	258
Enveloppe cylindrique (calcul).....	167
Enveloppe sphérique (calcul).....	168
Équilibre strict.....	114
Équiprojectivité (vitesses).....	104
Équiprojectivité (moment torseur).....	304
Essai de cisaillement.....	177
Essai de traction.....	162
Euler (angles).....	11
Euler (écoulements).....	286
Euler (flambage).....	223

F

Flambage.....	223
Flèche (définition).....	208
Flèche en flexion (calcul).....	209
Flèche (ressort hélicoïdal).....	195
Flexion circulaire.....	211
Flexion compression/traction.....	221
Flexion simple.....	198
Flexion torsion.....	218
Fluide (équation de continuité).....	285
Fluide incompressible (définition).....	277
Fluide sur paroi haute.....	66
Fluide (surface quelconque).....	67
Force (définition).....	25
Force (extérieure, intérieure).....	112
Force (hypothèses de R.d.M.).....	145
Frottement-adhérence.....	114
Frottement sur un pivot.....	46-119
Frottement (valeurs du facteur).....	116

G

Gaz (diagrammes, transformations).....	261
Génératrice CC.....	274
Glissement longitudinal.....	207
Glisseur (définition).....	25-299
Goupille (calcul).....	178
Grandeurs (et unités).....	295
Graphe de liaison, de structure.....	23-24
Gyroscopes.....	242

H

Hertz (pression de matage).....	156
Hodographe.....	86
Homogénéité (d'un matériau).....	145
Horaire (équation).....	79
Huygens :	
– (Théorème, moment d'inertie).....	234
– (Théorème, moment quadratique).....	200
Hydrostatique (équation fondamentale)...	277
Hyperstatisme.....	71

I

Inconnues cinématiques.....	40-71
Inconnues statiques.....	30-71
Inducteur.....	273
Induit.....	273
Inertie (effet).....	227
Inerties équivalentes.....	239

Inertie (principe).....	111
Interprétation (résultats statiques).....	130
Interprétation (résultats informatiques)....	87-144
– Cinématique.....	87
– Statique.....	144
– Résistance des matériaux.....	170
Invariant scalaire.....	304
Isentropique (transformation).....	261
Isobare – Isochore (transformations).....	261
Isolement d'un système.....	78
Isostatisme (définition).....	70
Isotherme (transformation).....	261
Isotropie (d'un matériau).....	145

K

Kelvin (degré).....	291
---------------------	-----

L

Liaison appui-plan (réelle).....	50
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	31-37
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-43
Liaison encastrement :	
– (a. m.*: espace, plan).....	30-37
– (cin.**: espace, plan).....	40-43
Liaison glissière (réelle).....	47
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	30-37
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	40-43
Liaison hélicoïdale (réelle).....	48
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	30-36
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	40
Liaison linéaire annulaire :	
voir liaison sphère-cylindre	
Liaison linéaire rectiligne (réelle).....	51
– Parfaite (a. m.*: espace, plan)....	31-37-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-43-44
Liaisons (modélisation).....	12 à 22
Liaison pivot glissant (réelle).....	49
– Parfaite (a. m.*: espace, plan)....	30-37-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	40-43
Liaison pivot (réelle).....	46
– Parfaite (a. m.*: espace, plan)....	30-37-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	40-43
Liaison ponctuelle : voir liaison sphère-plan	
Liaison sphère-cylindre (réelle).....	52
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	31-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-44
Liaison sphère-plan (réelle).....	53
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	31-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-44

Liaison sphérique à doigt :	
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	31-37-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-43-44
Liaison sphérique (réelle).....	51
– Parfaite (a. m.*: espace, plan).....	31-38
– Parfaite (cin.**: espace, plan).....	41-44
Limite d'élasticité (extension).....	162-163
Limite d'élasticité (glissement).....	177-178

M

Maillage	170
Maître couple (d'un corps)	69
Masse volumique (définition).....	281
Masse volumique (valeurs).....	55
Matage	153
Matériau	
(caractéristiques mécaniques).....	163-169
Mécanismes (modélisation).....	23
Mécanismes (théorie des).....	70
Méthode de résolution (statique) :	
principales étapes.....	128
Méthode (calcul au cisaillement)	185
Méthode (calcul en flexion)	212
Méthode (calcul en torsion).....	197
Méthode (calcul en traction/compression)..	174
Méthode (chaîne cinématique)	241
Méthode (inertie équivalente)	239-241
Méthode (pour isoler)	132
Méthode (résistance au roulement)	125
Méthode (résoudre en dynamique) :	
– Solide en rotation.....	237
– Solide en translation.....	228
Méthode (statique) :	
– Analytique dans le plan	133
– Analytique dans l'espace	135
– Graphique	139-141
Méthode (Willis)	109
Mobilité (utile, interne)	70
Module de flexion.....	203
Module d'élasticité longitudinale	163
Module d'élasticité transversale.....	177
Module de torsion	189
Module d'une denture (calcul).....	210
Mohr-Cacquot (formule).....	218
Moment de flexion, de torsion.....	148
Moment d'inertie	234-239
Moment d'un glisseur, pointeur	303
Moment dynamique	235

Moment idéal de flexion, de torsion.....	218
Moment quadratique (définition).....	199
Moment quadratique (formulaire).....	201
Moment quadratique (polaire)	188
Moment statique (définition).....	207
Moment statique (théorème).....	113
Moment sur une vis	48
Moteurs :	
– CC	273
– Asynchrone	275
– Synchrone	276
– Brushless	276
Mouvement d'un solide	79
Mouvement plan sur plan	102
Mouvements relatifs.....	106
Multiples, sous-multiples	294

N

Navier-Bernoulli (hypothèse de R.d.M.) ...	147
--	-----

O

Oscillations libres.....	245
Oscillations amorties	246
Oscillations forcées.....	247

P

Pascal (théorème).....	279
Pente (flexion).....	211
Pertes de charges.....	290
Pertes (Électriques)	273
Pertes (Mécaniques).....	273
Pivotement (résistance au).....	51-53-119
Plan incliné (basculement sur un ...).....	121
Poids d'un corps.....	54
Point de fonctionnement.....	272
Pointeur (définition)	26-299
Poisson (coefficient)	163
Poutre (définition).....	145
Poutre (formulaire)	213
Précision des résultats	298
Pression ambiante	68
Pression de matage (clavette)	158
Pression de matage (valeurs).....	158
Produit (scalaire, vectoriel).....	302
Profilés IPN (détermination).....	206
Profilés (formulaire)	201
Puissance (absorbée par l'air)	256

Puissance (absorbée par une liaison).....	254
Puissance (absorbée par un moteur électrique).....	273
Puissance (définition)	252
Puissance (électrique).....	273
Puissance (mécanique).....	252-273

Q

Quadrant de fonctionnement	271
Quantité d'accélération.....	225
Quantité de mouvement	227
Quantité de mouvement (théorème d'Euler)	286

R

Rankine (flambage)	224
Rapport de vitesse (calcul)	64
Rayon de courbure (flexion)	208
Rayon de giration (flambage)	223
Rayonnement (thermique).....	294
Rendement (définition)	258
Rendement (système vis-écrou).....	48-259
Rendement (valeurs)	259
Repère (absolu, relatif).....	106
Repère (galiléen, absolu)	225
Repère (local, général).....	10-11-79
Repère (orthonormé)	300
Résistance à la compression.....	173
Résistance à la rupture.....	162
Résistance de l'air	69-256
Résistance élastique (définition)	162
Résistance élastique (fonte, béton)	173
Résistance élastique (valeurs)	163
Résistance pratique (définition)	164-178
Ressort (action).....	61-62
Ressort hélicoïdal (calcul)	195
Ressort hélicoïdal (énergie).....	260
Ressort hélicoïdal (travail).....	251
Résultante d'un torseur	303
Résultante dynamique (théorème) ...	226-236
Résultante statique (théorème).....	113
Réversibilité (de la conversion d'énergie)..	270
Reynolds (nombre)	285
Rigidité (d'un ressort)	195
Rotation (cinématique).....	97-99
Rotation (dynamique).....	233
Rotor.....	273
Roulante.....	105

Roulements (modélisation).....	74 à 77
Roulements (résistance au).....	51-53-123
Roulements (valeurs du coefficient).....	125

S

Saint-Venant (hypothèse).....	147
Schéma cinématique minimal.....	23
Section droite (définition).....	145
Sécurité (coefficient).....	165
Signes d'opérations.....	298
Solides déformables (actions).....	61
Solides (modélisation).....	9
Solides (types).....	8
Sollicitations composées.....	218
Sollicitations (diagrammes).....	149-213
Sollicitations simples (définition).....	149
Sollicitations (identification).....	152
Soudage (calcul).....	183
Statique (principe fondamental).....	111
Stabilité/instabilité (du point de fonctionnement).....	272
Stator.....	273
Superposition (principe).....	217
Systèmes vibratoires.....	245
Système matériel (définition).....	111
Symétrie (actions mécaniques).....	32
Synchronisme (vitesse de).....	275-276

T

Tapis roulant (adhérence).....	118
Température absolue.....	291
Tirant (calcul).....	166
Tire-bouchon (règle).....	300
Torseur (définition).....	303
Torseur cinématique (liaison).....	39
Torseur cinématique (plan sur plan).....	98
Torseur cinématique (rotation).....	98
Torseur cinématique (translation).....	92
Torseur couple.....	27-304
Torseur de cohésion.....	148-150
Torseur dynamique (général).....	236
Torseur force, d'action mécanique.....	27
Torsion-cisaillement.....	220
Torsion simple.....	186
Traction simple.....	160
Traction-Torsion.....	220
Trainée (définition).....	256
Trainée (valeurs coefficient).....	69
Trajectoire (définition).....	79
Trajectoire (formulaire).....	80
Transfert de chaleur.....	291
Transformation d'un gaz.....	261
Translation circulaire.....	89-94
Translation d'un solide.....	89
Translation rectiligne uniforme.....	90
Translation uniformément variée.....	91

Travail (définition).....	248
Travail des forces intérieures.....	264
Travail d'une action de contact.....	249

U

Unités et grandeurs.....	295
--------------------------	-----

V

Vases communicants.....	279
Vecteur (définition).....	299
Vecteur (opérations).....	301
Vecteur position.....	79
Viscosité.....	284
Vis d'assemblage (calcul).....	220
Vis sans fin (efforts transmissibles).....	138
Vitesse (absolue, relative).....	106
Vitesse critique.....	236
Vitesse (définition).....	81
Vitesse (détermination).....	83
Volant d'inertie (calcul).....	239-267

W

Willis.....	108
-------------	-----

Y

Young (module).....	163
---------------------	-----

REMERCIEMENTS

– À Yves Braccini, co-inventeur, de la « Maquette didactique sensorielle de liaisons mécaniques » et co-auteur des dossiers pédagogiques des mallettes « Liaisons mécaniques » et « Poutres » (CREA Technologie), pour sa collaboration (pp. 13 à 22 et pp. 29, 39 et 241).

– À Benoît Néou, auteur de l'expérimentation sur le sécateur électronique (p. 275), pour ses précieux conseils.

– À Philippe Lai et Alain Charbonnel, co-auteurs du thème pédagogique « Voiture TAMIYA à pile à combustible » (CREA Technologie), pour le partage de leur expérience (p. 276).

NOTA GÉNÉRAL

L'abréviation G.D. suivie d'un numéro signale le chapitre ou le paragraphe du *Guide du dessinateur industriel* de A. CHEVALIER (Hachette) qui traite de cette question.

1 Solides

Selon le type de problème que l'on a à traiter, on considère en mécanique divers types de « solides ».

1.1 Solide réel

Il s'agit d'un ensemble physique dont l'aspect paraît invariable lorsqu'on le soumet à des sollicitations diverses et dosées (par opposition aux fluides : liquides ou gaz).

- La masse d'un solide réel reste constante ;
- La forme du solide réel varie très faiblement selon les sollicitations qu'on lui impose, suivant une loi inconnue.

1.2 Solide déformable

Il s'agit d'un ensemble physique dont la déformation doit être prise en compte (chapitre 15).

Par hypothèse :

- La masse d'un solide déformable reste constante ;
- La forme varie de façon prévisible et quantifiable en fonction des efforts appliqués.

On distingue 3 types de « solides » déformables :

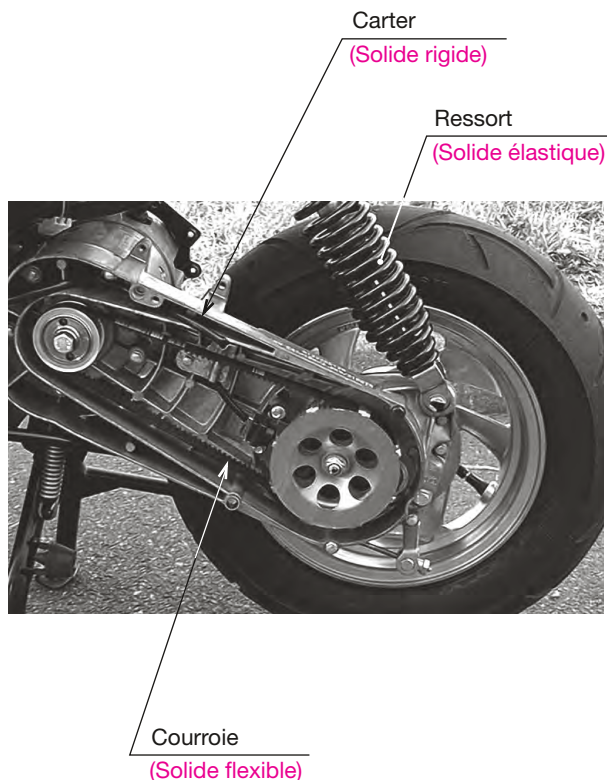
- **Le solide flexible** : il supporte sans réaction notable, la déformation qu'on lui impose ;
- **Le solide élastique** : il accumule l'énergie de déformation qu'on lui communique et est capable de la restituer en reprenant sa forme initiale ;
- **Le solide souple** : il peut se déformer à l'état libre par rapport à la forme requise pour sa fonction ; on peut le reconformer.

1.3 Solide parfait

Il s'agit d'un modèle théorique souvent utilisé.

- La masse d'un solide parfait reste constante ;
- Sa forme ne varie pas quelles que soient les sollicitations qu'on lui impose (indéformable) ;
- La distance entre deux points quelconques est invariante au cours du temps (rigide).

SUSPENSION DE SCOOTER



RESSORTS DE COMPRESSION (Solides élastiques)



2 Modélisation géométrique d'un solide

On reconstitue le solide à l'aide de volumes élémentaires :

- plans,
- cylindres de révolution,
- cônes de révolution,
- sphères,
- tores.

REMARQUES :

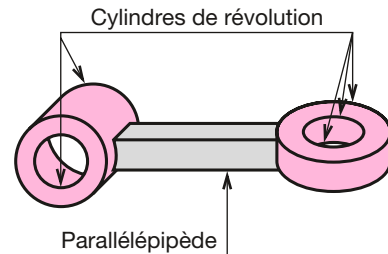
- On néglige les dépouilles faibles, les congés, les petits arrondis de raccordements.
- L'informatique permet d'obtenir une forme approchée d'un ensemble complexe en associant des surfaces et des volumes élémentaires.

Pour analyser la déformation d'un solide ou ses efforts internes sous charge, on peut le modéliser, selon la complexité :

- soit comme une poutre (voir chapitre 45),
- soit à l'aide de programmes informatiques utilisant, par exemple la méthode des éléments finis.

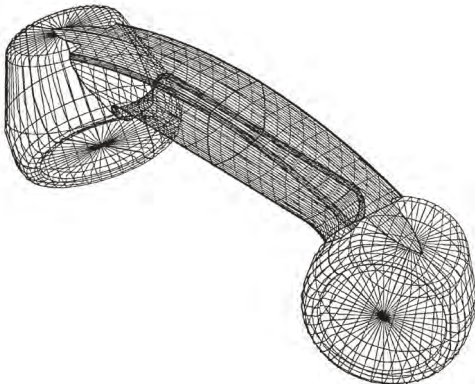
La méthode consiste à « découper » (on dit aussi : « discrétiser ») le solide en un très grand nombre d'éléments triangulaires, donc de petites barres supposées articulées aux « nœuds ». L'allongement ou le raccourcissement de ces « éléments finis » permet donc d'étudier les déformations et les efforts internes sous charge.

MODÉLISATION D'UN SOLIDE



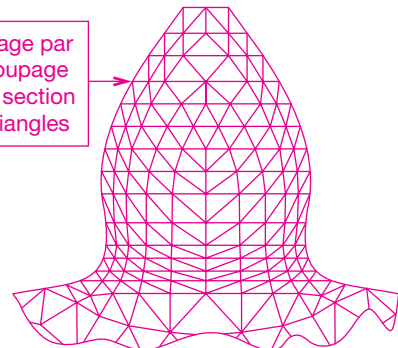
On ajoute ensuite : les congés*
les dépouilles
etc.

REPRÉSENTATION TRIDIMENSIONNELLE



ÉTUDE D'UNE DENT D'ENGRENAGE PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Maillage par découpage de la section en triangles



* Vocabulaire : voir G.D. chapitre 12.

3 Repérage d'une liaison

3.1 Repère général

Pour repérer une liaison, le mécanicien est amené à choisir :

- un point fixe, généralement lié au bâti ;
- une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (voir § 72.2) avec des vecteurs unitaires – donc des axes – dirigés selon des directions caractéristiques de l'ensemble : axes de symétries de certaines pièces essentielles, pouvant servir de lignes de références à la cotation.

EXEMPLE :

Pour repérer l'emplacement de tous les organes d'un véhicule, les constructeurs associent un repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ au châssis tel que :

$(O, \vec{x})$: axe longitudinal du véhicule ;

$(O, \vec{y})$: axe des roues avant ;

$(O, \vec{z})$: axe perpendiculaire au sol.

- Dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$, on peut repérer le milieu E du pare-chocs arrière :

$$\vec{OE} = (4\,129 - 842)\vec{x} + (713 - 205)\vec{z}$$

ou bien
$$\vec{OE} \begin{pmatrix} + 3\,287 \\ 0 \\ + 508 \end{pmatrix}.$$

- Dans le plan $(O, \vec{y}, \vec{z})$, on peut repérer le centre du contact A du pneu sur le sol :

$$\vec{OA} = \left(+ \frac{1\,450}{2} \right) \vec{y} - 205 \vec{z}$$

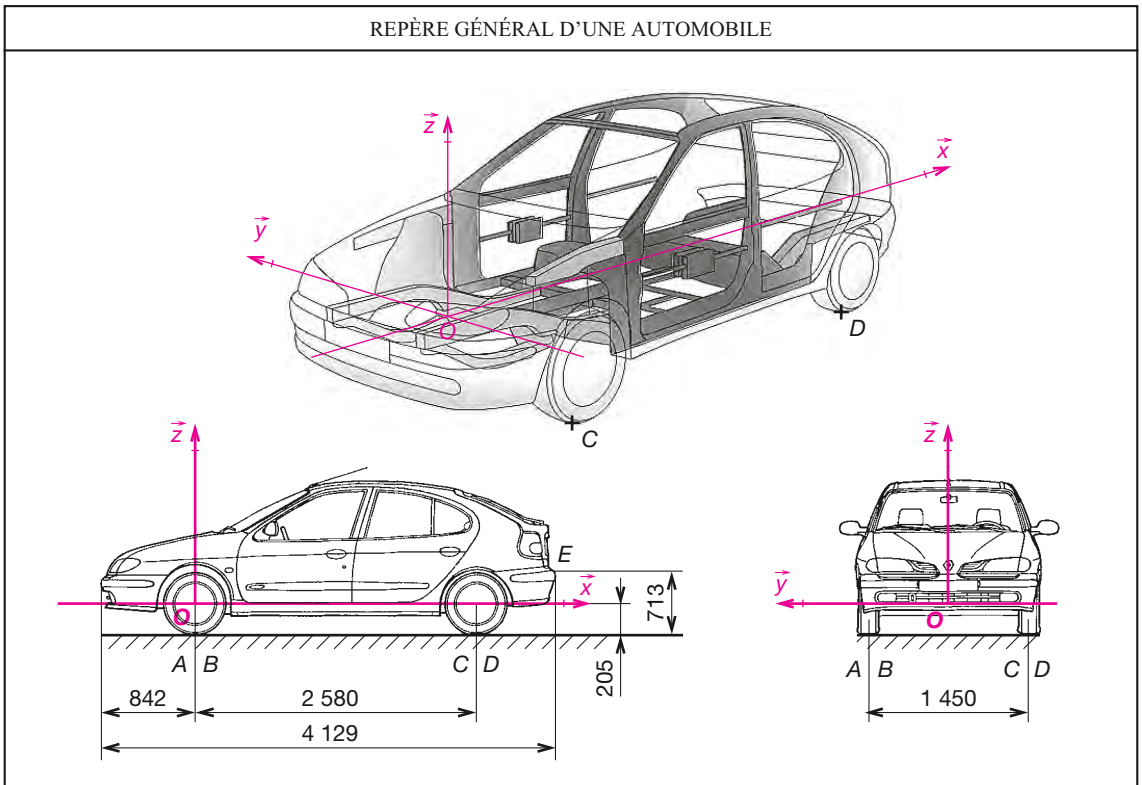
ou bien
$$\vec{OA} \begin{pmatrix} 0 \\ + 725 \\ - 205 \end{pmatrix}.$$

- Dans le trièdre $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le milieu C du contact du pneu arrière gauche sur le sol est tel que :

$$\vec{OC} = 2\,580 \vec{x} - \frac{1\,450}{2} \vec{y} - 205 \vec{z}$$

ou bien
$$\vec{OC} \begin{pmatrix} 2\,580 \\ - 725 \\ - 205 \end{pmatrix}.$$

REPÈRE GÉNÉRAL D'UNE AUTOMOBILE



3.2 Repère local

Le repère local permet de caractériser une liaison selon sa forme géométrique particulière :

- axes de symétrie ;
- normale à un plan particulier de cette liaison.

Les axes du repère local doivent tenir compte de ces particularités.

L'origine du repère local sera précisée à partir d'un repère général (§ 3.1).

REMARQUES :

■ Pour une liaison n'ayant pas de particularité géométrique évidente (encastrement par exemple), il suffit de choisir un repère local ayant même base que le repère général.

■ La position angulaire d'un repère local peut toujours s'exprimer à l'aide des « trois angles d'Euler » :

– ψ (angle de précession) : rotation autour de $(A_0, \vec{z}_0)$, passe du repère $(A_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ au repère $(A_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

– θ (angle de nutation) : rotation autour de $(A_0, \vec{x}_1)$, passe du repère $(A_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ au repère $(A_0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

– φ (angle de rotation propre) : autour de $(A_0, \vec{z}_2)$, passe du repère $(A_0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ au repère $(A_0, \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$.

Une translation (donc la même base, ne changeant pas les angles) permet d'atteindre le repère local $(A_s, \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$ associé à l'ensemble que l'on veut repérer.

EXEMPLE :

Nao, le petit robot* de 58 cm est capable de reproduire les mouvements des humains... Deux caméras CMOS VGA lui donnent la vision.

Pour repérer la position de son regard, on peut être amené à définir un repère local orthonormé $(A_s, \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$ avec :

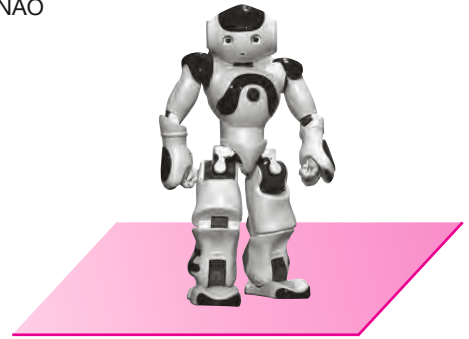
- origine A_s au centre de la liaison du cou ;
- axe $(A_s, \vec{x}_s)$ dans la direction du regard ;
- axe $(A_s, \vec{z}_s)$ dirigé vers le haut de la tête.

Un repère général $(A_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ sera choisi (par exemple) tel que :

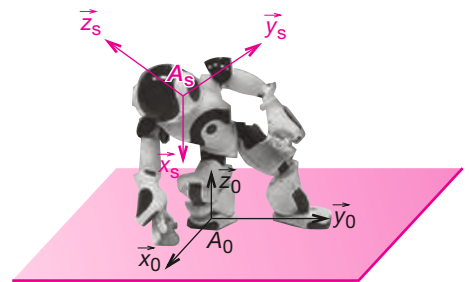
- $(A_0, \vec{x}_0)$ soit centré sur le pied droit et passe par l'objet au sol ;
- $(A_0, \vec{y}_0)$ soit dans le plan du sol horizontal et
- $(A_0, \vec{z}_0)$ désigne la verticale du lieu.

* D'après Aldebaran Robotic.

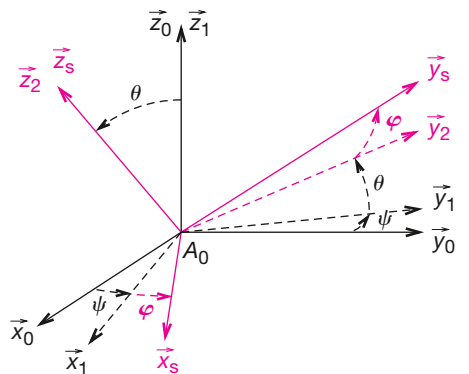
ROBOT NAO



REPÉRAGE DE LA DIRECTION DU REGARD DE NAO



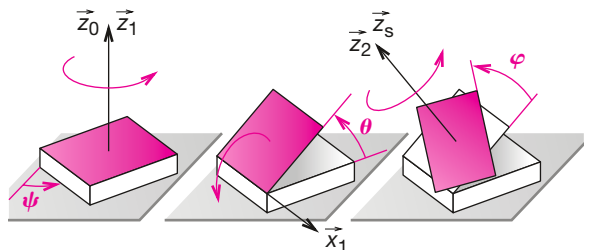
ANGLES D'EULER



1 - Précession ψ

2 - Nutation θ

3 - Rotation propre φ



4 Modélisation des liaisons

■ Une liaison élémentaire entre deux solides **1** et **2** est créée par le **contact** d'une surface associée au solide **1** sur une surface associée à **2**.

■ Pour caractériser la nature de leur liaison, il faut étudier les **mouvements relatifs** de **1/2**.

■ Les mouvements relatifs s'étudient dans un **repère local** associé à la liaison, dans lequel :

T_x : caractérise la **liberté de translation** selon l'axe $(A, \vec{x})$ de **1** par rapport à **2** et réciproquement.

R_x : caractérise la **liberté de rotation** autour de l'axe $(A, \vec{x})$ de **1** par rapport à **2** et réciproquement.

REMARQUES :

■ Une liaison entre **1** et **2** peut avoir **au plus six degrés de liberté**. C'est une **liaison libre** (voir fig. ci-contre).

■ Un degré de liberté est une variable qui peut prendre deux états auxquels on peut associer :

le **chiffre 0**, lorsque le degré de liberté est **impossible**,
le **chiffre 1**, lorsque le degré de liberté est **possible**.

■ À un degré de liberté supprimé correspond **un degré de liaison**.

DEGRÉS DE LIBERTÉ D'UN BATEAU **1**
PAR RAPPORT À LA TERRE **2**

$(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$: repère local

Possibilités	Nature du mouvement
$R_x = 1$	Rotation autour de $(A, \vec{x})$ possible.
$R_y = 1$	Rotation autour de $(A, \vec{y})$ possible.
$R_z = 1$	Rotation autour de $(A, \vec{z})$ possible.
$T_x = 1$	Translation selon $(A, \vec{x})$ possible.
$T_y = 1$	Translation selon $(A, \vec{y})$ possible.
$T_z = 1$	Translation selon $(A, \vec{z})$ possible.

4 ■ 1LIAISON ENCASTREMENT OU FIXE											
Définition		Exemples de solutions technologiques									
C'est la liaison de deux solides 1 et 2 ne permettant aucun mouvement de l'un par rapport à l'autre : aucune rotation ou translation.		① Soudage	② Ajustement serré								
Surfaces de liaison											
Repère local orthonormé		③ Goujonnage	④ Goupillage								
■ L'origine A est prise soit au centre géométrique de la liaison (fig. 1, 2, 4), soit dans le plan d'encastrement (fig. 3)*.		Plan d'encastrement									
■ Aucune direction n'est imposée. Prendre $(O, \vec{x})$ selon l'axe longitudinal de 1 ou 2 , s'il existe, et $(O, \vec{y})$ dans le plan de symétrie, s'il existe (fig. 3 et 4).											
Schéma spatial		Schéma plan									
	<table><tr><th>T</th><th>R</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr></table>	T	R	0	0	0	0	0	0		
T	R										
0	0										
0	0										
0	0										

* Cas les plus généraux, **A** peut être quelconque.