

Bescherelle

collège

Maths

de la 6^e à la 3^e

CONFORME AUX PROGRAMMES



Toutes les **notions** du collège



Des **explications** visuelles



Les **méthodes** clés



+ 300
EXERCICES
CORRIGÉS



Avec ce livre, **quiz**
et **exercices** sur

hatier-entrainement.com



Hatier

NOMBRES & CALCULS

DONNÉES
FONCTIONS

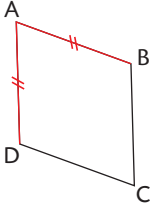
GRANDEURS & MESURES

GÉOMÉTRIE

Un parallélogramme

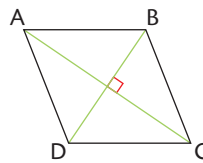
... deux côtés consécutifs de même longueur...

ABCD parallélogramme



... des diagonales perpendiculaires...

ABCD parallélogramme

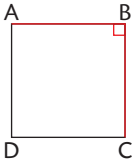


... est un losange.

Un losange qui a...

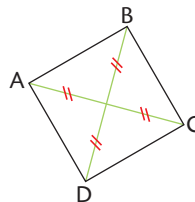
... deux côtés perpendiculaires...

ABCD losange



... des diagonales de même longueur...

ABCD losange



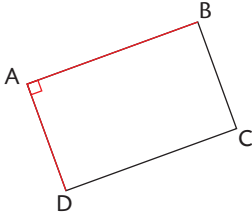
... est un

Parallélogramme particulier

ramme qui a...

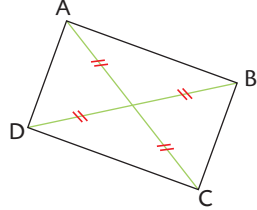
... deux côtés
perpendiculaires...

ABCD parallélogramme



... des diagonales
de même longueur...

ABCD parallélogramme



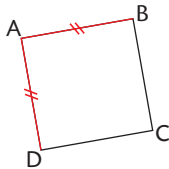
... est un rectangle.

grammes
culiers

Un rectangle qui a...

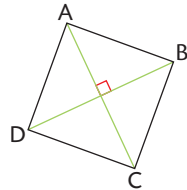
... deux côtés consécutifs
de même longueur...

ABCD rectangle



... des diagonales
perpendiculaires...

ABCD rectangle



n carré.

Bescherelle

collège

Maths

de la 6^e à la 3^e

Jérôme Mante

Professeur certifié de mathématiques
au collège Marcel Anthonioz
(Divonne-les-Bains)

Michel Mante

Professeur agrégé de mathématiques



► Toutes les notions du programme de maths en doubles pages visuelles

le **niveau** à partir duquel la notion est introduite

les **définitions** et **propriétés** à maîtriser, avec des **exemples**

une couleur par **partie** du programme

76 Théorème de Pythagore

Vocabulaire et énoncé du théorème

■ **HYPOTHÈSE** : L'hypothèse d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit.

■ **EXEMPLE** : Soit ABC un triangle rectangle en A, côté du angle droit.



■ **THÉORÈME DE PYTHAGORE** : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

égalité du théorème de Pythagore

Pour calculer la longueur d'un côté avec le théorème de Pythagore, tu dois d'abord d'un triangle rectangle, et connaître la longueur des deux de ses côtés.

La méthode

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

EXEMPLE : En utilisant les informations ci-contre, calcule la longueur DE. On donnera la valeur exacte en cm, et une valeur approchée au dixième de cm près.



Étapes

1 On repère un triangle rectangle dont l'un des côtés est la longueur.

2 On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle et un autre l'égalité du théorème de Pythagore.

3 On remplace les longueurs connues par leur valeur.

4 On calcule la longueur demandée.

5 On vérifie que l'hypoténuse est bien le plus grand côté du triangle.

Solutions

1 Le triangle DEF est rectangle en D.

2 D'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$

3 $4^2 = DE^2 + 3^2$

4 $16 = DE^2 + 9$
 $DE^2 = 16 - 9 = 7$
 $DE = \sqrt{7}$ cm (valeur exacte)

5 On vérifie que l'hypoténuse est bien le plus grand côté du triangle.

DE = 2,6 cm (valeur approchée au dixième de cm près)

Entraîne-toi !

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

Dans chaque cas, calcule, si possible, la longueur UV. Si le résultat n'est pas un nombre entier, donne une valeur approchée au dixième près. Les figures ne sont pas tracées à l'échelle, mais les mesures sont toutes données dans la même unité.



Triangles 179

les **méthodes** clés étape par étape

des **exercices** et **problèmes** types, corrigés en fin d'ouvrage

► Les **corrigés commentés** avec de nombreux conseils et les erreurs à éviter ► p. 254-306



► La liste des méthodes par niveau
et un index des notions ► p. 307-319

LES MÉTHODES DE 5^e

FICHE

Nombres entiers

- Savoir si un entier b est un diviseur d'un entier a (ou si a est un multiple de b)
- Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

Nombres décimaux relatifs

- Se repérer sur une droite graduée
- Se repérer dans le plan
- Comparer deux nombres décimaux relatifs
- Additionner deux nombres relatifs
- Soustraire deux nombres relatifs
- Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs
- Calculer une suite d'additions de nombres relatifs
- Effectuer un calcul sans parenthèses
- Effectuer un calcul avec parenthèses

2

3

3

7

7

8

8

8

10

10

12

12

LISTE DES MÉTHODES PAR NIVEAU

LISTE DES MÉTHODES PAR NIVEAU

► Des dossiers illustrés sur le développement
des maths et leurs applications
depuis l'Antiquité



Tracer un rectangle d'or

Le rectangle d'or se retrouve dans de nombreuses œuvres d'art depuis l'Antiquité. Il est en effet associé à la beauté et à l'harmonie.

Qu'est-ce qu'un rectangle d'or ?

► Trace un rectangle qui te semble « beau ». C'est-à-dire qui te paraît **bien proportionné**.
Le rectangle ci-dessous te semble-t-il bien proportionné ?

► Calcule le **rapport longueur sur largeur** (c'est-à-dire le quotient de la longueur par la largeur) du rectangle que tu as tracé, puis du rectangle ci-dessus. Que constatés-tu ?

► Il y a des chances que tu trouves dans les deux cas environ $1,7$. Ce nombre est proche du nombre appelé **nombre d'or**, qui est égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$.

► Les rectangles dont le rapport longueur sur largeur est égal au nombre d'or sont considérés comme des rectangles idéaux. On les appelle des **rectangles d'or**.

Où trouve-t-on le rectangle d'or ?

► On trouve le rectangle d'or dans de nombreuses œuvres d'art, notamment en **architecture** ou en **peinture**.

À toi de jouer !

Le rectangle d'or

a) Voici un programme de construction qui permet d'obtenir un rectangle d'or.

b) Soit M le milieu de $[AB]$. Trace le cercle de centre M qui passe par C ; il coupe $[AB]$ en E .

c) Trace la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par E ; elle coupe (DC) en F .

d) Le rectangle $ADFE$ est un rectangle d'or.

e) Démontrons-le. Pour cela, on suppose que $AD = AB = 1$.

f) Démontrer que $ME = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

g) Calcule AE et FE . Conclue.

Commentaires

196

Quadrilatères 197

un exercice d'application **ludique**,
corrigé en fin d'ouvrage

SOMMAIRE

6^e notion traitée au collège à partir du niveau 6^e

5^e 4^e 3^e notion introduite à partir du niveau 5^e, 4^e, 3^e

► Liste des méthodes par niveau p. 307

NOMBRES ET CALCULS ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION



Nombres entiers

- | | | | |
|---|--|----|-------------------------------|
| 1 | Division euclidienne | 12 | 6 ^e |
| 2 | Multiples et diviseurs | 14 | 5 ^e |
| 3 | Nombres premiers et décomposition
en produit de facteurs premiers | 16 | 5 ^e 4 ^e |



Nombres décimaux positifs

- | | | | |
|---|--|----|----------------|
| 4 | Addition et soustraction de nombres décimaux ... | 18 | 6 ^e |
| 5 | Multiplication de nombres décimaux | 20 | 6 ^e |
| 6 | Division décimale par un nombre entier | 22 | 6 ^e |



Nombres décimaux relatifs

- | | | | |
|----|---|----|-------------------------------|
| 7 | Nombres relatifs : repérage
sur une droite graduée et dans le plan | 24 | 5 ^e |
| 8 | Comparaison des nombres relatifs | 26 | 6 ^e 5 ^e |
| 9 | Addition et soustraction de deux nombres relatifs .. | 28 | 5 ^e |
| 10 | Additions et soustractions
d'une suite de nombres relatifs | 30 | 5 ^e |
| 11 | Multiplications et divisions de nombres relatifs .. | 32 | 4 ^e |
| 12 | Règles de priorité | 34 | 5 ^e 4 ^e |



Fractions

13	Généralités sur les fractions	36
14	Égalité de fractions	38
15	Simplification de fraction – Fraction irréductible	40
16	Addition et soustraction de fractions	42
17	Multiplication et division de fractions	44

DOSSIER	Mesurer avec des fractions	46
----------------	----------------------------	----

6^e5^e4^e5^e3^e5^e4^e4^e

Puissances, racines carrées

18	Définition et utilisation des puissances	48
19	Notation scientifique et simplification de puissances	50
20	Racines carrées	52

4^e3^e4^e4^e

DOSSIER	Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres	54
----------------	---	----



Calcul littéral

21	Généralités sur le calcul littéral	56
22	Égalité d'expressions littérales, distributivité simple	58
23	Développement, simplification des expressions littérales	60
24	Double distributivité et identité remarquable	62
25	Factorisation	64
26	Formule et calcul littéral	66
27	Équations du 1 ^{er} degré à une inconnue	68
28	Équations produits	70
29	Mise en équation d'un problème	72
30	Utilisation d'une formule	74
31	Démonstration et calcul littéral	76

5^e4^e5^e5^e4^e3^e4^e3^e5^e4^e3^e4^e3^e4^e5^e4^e

Algorithmique, programmation

32	Algorithmes, programmes	78
33	Variables	80
34	Programmation de tracés géométriques	82

5^e5^e5^e

DOSSIER	Coder et décoder un message	84
----------------	-----------------------------	----

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS



Gestion de données

35	Diagrammes en bâtons, histogrammes	88	6 ^e	3 ^e
36	Diagrammes circulaires	90	6 ^e	5 ^e
37	Effectifs, fréquences, étendue	92	5 ^e	3 ^e
38	Moyennes	94	5 ^e	
39	Médianes	96		4 ^e



Probabilités

40	Généralités sur les probabilités	98	5 ^e	
41	Probabilités d'événements particuliers	100		4 ^e
42	Fréquences, expériences à deux épreuves	102		3 ^e

DOSSIER

Calculer ses chances à un jeu de hasard	104
---	-----



Proportionnalité

43	Généralités sur la proportionnalité	106	6 ^e	5 ^e
44	Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle	108	6 ^e	4 ^e
45	Ratios	110		5 ^e
46	Pourcentages	112	6 ^e	5 ^e
47	Pourcentages d'augmentation et de diminution	114		3 ^e
48	Échelles	116	5 ^e	
49	Agrandissements et réductions	118		4 ^e
50	Vitesses moyennes	120		4 ^e



Fonctions

51	Généralités sur les fonctions	122	3 ^e
52	Fonctions : représentation graphique	124	3 ^e
53	Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance	126	3 ^e

54	Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine	128	3 ^e
55	Détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine	130	3 ^e

GRANDEURS ET MESURES



Longueurs, aires, durées

56	Longueur et périmètre des figures usuelles	134	6 ^e
57	Périmètre de figures complexes	136	6 ^e
58	Aire et unités d'aire	138	6 ^e
59	Aire des figures usuelles	140	6 ^e 5 ^e
60	Aire de figures complexes	142	6 ^e 5 ^e
61	Durées	144	6 ^e 5 ^e

DOSSIER	Mesurer des longueurs	146
----------------	-----------------------	-----



Volumes et contenances

62	Généralités sur les volumes et les contenances	148	6 ^e
63	Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre	150	6 ^e 5 ^e
64	Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule	152	4 ^e 3 ^e
65	Volume de solides complexes	154	6 ^e 5 ^e 3 ^e

ESPACE ET GÉOMÉTRIE



Géométrie plane (généralités)

66	Vocabulaire et notations de géométrie	158	6 ^e
67	Droites perpendiculaires	160	6 ^e
68	Droites parallèles	162	6 ^e
69	Médiatrice d'un segment	164	6 ^e



Triangles

70	Tracés de triangles et inégalité triangulaire	166	6 ^e 5 ^e
71	Triangles particuliers	168	6 ^e

72	Hauteurs d'un triangle	170	6 ^e	5 ^e	
73	Cas d'égalité des triangles	172			4 ^e
74	Triangles semblables : définition et reconnaissance	174			3 ^e
75	Triangles semblables : calculer une longueur	176			3 ^e
76	Théorème de Pythagore	178			4 ^e
77	Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore	180			4 ^e
78	Théorème de Thalès	182			4 ^e 3 ^e
79	Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès	184			3 ^e



Quadrilatères

80	Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance	186	6 ^e	
81	Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance	188	6 ^e	5 ^e
82	Rectangles, carrés : construction	190	6 ^e	
83	Losanges : construction	192	6 ^e	
84	Parallélogrammes : construction	194		5 ^e

DOSSIER	Tracer un rectangle d'or	196
----------------	--------------------------------	-----



Angles

85	Mesure d'angles	198	6 ^e	
86	Tracé d'un angle	200	6 ^e	
87	Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants	202		5 ^e
88	Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants	204		5 ^e
89	Somme des angles d'un triangle	206		5 ^e
90	Trigonométrie : vocabulaire et formules	208		4 ^e 3 ^e
91	Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle	210		4 ^e 3 ^e
92	Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle	212		4 ^e 3 ^e

Démontrer avec la géométrie

93	Démontrer que deux droites sont parallèles	214	6 ^e	5 ^e	3 ^e
94	Démontrer que deux droites sont perpendiculaires	216	6 ^e	4 ^e	
95	Calculer la longueur d'un segment	218		4 ^e	3 ^e
96	Calculer la mesure d'un angle	220	5 ^e	4 ^e	3 ^e



Transformations

97	Symétrie axiale	222	6 ^e		
98	Symétrie centrale	224		5 ^e	
99	Axe et centre de symétrie	226	6 ^e	5 ^e	
100	Translation	228			4 ^e
101	Rotation	230			3 ^e
102	Homothétie	232			3 ^e
103	Images de figures par une transformation : construction	234			4 ^e 3 ^e

DOSSIER

Paver le plan	236
-------------------------	-----



Géométrie dans l'espace

104	Cubes, pavés droits : construction en perspective	238	6 ^e		
105	Cubes, pavés droits : patrons	240	6 ^e		
106	Prismes droits	242		5 ^e	
107	Cylindres	244		5 ^e	
108	Pyramides	246			4 ^e
109	Cônes	248			4 ^e
110	Sections planes d'un solide	250			3 ^e
111	Repérage dans un pavé droit, sur une sphère	252			4 ^e 3 ^e

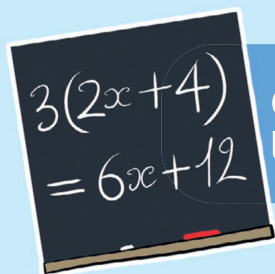
ANNEXES

• Corrigés	254
• Liste des méthodes par niveau	307
• Index	315
• Parallélogrammes particuliers	début de l'ouvrage
• Unités de mesure	fin de l'ouvrage



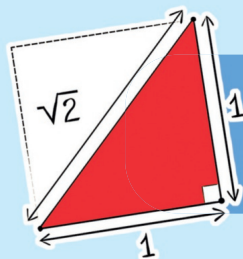
**Algorithmique,
programmation**

p. 78



**Calcul
littéral**

p. 56

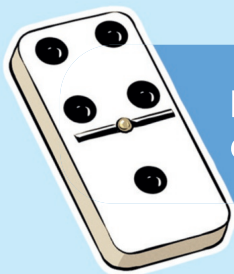


**Puissances,
racines carrées**

p. 48

NOMB ET

RES CALCULS



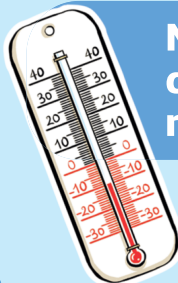
Nombres entiers

p. 12



Nombres décimaux positifs

p. 18



Nombres décimaux relatifs

p. 24



Fractions

p. 36

Effectuer une division euclidienne

► **DÉFINITIONS.** Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un nombre entier (le **diviseur**) différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

dividende = diviseur $\times$ quotient + reste, avec reste < diviseur

EXEMPLE :

Quand on effectue la division euclidienne de 34 par 6, on obtient :

$$34 = 6 \times 5 + 4, \text{ avec } 4 < 6$$

dividende diviseur quotient reste



La méthode

Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne, puis vérifier le résultat

EXEMPLE : Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de 395 par 7.

Étapes	Solution
1 On détermine le nombre de chiffres qu'il faut prendre au dividende .	1 $3 < 7$, donc je prends 39. $\overline{39}5 \quad \overline{7}$
2 On détermine le premier chiffre du quotient .	2 En 39, combien de fois 7 ? $7 \times 5 = 35$ et $7 \times 6 = 42$. Donc 5 fois.
3 On effectue la soustraction .	3 $\overline{39}5 \quad \overline{7}$ $\underline{-35} \quad 5$ 4 Il n'est pas obligatoire de faire apparaître la soustraction.