

Marie-Noëlle Sanz

Thibault Michel | Damien Moulin | Bernard Salamito

PHYSIQUE

PC/PC*

TOUT-EN-UN

7^e édition

DUNOD

Avec la collaboration de :
François Crépin
Marie-Hélène Auvray
Anne-Emmanuelle Badel
François Clausset

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

© Dunod, 2026
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-089443-7

Les auteurs



Marie-Noëlle Sanz

Ancienne élève de l'ENS (École normale supérieure – PSL, ex-Ulm), elle est agrégée de sciences physiques, professeure de chaire supérieure. Depuis une trentaine d'années, elle enseigne en seconde année de CPGE (PC puis PC*) au lycée Saint-Louis à Paris. Elle a participé à des jurys de concours d'écoles d'ingénieurs, tant à l'écrit qu'à l'oral, et a également été membre du jury de l'agrégation (externe et interne). Elle a dirigé et coécrit les Tout-en-un de physique (première et deuxième année) durant une vingtaine d'années.



Thibault Michel

Il enseigne la physique-chimie en filière MP au lycée Paul Éluard de Saint-Denis, après avoir enseigné en MPSI. Auparavant, il est passé par l'ENS Paris-Saclay et par l'École polytechnique où il a soutenu sa thèse en 2019. Il est également membre du jury du concours CentraleSupélec.



Damien Moulin

Ancien élève de l'ENS (École normale supérieure – PSL, ex-Ulm), diplômé d'un master de physique de l'École polytechnique, agrégé de sciences physiques, il enseigne en PSI au lycée Paul Éluard de Saint-Denis. Il participe également à des jurys de concours.



Bernard Salamito

Ancien élève de l'ENS (École normale supérieure – PSL, ex-Ulm), il est professeur de chaire supérieure enseignant au lycée François 1^{er} de Fontainebleau en classe de MP. Il a participé aux jurys de plusieurs concours, à l'écrit et à l'oral.

Avant-propos

La nouvelle édition du TOUT-EN-UN PHYSIQUE PC/PC* reprend les fondamentaux qui ont assuré, édition après édition, le succès de l'ouvrage, tout en évoluant pour rester conforme aux nouveaux programmes et aux exigences des épreuves de concours. Elle se place dans la continuité du TOUT-EN-UN PHYSIQUE PCSI.

Les lecteurs y trouveront :

- un cours complet qui respecte les programmes officiels ;
- quelques compléments, signalés comme tels ;
- les capacités numériques figurant au programme ;
- de très nombreux exercices de niveaux variés.

Les exercices sont classés en trois catégories :

- S'entraîner : ce sont des exercices d'application directe de cours.
- Approfondir : il s'agit d'exercices plus ambitieux, sujets d'oral ou courts extraits d'écrits de concours.
- Préparer les concours : les énoncés sont plus longs, ils sont issus de problèmes de concours, parfois extrêmement récents, parfois plus anciens mais qui restent d'actualité.

La difficulté des exercices est signalée par une à quatre étoiles.

Les principaux résultats et définitions sont placés dans un encadré gris.

Les points-méthode sont repérés par :

✓ Ceci est un point-méthode.

Enfin, les mises en garde se présentent de la façon suivante :

⚡ Ceci est une mise en garde.

Nous espérons que cet ouvrage sera utile aux étudiants de C.P.G.E mais aussi à tout étudiant intéressé par les Sciences Physiques ainsi qu'aux candidats aux concours du CAPES et de l'Agrégation.

Enfin, nous remercions tous ceux qui ont participé aux précédentes éditions du TOUT-EN-UN, en particulier François Vandembrouck.

Table des matières

Avant-propos	1
I Thermodynamique	23
1 Systèmes en écoulement stationnaire	25
1 Les deux principes de la thermodynamique pour un système fermé	25
1.1 Le premier principe	25
1.2 Le second principe	29
2 Principes de la thermodynamique pour un système en écoulement en régime stationnaire	32
2.1 Système ouvert	32
2.2 Bilan d'une grandeur extensive Y en régime stationnaire	33
2.3 Premier principe pour un système en écoulement en régime stationnaire	34
2.4 Second principe pour un système en écoulement en régime stationnaire	38
2.5 Premier et second principes pour un système ouvert sous forme infinitésimale	39
3 Diagrammes (T, s) et (P, h)	40
3.1 Principe d'un diagramme thermodynamique	40
3.2 Le diagramme entropique (T, s)	42
3.3 Le diagramme des frigoristes (P, h)	45
3.4 Application des deux principes à l'aide des diagrammes	48
4 Applications : étude du circuit d'eau d'une centrale électrique thermique . . .	50
4.1 Le cycle de Rankine	50
4.2 Représentation du cycle de Rankine dans le diagramme $(\ln P, h)$. . .	52
4.3 Application des deux principes	52
4.4 Rendement	53
4.5 Représentation du cycle de Rankine dans le diagramme (T, s)	54
4.6 Exemple de valeurs numériques	55

TABLE DES MATIÈRES

2	Diffusion de particules	85
1	Diffusion moléculaire	85
1.1	Mise en évidence expérimentale	85
1.2	Diffusion et convection	85
2	Courant de particules	86
2.1	Flux de particules à travers une surface	86
2.2	Vecteur densité de courant de particules - Exemple dans un cas convectif	86
3	Bilans de particules	87
3.1	Bilan de particules à une dimension	87
3.2	Cas d'un problème à symétrie cylindrique	89
3.3	Cas d'un problème à symétrie sphérique	90
3.4	Equation de conservation dans le cas tridimensionnel	92
4	Loi de Fick	93
4.1	Loi phénoménologique de Fick	93
4.2	Limites de validité de la loi de Fick	94
5	Équation de diffusion	95
5.1	Équation de diffusion à une dimension	95
5.2	Équation de diffusion à trois dimensions	95
5.3	Phénomènes diffusifs	96
5.4	Conditions aux limites et condition initiale	97
5.5	Longueur et temps caractéristiques associés	98
5.6	Cas du régime stationnaire	99
6	Approche microscopique	101
6.1	Diffusion et marche au hasard	101
6.2	Expression du coefficient de diffusion	104
3	Diffusion thermique	129
1	Généralités sur les transferts thermiques	129
1.1	Introduction	129
1.2	Hypothèse de l'équilibre thermodynamique local	129
1.3	Les trois modes de transfert thermique	130
2	Flux thermique - Vecteur densité de courant thermique	131
2.1	Flux thermique surfacique	131
2.2	Vecteur densité de courant thermique	132
2.3	Flux thermique traversant une surface	133
2.4	Exemple : le flux conducto-convectif	133
3	Généralités sur les bilans énergétiques	134
3.1	Production d'énergie	134

3.2	Bilan énergétique	134
3.3	Continuité du flux thermique surfacique	136
4	Équation locale de bilan thermique	137
4.1	Hypothèses de travail	137
4.2	Bilan énergétique local à une dimension	138
4.3	Bilan thermique local en symétrie cylindrique	139
4.4	Bilan thermique local en symétrie sphérique	141
4.5	Bilan thermique local tridimensionnel	142
5	Loi de Fourier - Conductivité thermique	143
5.1	Loi phénoménologique de Fourier	143
5.2	Limites de validité de la loi de Fourier	143
5.3	Conductivités thermiques	144
6	Équation de la diffusion thermique	144
6.1	Équation de la diffusion thermique à une dimension	145
6.2	Cas d'une géométrie quelconque	145
6.3	Cas où il n'y a pas de sources internes	146
6.4	Longueur et temps caractéristiques associés	147
6.5	Exercice : bilan entropique à une dimension	148
7	Conditions aux limites pour le champ de température	148
8	Résolution numérique de l'équation de la diffusion thermique	149
8.1	Méthode des différences finies	150
8.2	Application au problème du choc thermique	151
8.3	Convergence et stabilité	153
9	Propriétés du régime permanent	154
9.1	Densité de courant thermique en régime permanent	154
9.2	Champ de température en régime permanent	156
10	Résistance thermique	157
10.1	Analogie avec l'électrocinétique	157
10.2	Cas unidimensionnel	158
10.3	Exercice : résistance thermique d'un manchon cylindrique	158
10.4	Approximation des régimes quasi stationnaires	159
11	Un exemple de résolution de l'équation de diffusion de la chaleur en régime variable	159
4	Rayonnement thermique	183
1	Corps noir	183
1.1	Réflexion, transmission, absorption	183
1.2	Le modèle du corps noir	183

TABLE DES MATIÈRES

2	Le rayonnement d'équilibre thermique	185
2.1	Quelques définitions	185
2.2	Loi de Planck	187
2.3	Loi de Stefan-Boltzmann	188
2.4	Loi du déplacement de Wien	189
2.5	Flux surfacique émis par un corps noir	189
2.6	Résistance thermique radiative	190
3	Application à l'étude de l'effet de serre	190
3.1	Effet de serre d'une vitre idéale	190
3.2	Température d'équilibre de la Terre sans atmosphère	192
3.3	Température d'équilibre de la Terre en tenant compte de la présence de l'atmosphère	192
3.4	Amélioration du modèle	193
II	Mécanique	201
5	Changements de référentiels en mécanique classique	203
1	Exemples	203
1.1	Cas de deux référentiels en translation rectiligne l'un par rapport à l'autre	203
1.2	Cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe d'un autre référentiel	204
1.3	Conclusion	205
2	Référentiel en translation par rapport à un autre	205
2.1	Transformation de Galilée	205
2.2	Composition des vitesses	206
2.3	Composition des accélérations	207
3	Référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe	208
3.1	Présentation de la situation	208
3.2	Composition des vitesses	209
3.3	Composition des accélérations	209
4	Le point coïncident	210
4.1	Notion de point coïncident	210
4.2	Cas d'un référentiel en translation	210
4.3	Cas d'un référentiel en rotation uniforme par rapport à un axe fixe . .	210
6	Dynamique dans un référentiel non galiléen	221
1	Référentiels galiléens et référentiels non galiléens	221

1.1	Référentiels galiléens	221
1.2	À la recherche d'un référentiel galiléen	222
2	Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel non galiléen	225
2.1	Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen	225
2.2	Cas d'un référentiel en rotation par rapport à un axe fixe d'un référentiel galiléen	227
2.3	Récapitulation	228
2.4	Exemples d'étude de mouvement dans un référentiel non galiléen . .	229
3	Théorème du moment cinétique dans un référentiel non galiléen	232
3.1	Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen	232
3.2	Cas d'un référentiel en rotation par rapport à un axe fixe d'un référentiel galiléen	233
3.3	Exemples	233
4	Étude énergétique dans un référentiel non galiléen	235
4.1	Théorème de l'énergie cinétique en référentiel non galiléen	235
4.2	La force d'inertie d'entraînement dérive-t-elle d'une énergie potentielle ?	236
4.3	Système conservatif dans un référentiel non galiléen	237
4.4	Retour sur deux exemples étudiés	238
5	Mécanique terrestre	239
5.1	Champ de pesanteur	239
5.2	Principe fondamental de la dynamique dans le référentiel terrestre . .	242
5.3	Application à l'étude du pendule de Foucault	242

III Mécanique des fluides 267

7	Description d'un fluide en mouvement	269
1	L'approximation des milieux continus	269
1.1	Description d'un milieu à différentes échelles	269
1.2	L'échelle mésoscopique et la particule de fluide	270
1.3	Fluides et solides	271
2	Le champ de vitesse dans un fluide en écoulement	272
2.1	Description eulérienne	272
2.2	Lignes de courant et tubes de champ	273
2.3	Écoulement stationnaire	275
2.4	Accélération en variables d'Euler; notion de dérivée particulaire . . .	275
3	Conservation de la masse dans un écoulement	278
3.1	Vecteur densité de courant de masse; débit massique	278

TABLE DES MATIÈRES

3.2	Débit volumique	279
3.3	Équation de conservation de la masse	280
3.4	Cas particulier d'un écoulement stationnaire	284
4	Conditions aux limites cinématiques	285
4.1	Cas d'une paroi fixe	285
4.2	Cas d'une paroi déformable ou mobile	286
4.3	Interface entre deux fluides non miscibles	286
4.4	Loin d'un obstacle	287
5	Exemples fondamentaux d'écoulements	287
5.1	Écoulement incompressible	287
5.2	Écoulement irrotationnel	289
5.3	Complément : exemple d'écoulement tourbillonnaire et incompressible	293
8	Actions mécaniques dans un fluide en mouvement	307
1	Actions mécaniques s'exerçant sur un fluide	307
1.1	Actions à distance ; forces volumiques	307
1.2	Actions de contact ; forces surfaciques	308
1.3	Forces de pression	309
1.4	Équivalent volumique des forces de pression	310
1.5	Force de viscosité de cisaillement	311
1.6	Transport diffusif de quantité de mouvement	316
2	L'équation de Navier-Stokes	319
2.1	Expression pour l'écoulement incompressible d'un fluide newtonien .	319
2.2	Le nombre de Reynolds	320
2.3	Équation de Navier-Stokes sous forme adimensionnée	321
2.4	Notion de couche limite	323
2.5	Modèle de l'écoulement parfait	325
3	Conditions aux limites dans un écoulement	325
3.1	Conditions aux limites cinématiques	325
3.2	Conditions aux limites dynamiques	327
3.3	Tableau récapitulatif des conditions aux limites	328
4	Étude descriptive de l'écoulement autour d'une sphère	329
4.1	Force de traînée et force de portance	329
4.2	Analyse de résultats expérimentaux	329
4.3	Généralisation	333
9	Équations locales de la dynamique des fluides	347
1	Écoulements de fluides réels	347

1.1	L'équation de Navier-Stokes	347
1.2	Écoulements parallèles	348
2	Écoulements parfaits	355
2.1	Équation d'Euler	355
2.2	Commentaires	356
2.3	Quelques conséquences immédiates	356
3	Statique des fluides en référentiel non galiléen	360
3.1	Premier exemple : équilibre d'un fluide dans une citerne	360
3.2	Second exemple : l'aplatissement de la Terre	362
4	Le théorème de Bernoulli	364
4.1	Énoncé	364
4.2	Applications	366
10	Bilans macroscopiques	407
1	Introduction	407
1.1	Systèmes fermés	407
1.2	Exemple : bilan de masse	408
2	Bilans de quantité de mouvement	410
2.1	Principe	410
2.2	Premier exemple : force exercée par un fluide sur les parois d'une conduite de section variable	410
2.3	Deuxième exemple : action d'un jet cylindrique sur une plaque	413
2.4	Troisième exemple : retour sur l'écoulement de Poiseuille	416
3	Bilans d'énergie cinétique	418
3.1	Principe	418
3.2	Premier exemple : puissance d'une pompe	419
3.3	Deuxième exemple : retour sur l'écoulement de Couette plan	420
3.4	Troisième exemple : retour sur l'écoulement de Poiseuille	422
IV	Électromagnétisme	445
11	Sources du champ électromagnétique	447
1	Charge électrique	447
1.1	Rappels	447
1.2	Charges ponctuelles	447
1.3	Densité volumique de charges	448
2	Vecteur densité de courant électrique	449

TABLE DES MATIÈRES

2.1	Définition	449
2.2	Intensité traversant une surface	451
3	Équation de conservation de la charge	452
3.1	Cas unidimensionnel	452
3.2	Cas général	453
3.3	Cas du régime stationnaire	454
12	Champ électrostatique	457
1	Charge ponctuelle	457
1.1	Loi de Coulomb	457
1.2	Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle	458
1.3	Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle	459
2	Champ créé par une distribution de charges	460
2.1	Principe de superposition	460
2.2	Champ et potentiel créés par une distribution discrète de charges ponctuelles	460
2.3	Champ et potentiel créés par une distribution volumique de charges	461
3	Propriétés de symétrie	462
3.1	Symétries usuelles des distributions de charges	462
3.2	Symétries du champ et du potentiel	466
4	Circulation du champ électrostatique - Équation de Maxwell-Faraday	471
4.1	Circulation d'un champ de vecteur	471
4.2	Circulation du champ électrostatique	472
4.3	Équation locale de Maxwell-Faraday	473
5	Flux du champ électrostatique - Équation de Maxwell-Gauss	474
5.1	Flux d'un champ de vecteurs	474
5.2	Équation de Maxwell-Gauss	475
5.3	Théorème de Gauss	476
5.4	Équation aux dérivées partielles vérifiée par le potentiel	477
6	Topographie du champ électrostatique	478
6.1	Lignes de champs et équipotentiels	478
6.2	Propriétés des lignes de champ électrostatique et des équipotentiels	478
6.3	Quelques exemples	481
7	Analogie avec le champ gravitationnel	483
7.1	Interaction gravitationnelle	483
7.2	Champ de gravitation	484
7.3	Propriétés du champ de gravitation	484

13 Exemples de champs électrostatiques	505
1 Méthodes d'étude des champs et des potentiels	505
2 Exemple de problème à symétrie sphérique : sphère uniformément chargée . .	506
2.1 Étude des symétries	506
2.2 Application du théorème de Gauss	507
2.3 Champ créé par la sphère	507
2.4 Application : énergie de constitution d'une sphère uniformément chargée	508
3 Exemple de problème à symétrie cylindrique : cylindre uniformément chargé	510
3.1 Étude des symétries	510
3.2 Application du théorème de Gauss	511
3.3 Champ créé par le cylindre	512
4 Exemples de problèmes à symétrie plane	512
4.1 Étude des symétries	512
4.2 Calcul du champ et du potentiel par résolution des équations de Maxwell	513
4.3 Calcul du champ par le théorème de Gauss	514
4.4 Modélisation surfacique	515
4.5 Application au condensateur plan	516
14 Dipôle électrostatique	539
1 Potentiel et champ créés	539
1.1 Introduction	539
1.2 Dipôle électrostatique, approximation dipolaire	539
1.3 Moment dipolaire	540
1.4 Analyse des symétries et des invariances	540
1.5 Potentiel créé par un dipôle électrostatique	541
1.6 Champ créé par un dipôle électrostatique	542
1.7 Topographie du champ	543
2 Action d'un champ extérieur sur un dipôle	544
2.1 Cas d'un champ uniforme	544
2.2 Cas d'un champ non uniforme	546
2.3 Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique extérieur	549
3 Interactions moléculaires	550
3.1 Moment dipolaire permanent	550
3.2 Quelques valeurs de moments dipolaires	551
3.3 Interactions ion-molécules	551
3.4 Interaction molécule-molécule	552
4 Moment dipolaire induit	554

TABLE DES MATIÈRES

4.1	Polarisabilité	554
4.2	Modèle de Thomson	555
4.3	Interaction entre un dipôle induit et un dipôle permanent	556
4.4	Forces de Van der Waals	556
15	Conduction électrique dans un conducteur ohmique	565
1	Loi d'Ohm	565
1.1	Modèle de Drude de la conduction électrique	565
1.2	Loi d'Ohm en régime variable	568
1.3	Résistance électrique	569
2	Effet Hall	570
2.1	Étude du phénomène	570
2.2	Tension de Hall	572
2.3	Application à la mesure de champ magnétique	573
2.4	Interprétation de la force de Laplace	574
3	Aspect énergétique	574
16	Champ magnétostatique	581
1	Propriétés locales et globales du champ magnétostatique	581
1.1	Équations de Maxwell du champ magnétostatique	581
1.2	Flux du champ magnétostatique	581
1.3	Circulation du champ magnétostatique - Théorème d'Ampère	582
2	Symétries et invariances du champ magnétique	583
2.1	Symétries et invariances usuelles des distributions de courant	583
2.2	Symétries du champ magnétique	585
3	Topographie du champ magnétostatique	590
3.1	Propriétés des lignes de champ du champ magnétostatique	590
3.2	Comment distinguer une carte de champ électrostatique d'une carte de champ magnétostatique ?	591
3.3	Exemples	592
4	Exemples de champs magnétostatiques	593
4.1	Méthodes d'étude du champ magnétostatique	593
4.2	Exemple de problème à symétrie cylindrique : câble infini, de rayon a , parcouru par un courant uniformément réparti en volume	594
4.3	Solénoïde long	596
17	Dipôle magnétique	623
1	Moment magnétique d'une boucle de courant plane	623
1.1	Rappels de première année	623

1.2	Moment magnétique atomique	624
1.3	Quelques notions sur les propriétés magnétiques de la matière	626
2	Action d'un champ magnétique extérieur sur un dipôle magnétique	627
2.1	Actions subies par un dipôle dans un champ magnétique uniforme . .	627
2.2	Actions subies par un dipôle dans un champ magnétique non uniforme	627
2.3	Énergie potentielle du dipôle dans un champ extérieur	627
2.4	L'expérience Stern et Gerlach	628
18	Équations de Maxwell	641
1	Champ électromagnétique - Équations de Maxwell	641
1.1	Définition du champ électromagnétique	641
1.2	Équations de Maxwell	641
1.3	Remarques et commentaires	642
1.4	Équations de Maxwell et loi de conservation de la charge	643
2	Forme intégrale des équations de Maxwell	644
2.1	Théorème de Gauss	644
2.2	Flux du champ magnétique	644
2.3	Loi de Faraday	644
2.4	Théorème d'Ampère généralisé	646
3	Énergie électromagnétique	646
3.1	Puissance cédée par le champ électromagnétique à la matière	646
3.2	Bilan d'énergie électromagnétique	647
3.3	Équation locale de Poynting	649
3.4	Exemples	650
4	Approximation des régimes quasi stationnaires	653
4.1	Équation de propagation des champs dans un milieu vide de charge et de courant	654
4.2	Cadre de l'approximation des régimes quasi stationnaires	655
4.3	Exercice : solénoïde en régime lentement variable	655
4.4	Approximation des régimes quasi stationnaires à dominante magnétique	658
4.5	Équations locales de l'électromagnétisme dans le cadre de l'A.R.Q.S. à dominante magnétique	659
4.6	Retour sur l'exemple du solénoïde : aspect énergétique	661
V	Optique	677
19	Modèle scalaire des ondes lumineuses	679
1	Le modèle scalaire de la lumière	679

TABLE DES MATIÈRES

1.1	Nature de l'onde lumineuse	679
1.2	La vibration lumineuse	680
1.3	Propriétés de la vibration lumineuse	681
2	Éclairement et intensité vibratoire	682
2.1	Les récepteurs de l'onde lumineuse	682
2.2	Éclairement ou intensité vibratoire	683
3	Lumière monochromatique	684
3.1	Définitions	684
3.2	Domaine visible	685
3.3	Notation complexe	685
3.4	Expression de l'éclairement	686
4	Chemin optique	686
4.1	Définition	686
4.2	Calcul pratique du chemin optique	687
4.3	Relation fondamentale entre le chemin optique et le retard de phase	688
4.4	Des exceptions à la règle précédente	689
5	Surface d'onde	689
5.1	Définition	689
5.2	Théorème de Malus	690
5.3	Chemin optique et condition de stigmatisme	691
6	Onde sphérique, onde plane	692
6.1	Onde sphérique	692
6.2	Onde plane	694
6.3	Expression	695
6.4	Complément : l'approximation paraxiale	696
7	Lumières réelles	699
7.1	Composition spectrale	699
7.2	Différents types de lumières	700
7.3	Notions sur la transformée de Fourier	702
7.4	Trains d'onde	705
20	Superposition d'ondes lumineuses	721
1	Superposition de deux ondes lumineuses	721
1.1	Éclairement résultant	721
1.2	Formule de Fresnel	725
1.3	Figure d'interférences	728
1.4	Retour sur la notion de cohérence	730
1.5	Superposition de deux ondes planes	733

2	Superposition de N ondes lumineuses	734
2.1	Expression de la vibration lumineuse résultante	735
2.2	Éclairement résultant	736
21	Dispositif interférentiel par division du front d'onde : les trous d'Young	739
1	Le dispositif des trous d'Young	739
1.1	Présentation du dispositif	739
1.2	Notion de dispositif interférentiel à division du front d'onde	739
1.3	Description du champ d'interférences	741
1.4	Généralisation à d'autres dispositifs interférentiels par division du front d'onde	746
1.5	Montage de Fraunhofer	746
2	Élargissement spatial de la source	749
2.1	Influence du déplacement de la source ponctuelle	749
2.2	Visibilité des franges produites par deux sources ponctuelles incohérentes	751
2.3	Visibilité des franges produites par une source étendue	753
3	Élargissement spectral de la source	755
3.1	Doublet de longueurs d'onde	755
3.2	Source de faible largeur spectrale	757
3.3	Éclairage en lumière blanche	759
4	Dispositif interférentiel de N fentes d'Young	761
4.1	Description du dispositif	761
4.2	Ordre d'interférences et éclairement	761
4.3	Condition d'interférences totalement constructives	763
4.4	Réseau plan de diffraction	763
22	L'interféromètre de Michelson	785
1	L'interféromètre de Michelson	785
1.1	Présentation du dispositif	785
1.2	Les deux voies de l'interféromètre	786
1.3	Le dispositif séparateur	786
1.4	Schéma de principe de l'interféromètre	788
2	Configuration de la lame d'air éclairée par une source étendue	788
2.1	Définition	789
2.2	Observation des franges	789
2.3	Franges d'égale inclinaison	795
3	Configuration du coin d'air éclairé par une source étendue	797

TABLE DES MATIÈRES

3.1	Définition	797
3.2	Observation des franges	797
3.3	Franges d'égale épaisseur	801
VI	Physique des ondes	819
23	Ondes mécaniques unidimensionnelles	821
1	Corde vibrante	821
1.1	Tension d'une corde	821
1.2	Mise en place du modèle	821
1.3	Équation d'onde	822
2	Onde acoustique dans un solide élastique	824
2.1	Module d'Young	824
2.2	Ondes de déformations longitudinales	826
2.3	Récapitulation	827
3	Solutions de l'équation de d'Alembert unidimensionnelle	828
3.1	Rappels de première année : onde progressive	828
3.2	Solution en onde progressive harmonique	830
3.3	Solution en ondes progressives	832
3.4	Célérité des ondes	833
3.5	Onde stationnaire	834
4	Propagation dans un milieu limité	836
4.1	Régime libre d'une corde fixée à ses deux extrémités	836
4.2	Corde fixée à une extrémité : oscillations forcées, résonance	839
5	Dispersion-absorption	841
5.1	Exemple	841
5.2	Interpération	843
5.3	Paquets d'ondes	844
24	Ondes acoustiques dans les fluides	891
1	Approximation acoustique, propagation des ondes sonores	891
1.1	Introduction	891
1.2	Approximation acoustique	892
1.3	Mise en équation eulérienne	892
1.4	Équation de propagation pour la surpression	895
1.5	Célérité du son	896
2	Ondes planes progressives harmoniques	899

2.1	Ondes planes	899
2.2	Ondes planes progressives harmoniques	900
3	Aspect énergétique	902
3.1	Puissance transférée à travers une surface S	902
3.2	Densité volumique d'énergie	902
3.3	Bilan énergétique	903
3.4	Densité volumique d'énergie potentielle	904
3.5	Densité volumique d'énergie	905
3.6	Récapitulation	905
3.7	Cas d'une onde plane progressive	905
3.8	Cas d'une onde plane progressive harmonique. Valeurs moyennes	907
3.9	Cas général	908
3.10	Intensité sonore	908
4	Ondes sphériques harmoniques	911
4.1	Suppression	911
4.2	Champ des vitesses	912
4.3	Intensité sonore	913
5	Réflexion et transmission d'une onde sonore plane progressive sous incidence normale	914
5.1	Relation de passage	915
5.2	Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude	916
5.3	Coefficients de réflexion et de transmission en énergie	918
6	Complément : tuyaux sonores, ondes stationnaires. Application aux instruments à vent	919
6.1	Introduction	919
6.2	Conditions aux limites, ondes stationnaires	920
6.3	Aspect énergétique	923
25	Ondes électromagnétiques dans le vide	961
1	Équation de propagation des champs	961
2	Ondes planes progressives harmoniques	962
2.1	Onde plane	962
2.2	Onde plane progressive harmonique	962
2.3	Polarisation des ondes planes progressives harmoniques	967
3	Aspect énergétique des ondes planes progressives	971
3.1	Densité volumique d'énergie	971
3.2	Vecteur de Poynting	972

TABLE DES MATIÈRES

3.3	Valeurs moyennes	973
3.4	Quelques ordres de grandeur	974
3.5	Interprétation corpusculaire	975
4	Analyse d'une lumière polarisée	976
4.1	Lumière polarisée et lumière naturelle	976
4.2	Lumière polarisée rectilignement	977
4.3	Action d'une lame cristalline biréfringente	980
4.4	Lames demi-onde	981
4.5	Lames quart d'onde	983
4.6	Utilisation d'une lame quart-d'onde pour analyser une lumière polarisée elliptiquement ou circulairement	987
4.7	Analyse d'une lumière non polarisée	989
4.8	Analyse d'une lumière quelconque	989
26	Ondes électromagnétiques dans un milieu matériel	1009
1	Propagation d'une onde dans un conducteur	1009
1.1	Équation de Maxwell-Ampère dans le conducteur	1009
1.2	Équation de propagation du champ électromagnétique	1010
1.3	Relation de dispersion	1011
1.4	Vitesse de phase, vitesse de groupe	1011
1.5	Champ électromagnétique	1011
1.6	Épaisseur de peau	1013
1.7	Puissance moyenne	1013
2	Propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma peu dense	1014
2.1	Description d'un plasma	1014
2.2	Interaction entre une onde plane progressive harmonique et un plasma	1017
2.3	Propagation d'une onde électromagnétique plane transverse électrique	1019
2.4	Étude de la relation de dispersion	1023
2.5	Aspect énergétique	1025
3	Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique à l'interface entre deux milieux	1026
3.1	Indice complexe	1026
3.2	Position du problème	1027
3.3	Coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique	1029
3.4	Coefficients de réflexion et de transmission en puissance	1030
3.5	Application au cas d'une interface vide-plasma	1031

27 Le laser - Principe de fonctionnement	1049
1 Quelques repères historiques	1049
2 Interaction entre la lumière et la matière	1050
2.1 Description du système étudié	1050
2.2 Statistique de Maxwell-Boltzmann	1050
2.3 Le modèle d'Einstein d'interaction de la lumière avec la matière . . .	1051
2.4 Les coefficients d'Einstein et la loi de Planck du rayonnement	1054
2.5 Notion de largeur de raie	1055
3 Amplification d'une onde lumineuse dans un gaz	1056
3.1 Équations d'évolution des populations	1056
3.2 Sections efficaces d'émission induite et d'absorption	1056
3.3 Évolution temporelle d'un système à deux niveaux	1058
3.4 Coefficient d'absorption linéique et condition d'amplification	1059
3.5 Pompage optique sur un système à plusieurs niveaux	1059
4 La cavité laser	1061
4.1 Présentation	1061
4.2 Modes de la cavité laser	1062
4.3 Conditions d'oscillation d'un laser	1062
28 Faisceau laser	1065
1 Introduction	1065
2 Description du mode fondamental gaussien	1066
2.1 Solution paraxiale de l'équation de Helmholtz à symétrie cylindrique	1066
2.2 Description du faisceau gaussien	1067
3 Action d'une lentille mince sur un faisceau gaussien	1071
3.1 Image d'un faisceau gaussien par une lentille	1071
3.2 Focalisation d'un faisceau gaussien	1072
3.3 Réduction de la divergence d'un faisceau gaussien à l'aide d'un sys- tème afocal	1073
VII Mécanique quantique	1087
29 Introduction à la mécanique quantique	1089
1 Ondes ou particules ?	1089
1.1 Interférences avec des ondes lumineuses	1089
1.2 Interférences avec des ondes de matière	1092
1.3 Principe de complémentarité de Bohr	1094
2 La fonction d'onde et l'équation de Schrödinger	1094

TABLE DES MATIÈRES

2.1	Description de l'état d'une particule	1094
2.2	Amplitude de probabilité et condition de normalisation	1095
2.3	Interprétation probabiliste	1095
2.4	L'équation de Schrödinger	1097
2.5	Complément : Vecteur densité de courant de probabilité de présence .	1098
2.6	L'équation de Schrödinger indépendante du temps	1099
3	Inégalités de Heisenberg	1101
3.1	Inégalité de Heisenberg spatiale	1101
3.2	Inégalité temps-énergie	1103
4	De la limite quantique à la limite classique	1104
4.1	Exemple de l'oscillateur harmonique	1104
4.2	Quantique ou classique ?	1108
4.3	Principe de correspondance de Bohr	1109
30	Évolution d'une particule quantique libre	1123
1	La particule quantique libre	1123
1.1	Définition	1123
1.2	États stationnaires d'une particule quantique libre	1123
1.3	Représentation d'une particule quantique par un paquet d'ondes . . .	1125
1.4	Vecteur densité de courant de probabilité	1130
2	Interférences et diffraction d'ondes de matière	1131
2.1	Diffraction par une fente	1131
2.2	Diffraction par deux fentes	1133
2.3	Expérience des fentes d'Young avec des atomes d'hélium	1134
31	Évolution d'une particule quantique dans un potentiel	1153
1	Cas d'un puits de potentiel infiniment profond	1154
1.1	Fonctions d'onde propres	1154
1.2	Analogie avec les modes propres de vibration d'une corde	1156
1.3	Niveaux d'énergie	1158
1.4	Interprétation de l'existence d'un état d'énergie minimale	1159
1.5	Densité de probabilité de présence	1160
1.6	Évolution temporelle d'une superposition d'états stationnaires	1161
2	Cas d'un puits de potentiel de profondeur finie	1162
2.1	États symétriques et antisymétriques	1163
2.2	États liés et états de diffusion	1164
2.3	Détermination des fonctions d'onde propres symétriques et antisymé- triques des états liés	1164

2.4	Niveaux d'énergie	1165
2.5	Profondeur de pénétration	1167
2.6	Interprétation à l'aide de l'inégalité temps-énergie	1168
2.7	Comparaison avec le puits de potentiel infiniment profond	1170
3	Barrière de potentiel et effet tunnel	1171
3.1	Expression de la fonction d'onde propre	1172
3.2	Probabilités de réflexion et de transmission. Effet tunnel	1173
3.3	Représentation de la densité de probabilité de présence	1174
3.4	Approximation d'une barrière épaisse	1175
3.5	Applications de l'effet tunnel	1176
VIII	Appendice	1217
1	Calcul différentiel	1219
1.1	Dérivées partielles	1219
1.2	Théorème de Schwarz	1219
1.3	Différentielle	1219
2	Analyse vectorielle	1220
2.1	Gradient d'un champ scalaire	1220
2.2	Divergence d'un champ de vecteurs	1222
2.3	Rotationnel d'un champ de vecteurs	1224
2.4	Laplacien scalaire et laplacien vectoriel	1227
2.5	Opérateur « b scalaire gradient »	1228
2.6	Le vecteur symbolique « nabla »	1228
2.7	Quelques propriétés des opérateurs différentiels	1230
2.8	Théorèmes de Stokes	1231
2.9	Théorème d'Ostrogradski	1232
	Bibliographie	1233
	Index	1235

Première partie

Thermodynamique

Systèmes en écoulement stationnaire



Ce chapitre reprend les deux principes de la thermodynamique qui ont été introduits en première année dans deux cas nouveaux : le cas d'une transformation infinitésimale d'un système fermé entre deux instants t et $t + dt$ infiniment proches et le cas d'un système en écoulement stationnaire. Ces résultats seront appliqués à des situations réelles grâce à l'utilisation de diagrammes thermodynamiques.

1 Les deux principes de la thermodynamique pour un système fermé

Dans la première partie de ce chapitre le système considéré est un système fermé.

✓ Il faut toujours préciser clairement le système et la transformation considérés.

1.1 Le premier principe

a) Rappel - Premier principe entre deux instants t_1 et t_2

On considère un système fermé Σ qui évolue dans le temps. On considère le système à deux instants successifs t_1 et $t_2 > t_1$ et on note :

$$\Delta E = E(t_2) - E(t_1),$$

la variation de l'énergie du système Σ entre ces deux instants. L'énergie E est la somme de l'énergie interne U , de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle extérieure $E_{p,\text{ext}}$ du système Σ .

D'après le premier principe, l'énergie de Σ ne peut varier que si des échanges d'énergie entre Σ et l'extérieur ont lieu. Ces échanges peuvent prendre deux formes :

- le **travail mécanique** W ,
- le **transfert thermique** Q .

Le travail mécanique W provient d'une action mécanique exercée par l'extérieur sur le système à l'échelle macroscopique. Le transfert thermique Q résulte de phénomènes à l'échelle microscopique selon des mécanismes qui ont été vus dans le cours de première année.

Le **premier principe de la thermodynamique** pour un système fermé entre deux instants t_1 et t_2 s'écrit :

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_{p,\text{ext}} = W + Q. \quad (1.1)$$

- ✓ W et Q sont algébriques : positifs si l'énergie est gagnée par Σ (donc perdue par l'extérieur) et négatifs si l'énergie est perdue par Σ (donc gagnée par l'extérieur).

Les termes de l'équation (1.1) n'ont pas tous le même statut :

- ΔU , ΔE_c et $\Delta E_{p,\text{ext}}$ sont des **variations** de grandeurs instantanées relatives au système et on peut les calculer à partir de mesures faites sur le système à l'instant initial t_1 et à l'instant final t_2 uniquement ;
- Q et W ne peuvent être calculés que si l'on connaît toute l'évolution du système entre les instants t_1 et t_2 : ils *ne* sont pas des variations de grandeurs relatives au système.

Cette différence est soulignée par la notation : les variations sont repérées par un « Δ » que les termes de transfert n'ont pas. La notation doit être absolument respectée.

- ⚡ Il ne faut surtout pas écrire « ΔQ », ni « ΔW ».

b) Premier principe entre deux instants infiniment proches t et $t + dt$

On considère maintenant un système Σ qui évolue entre deux instants infiniment proches t et $t + dt$. Concrètement, la durée dt est très faible devant le temps τ caractéristique de l'évolution de Σ et elle est traitée sur le plan mathématique comme une quantité infinitésimale. Entre l'instant t et l'instant $t + dt$, les variables d'états du système varie d'une quantité très faible appelée **variation infinitésimale**.

L'énergie du système varie également de façon infinitésimale :

$$dE = E(t + dt) - E(t).$$

De même, l'énergie interne de Σ varie de dU , son énergie cinétique de dE_c et son énergie potentielle de dE_p . Ces variations infinitésimales vérifient :

$$dE = dU + dE_c + dE_{p,\text{ext}}.$$

- ✓ Si le système est un gaz parfait ou une phase condensée idéale (solide ou liquide incompressible et indilatable) et que la température T est uniforme dans tout le système aux instants t et $t + dt$ la variation infinitésimale de l'énergie interne est :

$$dU = C_V dT,$$

où C_V est la capacité thermique à volume constant du système.

Par ailleurs on note δW l'énergie reçue par Σ sous forme de travail et δQ l'énergie reçue par Σ par transfert thermique entre les instants t et $t + dt$. δW et δQ sont appelés **travail élémentaire** et **transfert thermique élémentaire**. Ces quantités sont infiniment petites puisque l'intervalle de temps dt est infiniment petit.

❗ Il ne faut surtout pas confondre une quantité élémentaire (notée avec un « δ ») et une variation infinitésimale (notée avec un « d »).

✓ Dans le cas, très fréquent, où Σ est soumis uniquement à des forces de pression le travail élémentaire de ces forces est :

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV,$$

où P_{ext} est la pression extérieure s'exerçant sur le système (qui est supposée uniforme sur toute la surface du système) et dV la variation infinitésimale du volume de Σ . Cette formule a été établie dans le cours de première année.

Le **premier principe de la thermodynamique** {premier principe de la thermodynamique pour un système fermé, au cours d'une **transformation infinitésimale** entre deux instants t et $t + dt$ infiniment proches s'écrit :

$$dE = dU + dE_c + dE_{p,\text{ext}} = \delta W + \delta Q. \quad (1.2)$$

✓ Noter la règle de « traduction » entre les équations (1.1) et (1.2) :

- un terme avec un « Δ » devient un terme avec un « d »,
- un terme sans marque particulière devient un terme avec un « δ ».

c) Premier principe en termes de puissance

La **puissance mécanique** $\mathcal{P}$ reçue par le système Σ à l'instant t est définie par :

$$\delta W = \mathcal{P} dt.$$

De même on définit la **puissance thermique** ou **flux thermique** Φ par :

$$\delta Q = \Phi dt.$$

Les grandeurs $\mathcal{P}$ et Φ se mesurent en watts. La notion de puissance mécanique a été étudiée dans le cours de mécanique de première année. La notion de flux thermique sera étudiée en détail dans le chapitre 3.

En divisant les deux membres de (1.2) par dt , on obtient la formulation du premier principe en termes de puissance :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{p,\text{ext}}}{dt} = \mathcal{P} + \Phi.$$

d) Exemple : trempe d'un solide

Modélisation Un solide de volume V , constitué d'un matériau indilatable de masse volumique μ et de capacité thermique massique c , initialement à la température T_i , est plongé dans un grand volume de liquide de température T_{liq} supposée constante (voir figure 1.1). Le flux thermique passant du liquide au solide est modélisé par la formule $\Phi(t) = Ah(T_{\text{liq}} - T(t))$ où A est l'aire de la surface du solide, h une constante et $T(t)$ la température du solide à l'instant t , température qui sera ici supposée uniforme.

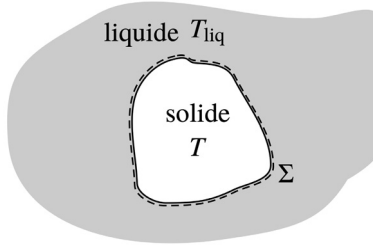


Figure 1.1 – Trempe d'un solide.

Premier principe pour le système $\Sigma = \{\text{solide}\}$ entre les instants t et $t + dt$ Au cours de cette transformation, la température de Σ varie de $dT = T(t + dt) - T(t)$.

- La variation d'énergie interne de Σ est : $dU = C_V dT = \mu c V dT$.
- Σ étant immobile, son énergie cinétique est identiquement nulle donc : $dE_c = 0$.
- Pour la même raison, son énergie potentielle est constante donc : $dE_{p,\text{ext}} = 0$.
- Σ étant de volume constant, le travail des forces de pression est nul.
- Le transfert thermique reçu par Σ du liquide est : $\delta Q = \Phi dt = Ah(T_{\text{liq}} - T(t))dt$.

Le premier principe pour Σ entre les deux instants t et $t + dt$ s'écrit :

$$dU = C_V dT = \delta Q \quad \text{soit} \quad \mu c V dT = Ah(T_{\text{liq}} - T(t))dt. \quad (1.3)$$

Température $T(t)$ du solide L'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ est donc :

$$\frac{\mu c V}{Ah} \frac{dT}{dt} + T(t) = T_{\text{liq}}.$$

Dans cette équation apparaît le temps caractéristique : $\tau = \frac{\mu c V}{Ah}$. La solution vérifiant la condition initiale $T(0) = T_i$ est :

$$T(t) = T_{\text{liq}} + (T_i - T_{\text{liq}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Ainsi la température de Σ atteint la température finale $T_\infty = T_{\text{liq}}$ (ce résultat était prévisible intuitivement) en une durée de l'ordre de 5 à 6 fois τ .

Premier principe pour Σ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$ Le transfert thermique reçu par Σ de la part liquide au cours de l'expérience est :

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} \Phi dt = \int_{t=0}^{\infty} hA(T_{\text{liq}} - T_i) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt = hA(T_{\text{liq}} - T_i)\tau.$$

En utilisant l'expression de τ , on obtient :

$$Q = \mu cV(T_{\text{liq}} - T_i) = C_V(T_{\text{liq}} - T_i) = C_V(T_{\infty} - T(0)) = \Delta U,$$

relation qui n'est autre que l'expression du premier principe pour la transformation du système entre l'instant $t_1 = 0$ et l'instant $t_2 = \infty$, transformation au cours de laquelle le solide passe de l'état initial de température T_i à l'état final de température T_{∞} .

1.2 Le second principe

a) Rappel - Second principe entre deux instants t_1 et t_2

La variation d'entropie $\Delta S = S(t_2) - S(t_1)$ d'un système fermé Σ entre deux instants successifs t_1 et $t_2 > t_1$ peut être due :

- d'une part à un échange d'entropie entre le système et l'extérieur,
- d'autre part à une création d'entropie à l'intérieur du système.

L'entropie $S_{\text{éch}}$ reçue par Σ de l'extérieur a pour expression :

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_S},$$

où Q est l'énergie reçue par transfert thermique entre t_1 et t_2 et T_S la température de la surface du système traversée par ce transfert thermique, température supposée uniforme et constante entre les deux instants.

L'entropie $S_{\text{créée}}$ créée à l'intérieur de Σ a les propriétés suivantes :

$$S_{\text{créée}} \begin{cases} = 0 & \text{si la transformation est réversible,} \\ > 0 & \text{si la transformation est irréversible.} \end{cases}$$

Le second principe de la thermodynamique pour un système fermé Σ , au cours d'une **transformation finie** entre deux instants t_1 et t_2 s'écrit :

$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}}, \quad (1.4)$$

où $S_{\text{éch}}$ est l'entropie reçue par Σ et $S_{\text{créée}}$ l'entropie créée à l'intérieur de Σ entre les instants t_1 et t_2 .

Remarque

ΔS ne dépend que des états aux deux instants t_1 et t_2 , mais $S_{\text{éch}}$ et $S_{\text{créée}}$ dépendent de l'évolution détaillée du système entre ces deux instants.

b) Second principe pour une transformation infinitésimale

La variation infinitésimale $dS = S(t+dt) - S(t)$ de l'entropie d'un système fermé Σ entre deux instants infiniment proches t et $t+dt$ est la somme de :

- l'entropie élémentaire $\delta S_{\text{éch}}$ reçue de l'extérieur entre les instants t et $t+dt$, donnée par :

$$\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_S}.$$

où δQ est le transfert thermique élémentaire et T_S la température de la surface du système traversée par le transfert thermique,

- l'entropie élémentaire $\delta S_{\text{créée}}$ créée dans le système entre les instants t et $t+dt$, telle que :

$$\delta S_{\text{créée}} \begin{cases} = 0 & \text{si la transformation est réversible,} \\ > 0 & \text{si la transformation est irréversible.} \end{cases}$$

$\delta S_{\text{éch}}$ et $\delta S_{\text{créée}}$ sont des quantités élémentaires, mais *ne* sont *pas* des variations infinitésimales.

Le second principe de la thermodynamique pour un système fermé, au cours d'une **transformation infinitésimale** entre deux instants t et $t+dt$ infiniment proches s'écrit :

$$dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_{\text{créée}}. \quad (1.5)$$

✓ Noter la règle de « traduction » entre les équations (1.4) et (1.5) :

- un terme avec un « Δ » devient un terme avec un « d »,
- un terme sans marque particulière devient un terme avec un « δ ».

c) Exemple : trempe d'un solide

Modélisation On reprend le modèle de l'exemple de la page 28.

Second principe pour le système $\Sigma = \{\text{solide}\}$ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$ On va exprimer la variation d'entropie, l'entropie échangée et en déduire l'entropie créée.

L'entropie de Σ , dans le modèle du solide indilatable, est donnée par la formule :

$$S = C_V \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + S_0,$$

où C_V est la capacité thermique à volume constant du solide, T la température du solide (supposée uniforme), T_0 et S_0 sont des constantes.

Pour le système Σ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$:

- la variation d'entropie est :

$$\Delta S = C_V \ln \left(\frac{T_{\text{liq}}}{T_i} \right),$$

- l'entropie reçue est :

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_S} = \frac{C_V(T_{\text{liq}} - T_i)}{T_{\text{liq}}} = C_V \left(1 - \frac{T_i}{T_{\text{liq}}} \right).$$

✓ Dans ce calcul on a pris $T_S = T_{\text{liq}}$ parce que le système Σ est délimité par une surface à l'intérieur du liquide, très proche de la surface du solide (voir figure 1.1). Σ englobe ainsi la fine couche de liquide, appelée couche limite thermique, à l'intérieur de laquelle la température locale varie de T_{liq} à $T(t)$. C'est dans cette couche qu'il y a création d'entropie.

Le second principe permet alors de calculer l'entropie créée au cours de cette transformation :

$$S_{\text{créée}} = \Delta S - S_{\text{éch}} = C_V \left(\ln \left(\frac{T_{\text{liq}}}{T_i} \right) - 1 + \frac{T_i}{T_{\text{liq}}} \right).$$

On vérifie, en traçant les courbes représentatives des fonction $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x - 1$, que $g(x) > f(x)$ si $x \neq 1$ donc l'entropie créée est strictement positive pour $T_i \neq T_{\text{liq}}$. La transformation est alors irréversible.

Second principe pour le système Σ entre les instants t et $t + dt$

- La variation infinitésimale d'entropie est :

$$dS = dC_V \left(\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + S_0 \right) = C_V \frac{dT}{T}.$$

Or, d'après le premier principe (équation (1.3)) : $\delta Q = C_V dT$, donc $dS = \frac{\delta Q}{T}$.

- L'entropie reçue élémentaire est :

$$\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_S} = \frac{\delta Q}{T_{\text{liq}}}.$$

On en déduit l'entropie créée élémentaire entre les instants t et $t + dt$:

$$\delta S_{\text{créée}} = \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{liq}}} \right) \delta Q.$$

Le transfert thermique entre le liquide et le solide s'accompagne donc de création d'entropie ($\delta S_{\text{créée}} \neq 0$) tant que la température du solide est différente de la température du liquide. D'autre part, étant donné que : $\delta Q = \Phi dt = Ah(T_{\text{liq}} - T)dt$, il vient :

$$\delta S_{\text{créée}} = Ah \frac{(T_{\text{liq}} - T)^2}{TT_{\text{liq}}} dt.$$

L'entropie créée entre $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$ peut s'obtenir en calculant :

$$S_{\text{créée}} = \int \delta S_{\text{créée}} = \int_{t=0}^{\infty} \frac{Ah}{T_{\text{liq}}} \frac{(T_i - T_{\text{liq}})^2 \exp\left(-2\frac{t}{\tau}\right)}{\left(T_{\text{liq}} + (T_i - T_{\text{liq}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)} dt.$$

Cette intégrale peut s'évaluer avec un logiciel de calcul formel. On trouve, en utilisant la relation $Ah\tau = C_V$, le même résultat que plus haut. Mais il est inutile de passer par le bilan entropique infinitésimal si on cherche à établir le bilan entropique de la transformation globale !

2 Principes de la thermodynamique pour un système en écoulement en régime stationnaire

Dans une machine thermique l'énergie est transportée par un fluide qui circule entre différents éléments. Lorsqu'on étudie l'un de ces éléments séparément, on est amené à considérer le système Σ constitué par cet élément et le fluide qu'il contient. Σ est un système ouvert car il y a constamment du fluide qui rentre et qui sort de l'élément. On utilise alors les deux principes de la thermodynamique sous une forme particulière qui va être établie dans ce paragraphe. Conformément au programme, on se limitera au cas du régime stationnaire.

2.1 Système ouvert

a) Définition

Un **système ouvert** est par définition un système dont la surface frontière est traversée par de la matière. La figure 1.2 montre un système ouvert Σ avec une entrée et une sortie. Conformément au programme, on se limitera à des systèmes avec une entrée et une sortie.

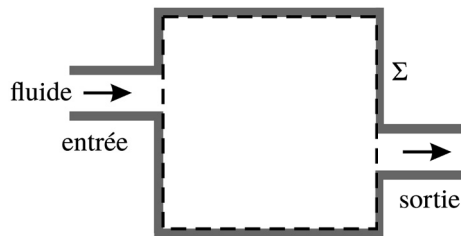


Figure 1.2 – Système ouvert Σ à une entrée et une sortie.

On suppose l'écoulement du fluide **unidimensionnel** : la vitesse du fluide, ainsi que toutes les grandeurs intensives qui le caractérisent (masse volumique, température, pression ...) sont uniformes sur la section d'entrée, ainsi que sur la section de sortie du système. Ces grandeurs seront notées avec un e (pour entrée) ou un s (pour sortie) en indice sans donner plus de précision. Par exemple c_e sera la vitesse du fluide à l'entrée et c_s la vitesse du fluide en sortie.

b) Masses entrante et sortante, débits massiques

Les flux de matière entrant et sortant du système sont caractérisés par des **débits massiques**. On note le débit massique d'entrée $D_{m,e}$ et le débit massique de sortie $D_{m,s}$. La masse dm_e entrant dans le système entre deux instants très proches t et $t + dt$ et la masse dm_s en sortant sont :

$$dm_e = D_{m,e}dt \text{ et } dm_s = D_{m,s}dt.$$

Les débits $D_{m,e}$ et $D_{m,s}$ se mesurent en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) Système ouvert en régime stationnaire

Conformément au programme, on ne considérera que des systèmes ouverts en **régime stationnaire**. En régime stationnaire, toutes les caractéristiques du fluide contenu à l'intérieur du système Σ sont invariables dans le temps. Le fluide contenu dans Σ est constamment renouvelé (Σ ne contient jamais les mêmes molécules) mais *il est à chaque instant dans le même état*.

En particulier, la masse de fluide contenue dans Σ est la même à tout instant. Or entre deux instants très proches t et $t + dt$, il entre dans Σ la masse $dm_e = D_{m,e}dt$ et il en sort la masse $dm_s = D_{m,s}dt$. La masse dans Σ étant la même à l'instant t et à l'instant $t + dt$, nécessairement :

$$dm_e = dm_s \text{ soit } D_{m,e} = D_{m,s}.$$

On définit alors le débit de fluide D_m à travers le système par : $D_m = D_{m,e} = D_{m,s}$. La masse de fluide entrant ou sortant de Σ entre deux instants très proches t et $t + dt$ est :

$$dm = D_m dt.$$

2.2 Bilan d'une grandeur extensive Y en régime stationnaire

Dans ce paragraphe on désigne par Y une grandeur extensive et additive quelconque. Dans les applications il s'agira par exemple de l'énergie interne U ou de l'entropie S . On note y la grandeur massique associée à Y (par exemple l'énergie interne massique u ou l'entropie massique s), y_e sa valeur à l'entrée du système ouvert, et y_s sa valeur à la sortie.

✓ On rappelle que y est une grandeur intensive.

On va raisonner sur un système fermé Σ^* qui est défini à partir de Σ de la manière suivante (voir figure 1.3) :

- à l'instant t , Σ^* est la réunion de Σ et de la masse dm de fluide qui entre dans Σ entre les instants t et $t + dt$,
- à l'instant $t + dt$, Σ^* est la réunion de Σ et de la masse dm de fluide qui sort de Σ entre les instants t et $t + dt$.

On note Y_Σ la valeur de Y pour le système Σ ; cette valeur est la même à tout instant car on a fait l'hypothèse que le régime est stationnaire. En revanche la valeur de Y pour Σ^* dépend du temps. Par additivité Y_{Σ^*} est la somme de Y_Σ et la valeur de Y pour la masse dm . Sa variation élémentaire entre les instants t et $t + dt$ est :

$$dY_{\Sigma^*} = Y_{\Sigma^*}(t + dt) - Y_{\Sigma^*}(t) = (y_s dm + Y_\Sigma) - (y_e dm + Y_\Sigma),$$

soit :

$$dY_{\Sigma^*} = dm(y_s - y_e), \quad (1.6)$$

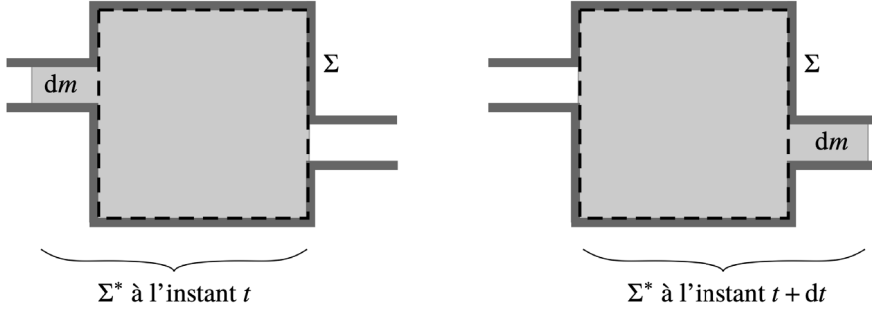


Figure 1.3 – Système fermé Σ^* .

2.3 Premier principe pour un système en écoulement en régime stationnaire

Dans ce paragraphe on va appliquer le premier principe de la thermodynamique au système fermé Σ^* entre les deux instants t et $t + dt$. On en déduira une relation qui est le « premier principe pour un système ouvert » appliqué au système ouvert Σ .

a) Travail utile massique et transfert thermique massique

Le fluide à l'intérieur de Σ peut recevoir de l'énergie sous forme de travail et sous forme de transfert thermique.

Il reçoit du travail lorsque l'élément de machine correspondant à Σ contient au moins une pièce mobile (par exemple une hélice). On note $\mathcal{P}_u$ la puissance mécanique correspondante, comptée positivement lorsque l'énergie est effectivement reçue par le fluide (voir figure 1.4). En régime stationnaire cette puissance est indépendante du temps.

Entre les instants t et $t + dt$ le travail élémentaire reçu par Σ est :

$$\delta W_u = \mathcal{P}_u dt.$$

Il est d'usage de définir le **travail utile massique** w_u par la relation :

$$\delta W_u = w_u dm,$$

où dm est la masse de fluide qui traverse l'élément de machine entre ces mêmes instants. Le travail massique utile w_u s'exprime en J.kg^{-1} . Étant donné que $dm = D_m dt$, on peut écrire :

$$w_u = \frac{\mathcal{P}_u}{D_m}.$$

Remarque

Le qualificatif « utile » sert à distinguer ce travail du travail des forces de pression interne au fluide qui est calculé au paragraphe suivant.

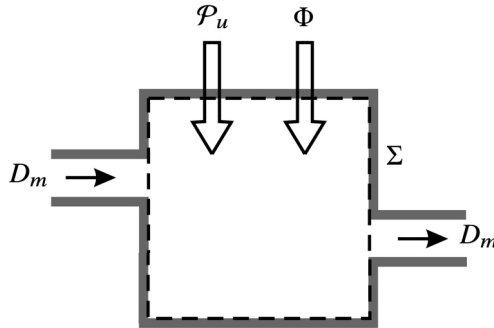


Figure 1.4 – Transferts d'énergie vers le système Σ .

Le fluide à l'intérieur de Σ peut aussi recevoir du transfert thermique. On note Φ la puissance thermique (ou flux thermique) correspondante, comptée positivement lorsque l'énergie est effectivement reçue par le fluide (voir figure 1.4). En régime stationnaire cette puissance est indépendante du temps.

Entre les instants t et $t + dt$ le transfert thermique élémentaire reçu par Σ est :

$$\delta Q = \Phi dt ;$$

Il est d'usage de définir le **transfert thermique massique** q par la relation :

$$\delta Q = q dm .$$

Le transfert thermique massique q s'exprime en J.kg^{-1} . On peut également écrire :

$$q = \frac{\Phi}{D_m} .$$

b) Travail des forces de pression interne au fluide

Pour appliquer le premier principe au système Σ^* entre les instants t et $t + dt$, il faut aussi calculer le travail fourni à ce système par le fluide avec lequel il est en contact. L'action du fluide sur Σ^* est la suivante :

- le fluide situé en amont pousse le fluide de Σ^* et lui fournit un travail positif : $+P_e dV_e$ où P_e est la pression à l'entrée et dV_e le volume de fluide entrant dans Σ entre t et $t + dt$;
- le fluide situé en aval le retient et lui fournit un travail négatif : $-P_s dV_s$ où P_s est la pression à la sortie et dV_s le volume de fluide sortant de Σ entre t et $t + dt$.

Ainsi, le travail des forces de pression reçu par Σ^* entre t et $t + dt$ est :

$$\delta W_{\text{pression}} = P_e dV_e - P_s dV_s = P_e v_e dm - P_s v_s dm,$$

en notant v_e et v_s les volumes massiques du fluide en entrée et en sortie respectivement. Finalement :

$$\delta W_{\text{pression}} = (P_e v_e - P_s v_s) dm.$$

c) Expression du premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire

Pour le système *fermé* Σ^* entre les instants t et $t + dt$ le premier principe s'écrit :

$$dU + dE_c + dE_{p,\text{ext}} = \delta W + \delta Q.$$

En appliquant la formule (1.6) aux différentes formes d'énergie, on peut écrire :

$$dU + dE_c + dE_{p,\text{ext}} = dm \left((u_s + e_{c,s} + e_{p,\text{ext},s}) - (u_e + e_{c,e} + e_{p,\text{ext},e}) \right),$$

les petites lettres désignant les grandeurs massiques.

D'autre part : $\delta W = \delta W_u + \delta W_{\text{pression}}$. Il vient donc :

$$\left((u_s + e_{c,s} + e_{p,\text{ext},s}) - (u_e + e_{c,e} + e_{p,\text{ext},e}) \right) dm = w_u dm + (P_e v_e - P_s v_s) dm + q dm,$$

soit, en regroupant les termes et simplifiant par dm :

$$(u_s + P_s v_s + e_{c,s} + e_{p,\text{ext},s}) - (u_e + P_e v_e + e_{c,e} + e_{p,\text{ext},e}) = w_u + q.$$

Dans cette formule apparaît l'**enthalpie massique** $h = u + P v$.

Le **premier principe pour un système en écoulement stationnaire** s'écrit :

$$(h_s + e_{c,s} + e_{p,\text{ext},s}) - (h_e + e_{c,e} + e_{p,\text{ext},e}) = w_u + q.$$

En terme de puissance, il s'écrit aussi :

$$D_m \left((h_s + e_{c,s} + e_{p,\text{ext},s}) - (h_e + e_{c,e} + e_{p,\text{ext},e}) \right) = \mathcal{P}_u + \Phi.$$

☛ On évitera dans ce cours d'utiliser la notation Δh pour la quantité $h_s - h_e$, cette quantité n'est *pas* la variation d'enthalpie du système ouvert Σ ! C'est la différence entre l'enthalpie massique du fluide à la sortie du système ouvert et l'enthalpie massique du fluide à l'entrée de celui-ci.

Remarque

Dans la majorité des applications l'énergie potentielle $e_{p,\text{ext}}$ est l'énergie de pesanteur : $e_{p,\text{poids}} = gz$ où z est la cote le long d'un axe (Oz) vertical orienté vers le haut. Le premier principe pour un système ouvert s'écrit alors :

$$(h_s + \frac{1}{2}c_s^2 + gz_s) - (h_e + \frac{1}{2}c_e^2 + gz_e) = w_u + q.$$

d) Cas particuliers

Compresseur, pompe Un compresseur (resp. une pompe) est un dispositif destiné à accroître la pression d'un gaz (resp. un liquide). Le fluide y reçoit de la part de pièces mécaniques mobiles un travail massique $w_u > 0$. Le transfert thermique est le plus souvent négligeable ($q \simeq 0$). Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur entre l'entrée et la sortie du compresseur sont négligeables ($e_{c,s} \simeq e_{c,e}$ et $e_{p,\text{poids},s} \simeq e_{p,\text{poids},e}$). Le premier principe pour un système en écoulement en régime permanent s'écrit, pour un compresseur ou une pompe :

$$h_s - h_e \simeq w_u \text{ avec } w_u > 0.$$

Turbine Le fluide traversant une turbine fournit du travail à une pièce mécanique mobile : $w_u < 0$. Sa pression et sa température diminuent. Le transfert thermique est en général négligeable ($q \simeq 0$), de même que la différence d'énergie potentielle de pesanteur ($e_{p,\text{poids},s} \simeq e_{p,\text{poids},e}$). Le premier principe pour un système en écoulement en régime permanent s'écrit, pour une turbine :

$$h_s - h_e + e_{c,s} - e_{c,e} \simeq w_u \text{ avec } w_u < 0.$$

Détendeur Un détendeur est un dispositif utilisé pour abaisser la pression d'un fluide. Il s'agit d'une soupape ajustable, d'un bouchon poreux ou bien d'un tube capillaire (c'est-à-dire un tube très fin). Le fluide qui le traverse ne reçoit quasiment aucun transfert thermique ($q \simeq 0$), ni aucun travail ($w_u = 0$) car il n'y a pas de pièce mécanique mobile. Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligeables. Le premier principe pour un système en écoulement en régime permanent s'écrit :

$$h_s - h_e \simeq 0 \text{ ou encore } h_s = h_e.$$

Tuyère Une tuyère est un conduit dont la section diminue de manière à accroître la vitesse d'écoulement d'un gaz. Le gaz qui la traverse ne reçoit pas de travail ($w_u = 0$, car il n'y a pas de pièce mobile), et peu de transfert thermique ($q \simeq 0$). La variation d'énergie potentielle de pesanteur est négligeable. Le premier principe pour un système en écoulement en régime permanent s'écrit :

$$h_s - h_e + e_{c,s} - e_{c,e} \simeq 0 \text{ ou encore } c_s \simeq \sqrt{c_e^2 + 2(h_s - h_e)}.$$

Évaporateur, condenseur Dans un évaporateur ou un condenseur le fluide (un liquide, une vapeur ou un mélange liquide-vapeur) ne reçoit pas de travail ($w_u = 0$). Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligeables. Dans un évaporateur le fluide reçoit du transfert thermique ($q > 0$) et dans un condenseur il cède du transfert thermique ($q < 0$). Le premier principe pour un système en écoulement en régime permanent s'écrit :

$$h_s - h_e = q.$$

2.4 Second principe pour un système en écoulement en régime stationnaire

Dans ce paragraphe on va appliquer le second principe de la thermodynamique au système fermé Σ^* entre les deux instants t et $t + dt$.

a) Entropie créée par unité de masse de fluide

Dans le système Σ il peut y avoir des phénomènes irréversibles qui produisent de l'entropie : déséquilibres mécaniques, gradients thermiques, frottements... On note $\delta S_{\text{créée}}$ l'entropie élémentaire créée entre les instants t et $t + dt$ à l'intérieur de Σ . Cette création d'entropie est proportionnelle à la durée dt :

$$\delta S_{\text{créée}} = \dot{S}_{\text{créée}} dt,$$

où $\dot{S}_{\text{créée}}$ est le taux de création d'entropie qui se mesure en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Le second principe de la thermodynamique impose que $\dot{S}_{\text{créée}} \geq 0$ et $\dot{S}_{\text{créée}} = 0$ s'il n'y a aucun phénomène cause d'irréversibilité dans Σ .

En régime stationnaire $\dot{S}_{\text{créée}}$ est indépendant du temps. On définit l'**entropie créée par unité de masse** $s_{\text{créée}}$ par :

$$\delta S_{\text{créée}} = s_{\text{créée}} dm,$$

où $dm = D_m dt$ est la masse de fluide traversant le système entre les instants t et $t + dt$. $s_{\text{créée}}$ se mesure en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Elle est reliée au taux de création d'entropie par :

$$s_{\text{créée}} = \frac{\dot{S}_{\text{créée}}}{D_m}.$$

D'après le second principe :

- $s_{\text{créée}} \geq 0$;
- $s_{\text{créée}} = 0$ s'il ne se produit aucun phénomène irréversible à l'intérieur de Σ .

b) Entropie échangée par unité de masse de fluide

De même, l'entropie élémentaire $\delta S_{\text{éch}}$ reçue par Σ entre les instants t et $t + dt$ est proportionnelle à la durée dt :

$$\delta S_{\text{éch}} = \dot{S}_{\text{éch}} dt,$$

où $\dot{S}_{\text{éch}}$ est le taux d'échange d'entropie qui se mesure en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

En régime stationnaire $\dot{S}_{\text{éch}}$ est indépendant du temps et on définit l'**entropie échangée par unité de masse** $s_{\text{éch}}$ par :

$$\delta S_{\text{éch}} = s_{\text{éch}} dm.$$

$s_{\text{éch}}$ se mesure en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Elle est reliée au taux d'échange d'entropie par :

$$s_{\text{éch}} = \frac{\dot{S}_{\text{éch}}}{D_m}.$$

L'entropie échangée par Σ est reliée au transfert thermique δQ reçu par Σ : $\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_S}$, où T_S est la température de la surface traversée par ce transfert thermique, température supposée uniforme pour simplifier. Étant donné que $\delta Q = q dm$ et $\delta S_{\text{éch}} = s_{\text{éch}} dm$, il vient :

$$s_{\text{éch}} = \frac{q}{T_S}.$$

c) Expression du second principe

Le second principe de la thermodynamique pour le système *fermé* Σ^* entre les instants t et $t + dt$ s'écrit :

$$dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_{\text{créée}},$$

soit, en utilisant la formule (1.6) pour la fonction d'état extensive et additive $Y = S$:

$$(s_s - s_e) dm = s_{\text{éch}} dm + s_{\text{créée}} dm.$$

Le **second principe pour un système en écoulement** en régime stationnaire s'écrit :

$$s_s - s_e = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}} \quad \text{avec} \quad s_{\text{éch}} = \frac{q}{T_S}.$$

ou en termes de puissance :

$$D_m(s_s - s_e) = \dot{S}_{\text{éch}} + \dot{S}_{\text{créée}} \quad \text{avec} \quad \dot{S}_{\text{éch}} = \frac{\Phi}{T_S}.$$

2.5 Premier et second principes pour un système ouvert sous forme infinitésimale

On considère un fluide s'écoulant en régime stationnaire dans une canalisation à l'intérieur d'une machine. On suppose que :

- la canalisation est localement rectiligne, parallèle à un axe (Ox),
- l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local est vérifiée.

On considère le système ouvert Σ constitué par le fluide (différent à chaque instant) qui se trouve entre deux sections d'abscisses x et $x + dx$. Les deux principes s'appliquent à ce système sous la forme vue plus haut.

Cependant, le transfert thermique massique et le travail massique utile reçus par le fluide entre ces deux sections très proches sont très petits et pour cette raison on les note δq et δw_u . Le premier principe pour le système Σ en écoulement en régime stationnaire s'écrit ainsi :

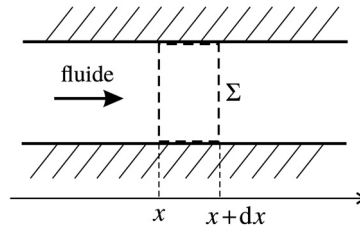


Figure 1.5 – Système ouvert infinitésimal.

$$(h + e_c + e_{p,\text{ext}})(x + dx) - (h + e_c + e_{p,\text{ext}})(x) = \delta w_u + \delta q.$$

Pour le second principe, on note $\delta s_{\text{éch}}$ l'entropie échangée par unité de masse de fluide et $\delta s_{\text{créée}}$ l'entropie créée par unité de masse de fluide. Le second principe pour le système Σ en écoulement en régime stationnaire s'écrit :

$$s(x + dx) - s(x) = \delta s_{\text{éch}} + \delta s_{\text{créée}}.$$

3 Diagrammes (T, s) et (P, h)

Les diagrammes thermodynamiques visualisent les propriétés thermodynamiques d'un fluide et permettent d'évaluer les différentes fonctions d'état du fluide. Ils sont utilisés pour la mise au point des machines thermodynamiques réelles. Deux types de diagrammes sont au programme de la filière PC :

- le diagramme (T, s) dans lequel la température T est portée en ordonnée et l'entropie massique s en abscisse et qui est appelé **diagramme entropique** ;
- le diagramme (P, h) dans lequel la pression P est portée en ordonnée et l'enthalpie massique h en abscisse et qui est appelé **diagramme des frigoristes**.

3.1 Principe d'un diagramme thermodynamique

L'état d'un fluide, qu'il soit monophasé (liquide seul ou vapeur seule) ou diphasé (mélange liquide-vapeur), est toujours déterminé par la valeur de *deux* paramètres ou fonctions d'état intensifs. On peut donc représenter l'ensemble des états du fluide sur un diagramme plan avec deux grandeurs thermodynamiques intensives, l'une en abscisse et l'autre en ordonnée.

a) Différents réseaux de courbes

Le diagramme comporte différents réseaux de courbes : réseau de **courbes isothermes**, de **courbes isobares**, de **courbes isochores**, de **courbes isentropes** ou de **courbes isenthalpes**. Lorsqu'on a reconnu un réseau de courbes sur le diagramme, il est aisé de connaître en n'importe quel point du plan la valeur du paramètre (ou de la fonction) d'état qui lui correspond : température T , pression P , volume massique v , entropie massique s ou enthalpie massique h . Certains logiciels comme Coolpack (logiciel téléchargeable gratuitement) donnent une

visualisation à l'écran du diagramme et la possibilité de lire (en général au bas de l'écran) la valeur de tous les paramètres et fonctions d'état du fluide pour l'état du fluide pointé avec la souris.

Remarque

Pour chaque fluide les diagrammes sont calculés à partir de mesures expérimentales en s'appuyant sur des modèles thermodynamiques éprouvés. Les valeurs données par un logiciel ont une précision de l'ordre de 0,1%.

b) Zone d'équilibre entre le liquide et le gaz et courbe isotitre

Sur chaque diagramme une courbe délimite la zone L+G du diagramme dans laquelle le fluide est diphasé (voir figure 1.6). Cette courbe est en deux parties :

- la **courbe d'ébullition** qui sépare cette zone de la zone L où le fluide est liquide,
- la **courbe de rosée** qui la sépare de la zone G où le fluide est à l'état de vapeur (ou gaz).

Ces deux courbes se rejoignent au **point critique C**.

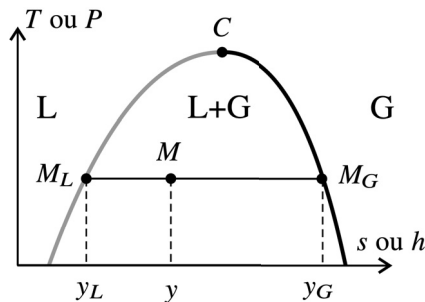


Figure 1.6 – Zone d'équilibre entre le liquide et le gaz : en gris la courbe d'ébullition, en noir la courbe de rosée.

Remarque

Dans les deux diagrammes, la courbe d'ébullition est limitée inférieurement par le point triple.

Sur un diagramme (T, s) ou (P, h) , tout segment de droite horizontale joignant un point M_L de la courbe d'ébullition et un point M_G de la courbe de rosée est à la fois un morceau d'une isotherme $T = T_0$ et d'une isobare $P = P_0$, la température T_0 et la pression P_0 étant telles que :

$$P_0 = P_{\text{sat}}(T_0),$$

où $P_{\text{sat}}(T_0)$ est la pression de vapeur saturante à la température T_0 , ou, ce qui est équivalent :

$$T_0 = T_{\text{eb}}(P_0),$$

où $T_{\text{eb}}(P_0)$ est la température d'ébullition à la pression P_0 .

Tout point M du segment $[M_L, M_G]$ représente un mélange liquide vapeur à la température T_0 et la pression P_0 . Chaque point M correspond à un mélange de **titre massique en gaz** x différent. On va relier la valeur de x à la position de M sur le segment.

On note $y = s$ ou h , la grandeur massique portée en abscisse du diagramme (diagramme (T, s) ou (P, h)) et $Y = S$ ou H la fonction thermodynamique correspondante. L'abscisse de M_L (resp. M_G) est la valeur y_L (resp. y_G) de y pour le liquide (resp. le gaz) à la température T_0 et à la pression P_0 . Un échantillon de masse m dans l'état représenté par le point M contient une masse $(1-x)m$ de liquide et une masse xm de gaz. La fonction d'état Y étant extensive et additive, on a pour cet échantillon :

$$Y = m(1-x)y_L + mxy_G \quad \text{d'où} \quad y = \frac{Y}{m} = (1-x)y_L + xy_G.$$

On en déduit :

$$x = \frac{y - y_L}{y_G - y_L} \quad \text{soit} \quad x = \frac{M_L M}{M_L M_G}. \quad (1.7)$$

Remarque

Pour $M = M_L$, $x = 0$ donc le mélange est entièrement liquide, c'est le **liquide saturant**.

Pour $M = M_G$, $x = 1$ le mélange est entièrement gazeux, c'est la **vapeur saturante**.

Cette formule s'applique aussi au diagramme de Clapeyron, diagramme (P, v) car le volume est aussi une grandeur additive et extensive.

Le diagramme peut comporter des courbes **isotitres** sur lesquelles x a une valeur constante. Ces courbes n'existent bien sûr que dans la zone L+G. Leur utilisation dispense alors d'appliquer la formule précédente.

✓ La largeur du palier $M_L M_G$ est $y_G - y_L = \Delta_{\text{vap}} y(T_0)$, c'est-à-dire :

- l'enthalpie massique de vaporisation $\Delta_{\text{vap}} h$ dans le diagramme (P, h) ,
- l'entropie massique de vaporisation $\Delta_{\text{vap}} s(T_0)$ dans le diagramme (T, s) .

Ces deux grandeurs sont liées par la relation établie dans le cours de première année :

$$\Delta_{\text{vap}} h(T_0) = T_0 \Delta_{\text{vap}} s(T_0).$$

3.2 Le diagramme entropique (T, s)

Le diagramme entropique de l'eau est représenté sur la figure 1.7, page 43. Le point critique de l'eau a pour coordonnées sur le diagramme $(T_C, s_C) = (374, 142 \text{ °C}, 4,43 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1})$; de plus $P_C = 220,89 \text{ bar}$ et $v_C = 3,155 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. La courbe d'ébullition est en gris et la courbe de rosée en noir.

On observe les différents réseaux de courbes :

Les **isothermes** sont des droites horizontales : on lit la température sur l'axe des ordonnées.

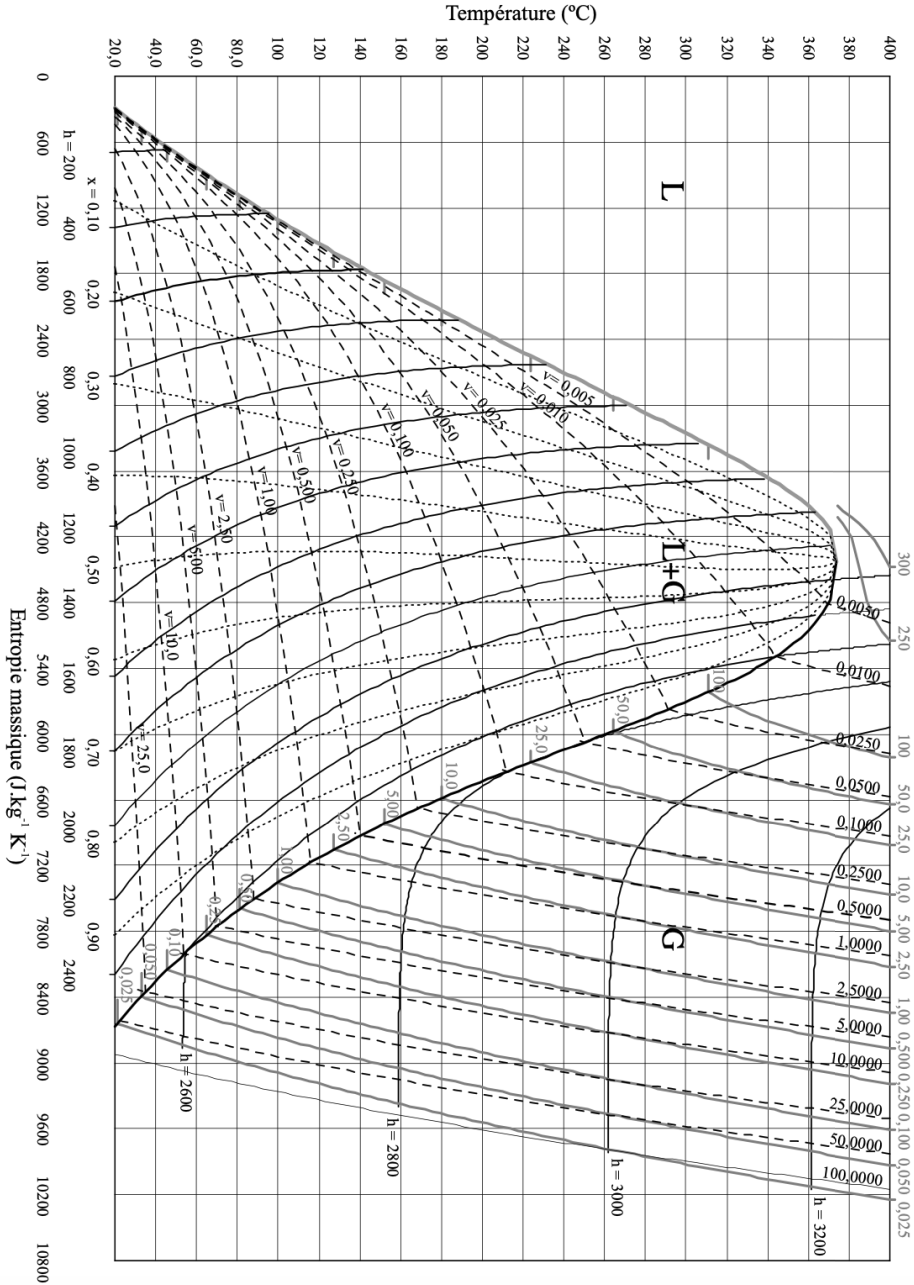


Figure 1.7 – Diagramme (T, s) de l'eau. Les pressions sont en bar, les enthalpies massiques en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et les volumes massique en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Les **isentropes** sont des droites verticales : on lit l'entropie massique sur l'axe des abscisses (graduations les plus basses).

Les **isobares** sont des courbes croissantes dans la zone G du gaz et des segments de droite horizontaux dans la zone L+G qui ne sont pas tracés complètement pour éviter de surcharger la figure. Elles sont représentées en gris sur la figure 1.7. La valeur en bar de la pression est indiquée en haut de la figure (chiffres en gris), ainsi qu'au départ du palier horizontal sur la courbe d'ébullition. On remarque l'isobare $P = 1$ bar qui présente un palier horizontal à la température, bien connue, $T_{eb}(1 \text{ bar}) = 100^\circ\text{C}$.

Les **isochores** sont des courbes croissantes avec une rupture de pente lorsqu'elles coupent la courbe de rosée. Elles sont représentées en tireté noir et portent un label avec la valeur du volume massique en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Dans la zone G, on observe aux points d'intersection des isochores avec les isobares que la pente de l'isochore est plus forte que celle de l'isobare, ce qui est un fait général.

Remarque

Dans le modèle d'un gaz parfait de masse molaire M et de rapport des capacités thermiques γ , on peut écrire l'équation des isochores et des isobares. On connaît en effet l'expression de l'entropie massique de ce gaz en fonction des variables (T, v) :

$$s = \frac{R}{M(\gamma - 1)} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{R}{M} \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) + s_0,$$

où T_0 , v_0 et s_0 sont des constantes. Ainsi l'isochore v a pour équation :

$$T = T_0 \left(\frac{v}{v_0}\right)^{1-\gamma} \exp\left(\frac{(\gamma - 1)M}{R}(s - s_0)\right).$$

C'est la courbe d'une fonction exponentielle de la forme : $T = A(v) \exp(Bs)$ où $A(v)$ est une fonction de v seulement et B une constante. De même, en fonction des variables (T, P) :

$$s = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + s_0,$$

où T_0 , P_0 et s_0 sont des constantes, de sorte que l'isobare P a pour équation :

$$T = T_0 \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \exp\left(\frac{(\gamma - 1)M}{\gamma R}(s - s_0)\right),$$

expression de la forme $T = A'(P) \exp(B's)$, où $A'(P)$ est une fonction de P et B' une constante.

Au point de coordonnées (T, s) sur le diagramme :

$$\left(\frac{dT}{ds}\right)_{\text{isochore}} = BT = \frac{(\gamma - 1)M}{R}T \quad \text{et} \quad \left(\frac{dT}{ds}\right)_{\text{isobare}} = B'T = \frac{(\gamma - 1)M}{\gamma R}T.$$

La pente de l'isochore est plus grande que celle de l'isobare puisque $\gamma > 1$, ce qui correspond bien à ce qu'on observe sur le diagramme de l'eau.

Les **isenthalpes** sont des courbes décroissantes présentant une rupture de pente lorsqu'elles coupent la courbe de rosée. Elles sont représentées en trait continu noir et la valeur de l'enthalpie massique en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ est indiquée suivant le cas en bas ou à droite de la figure.

Remarque

Les isenthalpes sont quasiment des droites horizontales dans la zone G, lorsque la pression devient faible (et l'entropie grande). Ceci s'explique par une propriété vue dans le cours de première année : à basse pression tous les gaz ont un comportement de gaz parfait. Or, pour un gaz parfait l'enthalpie massique h est fonction uniquement de la température T (c'est la seconde loi de Joule) donc les isenthalpes $h = \text{constante}$ sont des droites horizontales $T = \text{constante}$ dans le cas d'un gaz parfait.

Les **isotitres** sont représentées en pointillés noir dans la zone L+G. La valeur du titre x en vapeur (il s'agit d'un titre massique ou d'un titre molaire, les deux étant égaux) est lisible pour chaque courbe au bas du diagramme.

Remarque

On remarque qu'aucune courbe n'est tracée dans la zone du diagramme correspondant au liquide (zone L). Pour comprendre pourquoi il en est ainsi, on peut se référer au modèle du liquide indilatable. Dans ce modèle l'entropie est une fonction uniquement de la température (voir le cours de première année) :

$$s \simeq c \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + s_0,$$

où c est la capacité thermique massique du liquide, T_0 et s_0 des constantes. Dans ce cas $T = T_0 \exp \left(\frac{s - s_0}{c} \right)$ indépendamment de la pression, de l'enthalpie, du volume massique... Ainsi toutes les courbes du diagramme (T, s) sont confondues pour un liquide incompressible et indilatable.

Pour un liquide réel les courbes sont tellement serrées contre la courbe d'ébullition qu'elles ne seraient pas lisibles.

Les observations faites sur le diagramme de l'eau sont tout à fait générales. La figure 1.8 rappelle l'allure des différentes courbes qu'il faut savoir reconnaître sur n'importe quel diagramme.

3.3 Le diagramme des frigoristes (P, h)

Le diagramme des frigoristes pour l'eau est représenté sur la figure 1.9, page 47. La courbe d'ébullition est en gris et la courbe de rosée en noir.

On observe les différents réseaux de courbes :

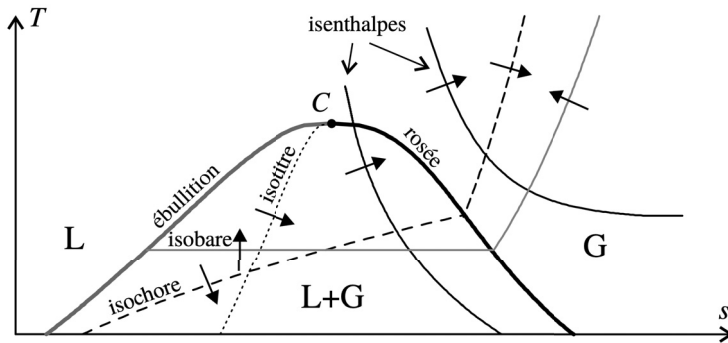


Figure 1.8 – Courbes du diagramme (T, s) . Les flèches indiquent la direction dans laquelle la grandeur constante sur la courbe augmente.

Les **isobares** sont des droites horizontales : on lit la pression sur l'axe des ordonnées. On remarquera que cet axe est gradué, selon l'usage, en échelle logarithmique, ce qui permet d'avoir une large plage de valeurs de pression. Pour cette raison, le diagramme est parfois appelé diagramme $(\ln P, h)$.

Les **isenthalpes** sont des droites verticales : on lit l'enthalpie massique sur l'axe des abscisses (graduations les plus basses).

Les **isothermes** sont des courbes décroissantes dans la zone L et dans la zone G et des segments de droite horizontaux dans la zone L+G. Elles sont représentées en gris sur la figure 1.9 (la partie rectiligne des isothermes n'est pas tracée pour éviter de surcharger la figure). La valeur en degrés Celsius de la température est indiquée à chaque extrémité du palier horizontal (chiffres en gris), ainsi qu'en bas à droite de la figure pour certaines isothermes. On constate que l'isotherme $T = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ présente un palier horizontal à la pression $P = 1\text{ bar}$.

Remarque

On remarque sur la figure 1.9 que les isothermes sont quasiment des droites verticales :

- dans la zone G, aux faibles pressions,
- dans la zone L pour des pressions faibles ou moyennes.

Ces constatations s'interprètent en faisant référence aux modèles du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable. Pour un gaz parfait, l'enthalpie est fonction uniquement de la température (seconde loi de Joule). Il en est de même pour le liquide incompressible et indilatable. Alors une courbe isotherme est aussi une courbe isenthalpe, c'est-à-dire une droite verticale. On constate ainsi sur le diagramme que :

- la vapeur d'eau se comporte approximativement comme un gaz parfait aux faibles pressions,
- l'eau liquide se comporte approximativement comme un liquide incompressible et indilatable aux pressions faibles et moyennes.

Les **isochores** sont des courbes croissantes avec une rupture de pente lorsqu'elles coupent la