

Yannick Sieffert

Le béton armé selon l'Eurocode 2

Cours et exercices corrigés

2^e édition

DUNOD

Illustration de couverture : © Carterdayne – istock.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2010, 2013, 2014

5 rue Laromiguière, 75005 Paris

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-071453-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

À Yves Lemarque « Perpétuer l'exigence de l'intuition ou créer l'impossible. »

À Sylvaine, Capucine et Amélie,

À mes ami(e)s...

TABLE DES MATIÈRES

PARTIE 1

GÉNÉRALITÉS

Chapitre 1. Introduction	2
1.1 Présentation de cet ouvrage	2
1.2 Présentation des Eurocodes	2
1.3 Cadre général des hypothèses de calcul	4
1.4 La précision des calculs	4
1.5 Convention de signes dans cet ouvrage	5
1.6 Les unités	6
Chapitre 2. Les combinaisons d'action, (EN 1990)	7
2.1 Généralités	7
2.2 Durée d'utilisation de projet, (EN 1990,2.3)	7
2.3 Actions permanentes et actions variables	8
2.4 ELU	8
2.5 ELS	10
2.6 Valeurs des coefficients de réduction ψ	11

PARTIE 2

COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX

Chapitre 3. Le béton, (section 3)	14
3.1 Généralités et durabilité	14
3.2 Le comportement mécanique du béton suivant l'EC2	17
3.3 Tableau récapitulatif, <i>Tableau 3.1</i>	23
3.4 Les diagrammes contraintes-déformations à l'ELU, (3.1.5 et 3.1.7)	24
3.5 Comparatif des différents diagrammes	28
3.6 Coefficient de Remplissage et position du centre de gravité...	29
Chapitre 4. L'acier, (section 3)	32
4.1 Introduction	32
4.2 Relations contraintes-déformations	32

PARTIE 3

DURABILITÉ, DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES ET ANALYSES STRUCTURALES

Chapitre 5. Durabilité et enrobage des armatures	36
5.1 Introduction, (4.1)	36
5.2 Conditions d'environnement (4.2)	36
5.3 Méthode de vérification de l'enrobage (4.4)	36
Chapitre 6. Dispositions constructives et analyses structurales	44
6.1 Espacement des armatures (verticales et horizontales), (8.2)	44
6.2 Ancrage des armatures longitudinales, (8.4)	44
6.3 Longueur de recouvrement, (8.7.2) et (8.7.3)	55
6.4 Disposition des armatures transversales	56
6.5 Les paquets de barres, (8.9)	58
6.6 Analyse structurale, (Section 5)	59

PARTIE 4

FLEXION SIMPLE D'UNE POUTRE RECTANGULAIRE AUX ELU ET AUX ELS

Chapitre 7. Flexion simple aux ELU	64
7.1 Préambule	64
7.2 Les pivots	65
7.3 Dimensionnement des poutres aux ELU dans le cas où les aciers sont plastifiés	70
7.4 Flexion d'une poutre nécessitant des armatures comprimées	77
7.5 Sections minimales et maximales d'armatures longitudinales, (9.2.1)	82
Exercices	83
Chapitre 8. Flexion simple aux ELS, (section 7)	84
8.1 Limitation des contraintes, (section 7.2)	84
8.2 Le fluage non linéaire ou linéaire	85
8.3 Coefficient d'équivalence α_e	87
8.4 Coefficients de fluage linéaire φ_{ef} : Annexe B	88
8.5 Coefficients de fluage non linéaire $\varphi_{k(\infty, t_0)}$, (3.1.4(4))	90
8.6 Vérification d'une section ; la section est-elle fissurée ?	90
8.7 Maîtrise de la fissuration, (7.3)	95
8.8 Section minimale d'armature	103
8.9 Vérification des flèches par le calcul	104
Exercices	105
Corrigés	108

Table des matières

PARTIE 5

FLEXION SIMPLE D'UNE POUTRE EN T AUX ELU ET AUX ELS

Chapitre 9. Introduction : vocabulaire et notation	138
Chapitre 10. Flexion simple aux ELU d'une poutre en T	140
10.1 Généralités	140
10.2 Dimensionnement d'une poutre en T aux ELU	141
Exercices	150
Chapitre 11. Flexion simple aux ELS d'une poutre en T	151
11.1 Généralités	151
11.2 Section en T non fissurée	152
11.3 Section fissurée	156
11.4 Dimensionnement à l'ELS	160
Exercices	162
Corrigés	165

PARTIE 6

FLEXION SIMPLE D'UNE POUTRE CONTINUE

Chapitre 12. Poutre continue	186
12.1 Préambule	186
12.2 Rappel sur les équations de la méthode des 3 moments	187
12.3 Cas de charges et combinaisons, (5.1.3)	188
12.4 Longueur de portées à prendre en compte	189
12.5 Méthode de calcul avec une analyse élastique-linéaire, (5.4)	189
12.6 Méthode simplificatrice provenant du BAEL	193
12.7 Analyse plastique d'une poutre continue, (5.6)	194
12.8 Tracé de l'épure d'arrêt des barres (9.2.1.3)	197
Exercice	200
Corrigés	202

PARTIE 7

EFFORT TRANCHANT

Chapitre 13. Effort tranchant, (6.2)	228
13.1 Introduction générale sur l'effort tranchant	228
13.2 Procédure générale de vérification, (6.2.1)	230
13.3 Éléments sans armature d'effort tranchant, (6.2.2)	230
13.4 Éléments avec armatures d'effort tranchant, (6.2.3)	231
Exercice	243
Corrigés	244

PARTIE 8

LES POTEAUX ET LES SEMELLES DE FONDATIONS

Chapitre 14. Dimensionnement des poteaux au premier ordre	256
14.1 Définition d'un poteau	256
14.2 Effet du second ordre	256
14.3 Conditions pour négliger les effets du second ordre	257
14.4 Dimensionnement des armatures longitudinales	263
14.5 Section minimale et maximale, (9.5.2)	264
14.6 Dimensionnement des armatures transversales, (9.5.3)	265
Exercice	267
Corrigés	269
Chapitre 15. Les semelles de fondations	279
15.1 Présentation	279
15.2 Ancrage des armatures longitudinales dans les semelles	283
15.3 Méthode des moments écrêtés	293
15.4 Dispositions constructives	295
Exercice	299
Corrigés	300
Annexe	309
Glossaire	310
Bibliographie	318
Index	319

1.1 PRÉSENTATION DE CET OUVRAGE

Cet ouvrage a pour but de présenter l'Eurocode 2 et ses applications de manière la plus pédagogique possible. C'est un cours/exercices appliqué sur le calcul de structures en béton armé.

L'Eurocode 2 définit le cadre général pour le dimensionnement ou la vérification des structures en béton. Il ne peut être utilisé sans une culture de la mécanique classique du solide (équilibre des forces, des moments, etc.) et de la physique des matériaux (fluage, fissuration, écrouissage, etc.). Dans cet ouvrage, les bases de la mécanique sont clairement explicitées afin d'assurer un socle de connaissances pour comprendre et utiliser l'Eurocode 2. Chaque partie est composée d'un chapitre sur les règles normatives de l'EC2 (avec les références aux articles) et présente la démarche générale pour effectuer un dimensionnement ou une vérification d'un élément de structure. Puis, un exemple complet est traité afin de mettre en lumière la méthodologie nécessaire, sans occulter les difficultés qu'il est toujours possible de rencontrer. Ces exemples complets permettent de réaliser intégralement un calcul de structure en béton armé. Les applications numériques de ces exemples sont particulièrement détaillées, ce qui permettra aux lecteurs de se les approprier.

Cet ouvrage est particulièrement adapté aux étudiants, enseignants, professionnels du calcul des structures, cherchant à se familiariser ou à approfondir leurs connaissances de l'EC2. Il se focalise sur le dimensionnement des éléments courants réalisables « à la main » (poutre en flexion simple, poutre en T, poutre continue, effort tranchant, poteau) et n'aborde donc pas les calculs plus complexes et itératifs (comme les effets du second ordre).

1.2 PRÉSENTATION DES EUROCODES

Les Eurocodes sont un ensemble d'une soixantaine de normes européennes, d'application volontaire, destinées à harmoniser les méthodes de calcul utilisables pour vérifier la stabilité et le dimensionnement des différents éléments constituant des bâtiments ou des ouvrages de génie civil, quels que soient les types d'ouvrages ou de matériaux.

Les 9 Eurocodes structuraux sont :

- EN 1990 Eurocode 0 : Bases de calcul des structures,
- EN 1991 Eurocode 1 : Actions sur les structures,

- EN 1992 Eurocode 2 : Calcul des structures en béton,
- EN 1993 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier,
- EN 1994 Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton,
- EN 1995 Eurocode 5 : Calcul des structures en bois,
- EN 1996 Eurocode 6 : Calcul des ouvrages en maçonnerie,
- EN 1997 Eurocode 7 : Calcul géotechnique,
- EN 1998 Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes,
- EN 1999 Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium.

Ces normes européennes sont transposables en normes nationales dans 28 pays (Allemagne, Autriche, Belgique, Chypre, Danemark, Espagne, Estonie, Finlande, France, Grèce, Hongrie, Irlande, Islande, Italie, Lettonie, Lituanie, Luxembourg, Malte, Norvège, Pays-Bas, Pologne, Portugal, République Tchèque, Royaume-Uni, Slovaquie, Slovénie, Suède et Suisse).

La période de transition, entre les anciennes normes des pays membres et la transposition des Eurocodes en normes nationales, est maintenant achevée (depuis mars 2010). En ce qui concerne les constructions en béton armé, les normes françaises comme le BAEL (Béton Armé aux États Limites) et le BPEL (Béton Précontraint aux États Limites) seront abandonnées au profit de l'Eurocode 2 et de ses applications nationales françaises. Bien que l'Eurocode 2 ne modifie pas les principes fondamentaux du BAEL, il fait cependant appel à quelques méthodes nouvelles de calcul. C'est donc une petite révolution qu'est en train de vivre la profession.

1.2.1 L'Eurocode 2

En France, l'Eurocode 2 a été transposé en normes nationales en 2005. L'annexe nationale française, qui permet principalement de modifier la valeur de certains coefficients, a été transposée en norme nationale en 2007. Pour une meilleure interprétation de l'Eurocode 2, la Commission Française a décidé d'introduire « les recommandations professionnelles d'application ». Celles-ci ont pour but de donner des explications et des interprétations qui n'ont pu être fournies dans l'annexe nationale.

C'est sur la base de ces 3 documents que cet ouvrage a été réalisé :

- **la transposition de l'Eurocode 2 en normes nationales NF EN**
NF EN 1992-1-1 : 2005 « Eurocode 2 : calcul des structures en béton – Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments », indice de classement : *AFNOR P18-711-1*.

- **l'annexe nationale française NF EN / NA**

NF EN 1992-1-1/NA : 2007 « Eurocode 2 : calcul des structures en béton – Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments » – Annexe Nationale à la NF EN 1992-1-1 : 2005, indice de classement : *AFNOR P 18-711-1/NA*

- **les recommandations professionnelles**

Recommandations professionnelles pour l'application de la norme NF EN 1992-1-1 (AFNOR P 18-711-1) et son annexe nationale (AFNOR P 18-711-1/NA) relatives au calcul des structures en béton *FFB* – mars 2007 – version V17-3, 32p.

1.2.2 Références à l'EC2 dans cet ouvrage

Pour permettre au lecteur de se référer aux textes officiels de l'EC2 édités par l'AFNOR, les renvois aux articles de l'EC2 sont toujours donnés en italique et entre parathèses ; exemple (3.1.5).

1.3 CADRE GÉNÉRAL DES HYPOTHÈSES DE CALCUL

Les hypothèses utilisées dans cet ouvrage et dans l'EC2 sont celles classiques de la mécanique du solide, à savoir :

- au cours de la déformation, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions (principe de Navier-Bernouilli),
- par adhérence les allongements relatifs de l'acier et du béton au contact sont les mêmes (pas de glissement à l'interface béton-armatures),
- l'aire des aciers n'est pas déduite de celle du béton,
- en élasticité (calculs aux ELS) l'allongement est proportionnel à la contrainte : $\sigma = E \cdot \epsilon$ (loi de Hooke).

1.4 LA PRÉCISION DES CALCULS

La précision classique du génie civil est de l'ordre du centimètre pour des questions évidentes de réalisation sur le chantier. Le plus souvent, la dimension des éléments de béton est définie au demi-décimètre ; une poutre aura donc comme dimension de section $25 \times 60 \text{ cm}^2$ ou $30 \times 65 \text{ cm}^2$ mais certainement pas $27 \times 63 \text{ cm}^2$.

Pour autant, la précision de calcul doit être beaucoup plus importante et nécessite une attention particulière. En effet, lors d'un dimensionnement d'une structure en béton armé, la réglementation de l'EC2 nous permet de déterminer la section géométrique des pièces en béton et le ferrailage de ces pièces. L'obtention de la quantité d'acier nécessaire découle d'une suite de calcul dont chaque résultat est « injecté »

1.5. Convention de signes dans cet ouvrage

dans l'étape de calcul suivante. Il est donc évident que l'ensemble des calculs doit être réalisé avec une précision suffisante, de l'ordre du troisième ou quatrième chiffre significatif afin de ne pas cumuler les imprécisions de calcul de chaque calcul intermédiaire et ainsi de se prémunir d'un résultat final très peu fiable.

C'est pourquoi il est fondamental, lorsque les calculs sont fait à la main, de ne pas utiliser des valeurs arrondies dans les calculs intermédiaires. Bien évidemment, cette difficulté n'existe plus lors de l'utilisation de logiciel automatisant les calculs (comme un tableur) où la précision de chaque calcul comporte plus de 10 chiffres significatifs. C'est ce que nous utiliserons pour toutes les applications numériques dans cet ouvrage.

Remarque

Réaliser les calculs avec une précision de 3 à 4 chiffres significatifs permet de nous prémunir d'un cumul d'erreurs mais ne signifie nullement que cette précision est exigée lors de la réalisation. La précision du chantier reste de l'ordre du demi-décimètre.

1.5 CONVENTION DE SIGNES DANS CET OUVRAGE

La convention de signes utilisée dans cet ouvrage est celle classiquement utilisée en béton armé. Elle est intimement liée aux comportements mécaniques du béton :

- les contraintes de compression sont prises positives (vers la droite),
- les déformations liées à la compression (raccourcissement) sont prises positives (vers la droite).

À titre d'illustration la figure 1.1 représente en 3D les déformations et les contraintes dans une poutre rectangulaire en flexion pure à l'ELU¹.

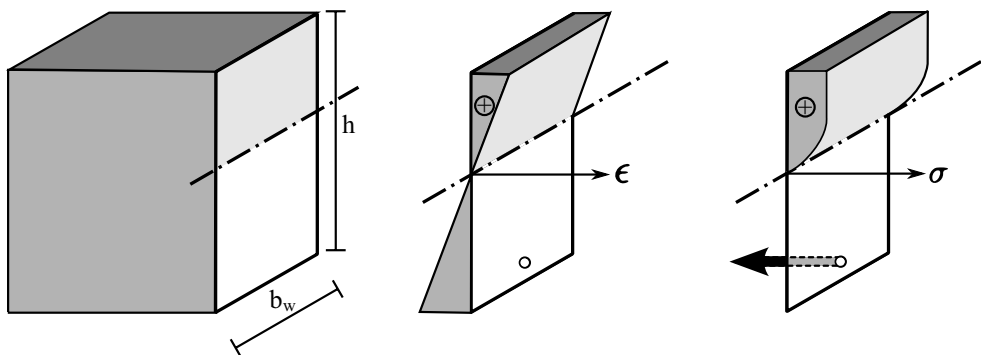


Figure 1.1 – Convention de signes – vue 3D.

La figure 1.2 représente exactement les mêmes contraintes et déformations mais dans une vue, plus classique, en plan.

1. Cas d'un diagramme parabole-rectangle

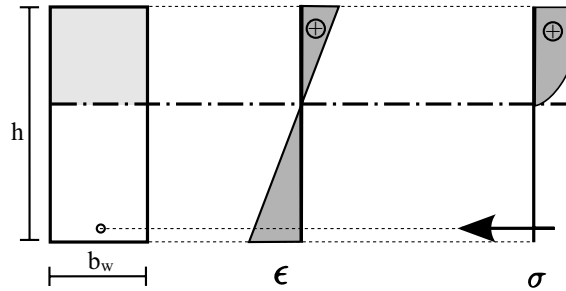


Figure 1.2 – Convention de signes – vue en plan.

1.6 LES UNITÉS

Le choix des unités est primordial pour la bonne réalisation des calculs. Afin de ne pas faire d'erreur dans les applications numériques, nous conseillons vivement de toujours utiliser les unités internationales pour mener les calculs. C'est ce que nous avons fait systématiquement dans cet ouvrage :

- force : Newton (N)
- contrainte : Pascal (Pa)
- moment : N.m
- longueur : mètre (m)

LES COMBINAISONS D'ACTION, (EN 1990)

2

OBJECTIFS

Ce chapitre a pour objectif de rappeler les différentes combinaisons d'action nécessaire pour calculer les sollicitations d'un projet suivant les Eurocodes. Nous aborderons les combinaisons :

- aux États Limites Ultimes (ELU),
- aux États Limites de Services (ELS).

2.1 GÉNÉRALITÉS

Les combinaisons d'action sont données par la NF EN 1990 mars 2003 dont l'indice de classement est P 06-100-1. L'EN 1990 définit des principes et des exigences en matière de sécurité, d'aptitude au service et de durabilité des structures. Pour différencier les références de l'EN 1990 avec celles de l'EC2, nous précisons ici avant le numéro de l'article la référence EN 1990.

2.2 DURÉE D'UTILISATION DE PROJET, (EN 1990,2.3)

La durée d'utilisation de projet doit être normalement spécifiée. Le tableau 2.1 propose à titre indicatif des catégories (EN 1990, tableau 2).

Tableau 2.1 – Durée indicative d'utilisation de projet.

Catégorie de durée d'utilisation	Durée indicative d'utilisation de projet (année)	Exemples
1	10	Structures provisoires ^a
2	10 à 25	Éléments structuraux remplaçables, par exemple poutres de roulement, appareil d'appui
3	15 à 30	Structures agricoles et similaires
4	50	Structures de bâtiments et autres structures courantes
5	100	Structures monumentales de bâtiments, ponts, et autres ouvrages de génie civil

^a Les structures ou parties de structures qui peuvent être démontées dans un but de réutilisation ne doivent normalement pas être considérées comme provisoires.

2.3 ACTIONS PERMANENTES ET ACTIONS VARIABLES

Les actions permanentes peuvent conduire à des sollicitations dans le même sens ou dans le sens inverse des sollicitations dues aux actions variables. Il faut donc les différencier, c'est le sens de $G_{kj,sup}$ et de $G_{kj,inf}$. Classiquement sur des travées isostatiques, les actions permanentes sont toutes du même sens et dans la même direction que l'action variable ; seule $G_{kj,sup}$ existe dans ce cas.

- $Q_{k,1}$ = valeur caractéristique de l'action variable « dominant » ; (successivement chaque action variable),
- $G_{kj,sup}$ = valeur caractéristique de l'action permanente défavorable (effet de même sens que celui de l'action variable dominante),
- $G_{kj,inf}$ = valeur caractéristique de l'action permanente favorable (effet de sens contraire à celui de l'action variable dominante),
- $Q_{k,i}$ = valeur caractéristique des actions variables « d'accompagnement » ($i > 1$).

2.4 ELU

2.4.1 Combinaisons d'actions en situation durable ou transitoire (combinaisons fondamentales), (EN 1990, 6.4.3.2)

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj,sup} \cdot G_{kj,sup} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj,inf} \cdot G_{kj,inf} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (2.1)$$

$G_{kj,sup}$ et $G_{kj,inf}$ sont des actions permanentes d'origines différentes.

Les valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{Q,i}$ sont résumées dans le tableau 2.2 et proviennent de EN 1999, Annexe A1 (A1.3).

Tableau 2.2- Les valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{Q,i}$.

	Actions permanentes (γ_{Gj})	Actions variables ($\gamma_{Q,i}$)	
		Dominante avec sa valeur caractéristique	Accompagnement avec leur valeur de combinaison
Effet favorable	$\gamma_{Gj,inf} = 1,00$	0	0
Effet défavorable	$\gamma_{Gj,sup} = 1,35$	1,5	1,5