

Resumão matemática: ensino médio

Antonio Carlos Garcia

Componente curricular: Matemática

1º EDIÇÃO-S. Paulo, 2023
Edição atualizada maio/2023

Revisão: Taís Maira Buzo de Andrade

Edição do autor
Batatais-S. P.
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Garcia, Antonio Carlos.

G216 Resumão matemática ensino médio / Antonio Carlos Garcia;
revisado por Taís Andrade. – Batatais, SP: [s.n.], 2023.

479 p. ; 21 cm.

ISBN 978-85-471-0793-2

1. Ensino Médio - Matemática. I. Andrade, Taís. II. Título.

0623-11

CDD 510.07

**Ficha catalográfica elaborada por
Débora Soares Vicente de Santana – Bibliotecária CRB-9/1914**

Índice para catálogo sistemático:

1 Matemática 510.07

9788547107932

Ao leitor

Com muito carinho e orgulho, apresentamos aqui a primeira versão deste trabalho que conta com experiência de trinta anos de sala de aula. Espero que seja de grande valia aos estudantes do ensino técnico da área de administração e contabilidade, bem como aos colegas professores.

Sobre o autor:

Antônio Carlos Garcia, casado e pai de dois filhos, licenciado em Matemática (Licenciatura Plena) pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP.

Atividades Profissionais Docentes

Professor efetivo de matemática desde 1983 na rede Estadual de ensino de São Paulo. Atualmente, leciona na EE "Dr. Washington Luis", em Batatais, SP. Professor da ETEC "Antônio de Pádua Cardoso" do Centro Paula Souza, na mesma cidade.

Foi Professor de Física e Desenho Geométrico na Escola "Ateneu Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP, em 1977.

Participou de dois mandatos na Diretoria da Apeoesp - Sindicato dos professores do Estado de São Paulo, de 1989 a 1990 e 1999 a 2001.

Outras Atividades:

Foi eleito vereador, exercendo o mandato de 2000 a 2004 em Batatais, SP. Nesta experiência política, muito contribuiu para educação e área social do meu município.

Com muito carinho e orgulho, apresentamos aqui a primeira versão

deste trabalho que conta com experiência de quarenta e dois anos de sala de aula. Espero que seja de grande valia aos estudantes do Ensino Médio, bem como aos colegas professores.

Sobre o autor:

Antônio Carlos Garcia, casado e pai de dois filhos, licenciado em Matemática (Licenciatura Plena) pela

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP. Atividades Profissionais Docentes

Professor efetivo de matemática desde 1983 na rede Estadual de ensino de S. Paulo. Atualmente, leciona na

EE "Dr. Washington Luis", em Batatais, SP. Professor da ETEC "Antônio de Pádua Cardoso" do Centro Paula Souza, na mesma cidade.

Foi Professor de Física e Desenho Geométrico na Escola "Ateneu Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP, em 1977.

Participou de dois mandatos na Diretoria da Apeoesp - Sindicato dos professores do Estado de S. Paulo, de 1989 a 1990 e 1999 a 2001.

Outras Atividades: Foi eleito vereador, exercendo o mandato de 2000 a 2004 em Batatais, SP. Nesta experiência política, muito contribuiu para educação do meu município.

SUMÁRIO

	PÁGINAS
Teoria dos Conjuntos.....	07
Noções de Lógica.....	20
Funções reais.....	28
Progressão Aritmética (P.A.)	145
Trigonometria no triângulo retângulo	180
Seno.....	180
Gráfico da função seno.....	205
Gráfico da função Cosseno.....	208
Equações trigonométricas.....	240
Inequações trigonométricas.....	241
Arcos duplos.....	286
Teorema do seno.....	247
Teorema dos Cossenos.....	248
Área do triângulo usando seno.....	251
Progressão Geométrica (P.G)	262
Teoria das matrizes.....	276
Análise Combinatória.....	325
PROBABILIDADE.....	348
Estatística.....	371
Polinômios	413
Geometria Plana.....	419
Números complexos.....	363
GeometriaEspacial.....	442

TEORIA DOS CONJUNTOS

INTRODUÇÃO À TEORIA DOS CONJUNTOS

I - Conceitos Primitivos

Conjuntos

Elementos

Pertinência entre elemento e conjuntos.

Conjunto, elemento e pertinência são conceitos primitivos e aceitos, portanto, sem definição.

Em matemática, diferentemente da linguagem usual, o conceito é bem mais amplo, pois podemos ter conjuntos com um só elemento, com infinitos elementos e até sem elemento algum.

A ideia de elemento é de um objeto que constitui o conjunto ou que entra na formação dele. II-Indicação (notação):

Em geral:

Os elementos são representados por letras latinas minúsculas. Ex.: a, b, c, d, etc. Os conjuntos são representados por letras latinas maiúsculas. Ex.: A, B, C, D, etc.

∈

A relação de pertinência é indicada pelo símbolo (é versão da letra grega épsilon).

A negação, ou seja, para dizer que um elemento não é de um

conjunto, indicamos a



A que selê: “a não pertence ao conjunto A”.

III - Conjunto Universo

Definição: Chamamos de conjunto Universo o conjunto ao qual pertencem todos o elementos (q) com os quais estamos trabalhando.

Exemplo 1) Geometria plana: O conjunto universo é o conjunto de pontos de um plano.

Exemplo 2: Determinar a decomposição de um número em seus fatores primos: O conjunto universo é o conjunto dos naturais ou inteiros.

IV- Conjunto Unitário, Conjunto Vazio e Conjuntos iguais

a) Conjunto Unitário - Chama-se Conjunto Unitário o conjunto que possui um único elemento ($n(A)=1$). Exemplo: O conjunto das retas que passam por um ponto P e são paralelas uma reta r num plano. Conjunto Vazio - Chama-se Conjunto Vazio o conjunto que não possui elemento algum ($n(A) = 0$). Exemplo: Em uma superfície plana o conjunto de retas paralelas a 2 retas perpendiculares entre si.

Conjuntos iguais - Um conjunto A é igual a um conjunto B se, e somente se, todos elementos de A pertencem a B e todos elementos B pertencem ao conjunto A.

Exemplo: $A = \{r, o, m, a\}$ e $B = \{a, m, o, r\} \implies A = B$.

Obs.: representa-se conjunto vazio por $\{ \quad \}$ ou por $\emptyset$.

Introduzidas pelo grupo Bourbaki (mais especificamente pelo matemático André Weil), em 1939, e são inspiradas na letra Ø do alfabeto dano-norueguês (e não possuem, de maneira alguma, relação com a letra grega Φ). O símbolo $\{\emptyset\}$ não representa conjunto vazio.

V - Subconjuntos

Definição - Um conjunto A é Subconjunto de B, ou A está contido em B, ou B contém A se, e somente se, todos os elementos de A

pertencem a B, e indicaremos por :

$A \subset B$ (lê - se : A “está contido” em B)

$B \supset A$ (lê - se : B “contém” A). O $\subset$ é uma relação de inclusão.

Exemplo: Conjunto dos divisores de 12 e conjunto dos divisores de 24.

$$D(12) = \{1,2,3,4,6,12\} \text{ e } D(24) = \{1,2,3,4,6, 8,12,24\}$$

$$D(12) \subset D(24)$$

A negação de $A \subset B$ é $A \not\subset B$ (não está contido em B).

Observe os símbolos abaixo e, logo em seguida, seus significados:

$$1 - \subset$$

$$2 - \not\subset$$

$$3 - \supset$$

$$4 - \not\supset$$

O símbolo 1 é chamado de sinal de inclusão. A relação de inclusão, como dito anteriormente, só existe entre conjuntos. Entre um elemento e um conjunto, a relação usada deve ser a de pertinência. O símbolo 2 é o sinal de inclusão cortado. Ele é usado quando um conjunto não está contido em outro.

O símbolo 3 é o sinal de inclusão invertido. O conjunto à sua direita contém o conjunto à sua esquerda.

O símbolo 4 é sinal de inclusão invertido e cortado. O conjunto à sua direita não contém o conjunto à sua esquerda. Todo conjunto

tem dois subconjuntos triviais: o próprio conjunto e o conjunto vazio.

Obs.: O número possível de subconjuntos a partir de um conjunto dado. Ex.: $n(A) = 2 \Rightarrow n^{\circ} \text{ subconjuntos} = 2^2 = 4$
 para $n(A) = 3 \Rightarrow n^{\circ} \text{ subconjuntos} = 2^3 = 8$ para $n(A) = 4 \Rightarrow n^{\circ} \text{ subconjuntos} = 2^4 = 16$

Exemplo: Quantos e quais são os subconjuntos de $A = \{1, 2, 3\}$ $n(A) = 3 \Rightarrow n^{\circ} \text{ subconjuntos} = 2^3 = 8$ subconjuntos
 $\{A; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1, 2\}; \{1, 3\}; \{2, 3\}; \}$

EXERCÍCIOS

Quantos e quais subconjuntos podemos formar a partir de $A = \{1, 2, 3, 4\}$ (conjuntos das partes de A)? De quantas maneiras diferentes pode-se dar gorjetas utilizando moedas de R\$ 0,25, R\$ 0,50 e R\$ 1,00?

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Leonardo Pisano ou Leonardo de Pisa (1170-1250) - também conhecido como Fibonacci após a sua morte

- foi um matemático italiano, dito como o primeiro grande matemático europeu depois da decadência helênica. É considerado por alguns como o mais talentoso matemático da Idade Média. Ficou conhecido pela descoberta da sequência de Fibonacci e pelo seu papel na introdução dos algarismos árabes na Europa.

Biografia:

O apelido de família de seu pai foi "Bonacci" (homem de boa natureza) e ele mesmo, Fibonacci, que é o diminutivo de *fillius Bonacci*, que provavelmente seria *filho de Bonacci*. O seu pai dirigia um sítio no norte da África e o jovem Leonardo muitas vezes viajou com ele; lá, dos árabes, ele conheceu o sistema de numeração hindu.

Fibonacci convenceu-se da superioridade dos algarismos árabes em comparação aos algarismos romanos, que eram utilizados pelos europeus à época. Para compreender esta superioridade basta tentar efetuar a divisão de 4068 por 12, ou a multiplicação destes mesmos números com a numeração romana.

Viajou através dos países mediterrâneos para estudar junto a

conhecidos matemáticos árabes de seu tempo. Em 1202, com 32 anos de idade, publicou *Liber Abaci*, Livro do Ábaco, que chegou a nós graças a sua segunda edição de 1228. Este livro contém uma grande quantidade de assuntos relacionados com a Aritmética e Álgebra da época e realizou um papel importante no desenvolvimento matemático na Europa nos séculos seguintes, pois foi por este livro que os europeus vieram a conhecer os algarismos hindus, também denominados arábicos. A teoria contida no livro *Liber Abacci* é ilustrada com muitos problemas que representam uma grande parte do livro.

Esclareceu o sistema de posição árabe dos números, inclusive o número zero. Este livro mostrou a oportunidade prática do novo sistema numeral, aplicando-o em contabilidade comercial, conversão de pesos e medidas, cálculo de percentagens e câmbio. O livro foi aceito com entusiasmo pela Europa educada e teve profundo efeito no pensamento europeu. Este elegante sistema de sinais numéricos, em breve, trocou o não mais oportuno sistema de algarismos romanos.

Observe os símbolos abaixo e, logo em seguida, seus significados:

1 – $\subset$

2 – $\not\subset$

3 – $\supset$

4 – $\not\supset$

O símbolo 1 é chamado de sinal de inclusão. A relação de inclusão, como dito anteriormente, só existe entre conjuntos. Entre um elemento e um conjunto, a relação usada deve ser a de pertinência. O símbolo 2 é o sinal de inclusão cortado. Ele é usado quando um conjunto não está contido em outro.

O símbolo 3 é o sinal de inclusão invertido. O conjunto à sua direita contém o conjunto à sua esquerda.

O símbolo 4 é sinal de inclusão invertido e cortado. O conjunto à sua direita não contém o conjunto à sua esquerda. Todo conjunto tem dois subconjuntos triviais: o próprio conjunto e o conjunto vazio.

Obs.: O número possível de subconjuntos a partir de um conjunto dado. Ex.: $n(A) = 2 \Rightarrow n.\text{º subconjuntos} = 2^2 = 4$
 para $n(A) = 3 \Rightarrow n.\text{º subconjuntos} = 2^3 = 8$ para $n(A) = 4 \Rightarrow n.\text{º subconjuntos} = 2^4 = 16$

Exemplo: Quantos e quais são os subconjuntos de $A = \{1, 2, 3\}$ $n(A) = 3 \Rightarrow n.\text{º subconjuntos} = 2^3 = 8$ subconjuntos
 $\{A; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1, 2\}; \{1, 3\}; \{2, 3\}; \}$

EXERCÍCIOS

Quantos e quais subconjuntos podemos formar a partir de $A = \{1, 2, 3, 4\}$ (conjuntos das partes de A)? De quantas maneiras diferentes pode-se dar gorjetas utilizando moedas de R\$ 0,25, R\$ 0,50 e R\$ 1,00?

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Leonardo Pisano ou Leonardo de Pisa (1170-1250) - também conhecido como Fibonacci após a sua morte
 - foi um matemático italiano, dito como o primeiro grande matemático europeu depois da decadência helénica. É considerado por alguns como o mais talentoso matemático da Idade Média. Ficou conhecido pela descoberta da sequência de Fibonacci e pelo seu papel na introdução dos algarismos árabes na Europa.

Biografia:

O apelido de família de seu pai foi "Bonacci" (homem de boa natureza) e ele mesmo, Fibonacci, que é o diminutivo de *fillius Bonacci*, que provavelmente seria *filho de Bonacci*. O seu pai dirigia um estor no norte da África e o jovem Leonardo muitas vezes viajou com ele; lá, dos árabes, ele conheceu o sistema de numeração hindu.

Fibonacci convenceu-se da superioridade dos algarismos árabes em comparação aos algarismos romanos, que eram utilizados pelos europeus à época. Para compreender esta superioridade basta tentar efetuar a divisão de 4068 por 12, ou a multiplicação destes mesmos números com a numeração romana.

Viajou através dos países mediterrâneos para estudar junto a conhecidos matemáticos árabes de seu tempo. Em 1202, com 32

anos de idade, publicou *Liber Abaci*, Livro do Ábaco, que chegou a nós graças a sua segunda edição em 1228. Este livro contém uma grande quantidade de assuntos relacionados com a Aritmética e Álgebra da época e realizou um papel importante no desenvolvimento matemático na Europa nos séculos seguintes, pois foi por este livro que os europeus vieram a conhecer os algarismos hindus, também denominados arábicos. A teoria contida no livro *Liber Abacci* é ilustrada com muitos problemas que representam uma grande parte do livro.

Esclareceu o sistema de posição árabe dos números, inclusive o número zero. Este livro mostrou a oportunidade prática do novo sistema numeral, aplicando-o em contabilidade comercial, conversão de despesas e medidas, cálculo de percentagens e câmbio. O livro foi aceito com entusiasmo pela Europa educada e teve profundo efeito no pensamento europeu. Este elegante sistema de sinais numéricos, em breve, trocou o não mais oportuno sistema de algarismos romanos.

Sequência Fibonacci:

A sequência de Fibonacci consiste em uma sequência de números, tais que, definindo os dois primeiros números da sequência como sendo 0 e 1, os números seguintes são obtidos através da soma dos seus dois antecessores. Portanto, os números são: 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,...

Dessa sequência se extrai o número transcendental conhecido como número de ouro. Recentemente, a sequência de Fibonacci tornou-se um tema célebre da cultura popular ao ser citada no livro e filme O Código Da Vinci.

http://www.professorgarcia.org/matematicos_efg.htm#Fibonacci_Leonardo

http://pt.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Pisano_Fibonacci

HISTÓRICO SOBRE CONJUNTOS NUMÉRICOS:

O conjunto dos números reais foi sendo construído gradativamente.

Com números naturais, podemos efetuar adições e multiplicações

sem maiores cuidados, porém na subtração e divisão devemos examinar se existem os resultados. Por exemplo: $5-7$ não está em $\mathbb{N}$.

Com a invenção dos números negativos, ficou possível "tirar o maior do menor", e $5-7 = -2$. O novo conjunto chama-se Conjunto dos Números Inteiros $= \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Em $\mathbb{Z}$, podemos fazer subtrações sem maiores cuidados. No entanto, $3:5$

Com a invenção das frações, que ocorreu antes da invenção dos números negativos para resolver problemas de medidas, ficou possível toda divisão, exceto divisão por zero. Primeiro mandamento da Matemática: "Não dividirás por zero".

Conjunto dos números fracionários mais os inteiros, chamados

Conjunto dos Números Racionais (que vem da palavra razão, que em matemática significa divisão), é: $Q = \{1/2, -3/4, 5/7, 3, \dots\}$.

São Racionais: a)

$$\text{Exemplo: } 3 = \frac{3}{1} \text{ e } -5 = \frac{-5}{1}$$

Todo

número natural e todo número inteiro.

b) Decimal exato. Exemplo $2,35 = \frac{235}{100}$

c) Dízima periódica: $0,3333\dots = 1/3$; $0,121212\dots = 12/99$; $0,123123\dots = 123/999$

Porém, há números que não são dízimas periódicas. Chamaremos dízimas não periódicas. Veja estes exemplos: a)

$0,10100100010000100000100\dots$

b) $= 1,41421356\dots$

c) $\pi = 3,1415926535\dots$

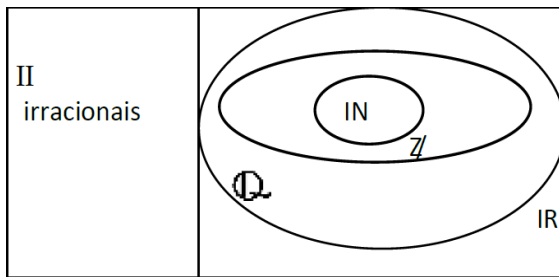
São números que não possuem geratrizes. Não podem ser escritos na forma fracionária, razão entre números inteiros. O Conjunto II das dízimas não periódicas chama-se Conjunto dos Números Irracionais, ou seja números que não são razões.

Chamamos Conjunto dos Números Reais ao conjunto de todos estes números, racionais mais os irracionais, que ficam em correspondência biunívoca com os pontos da reta (Axioma).

$\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q}$ II

Em $\mathbb{R}$, ficam possíveis operações como $\sqrt{2}$, que não está em $\mathbb{Q}$. Contudo, não se pode ainda calcular $\sqrt{-1}$, que não está em $\mathbb{R}$. Número deste tipo pertence ao conjunto dos números complexos que é estudado na 3ª série do 2º grau.

$\mathbb{N} / \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset$



1) Notação e Representação de alguns conjuntos

Númericos $\mathbb{N}$ = Conjuntos dos números naturais : {

0,1,2,3,4,5,6,7,8, Conjunto dos números inteiros: { ...-3,-2,

-1,0,1,2,3,...}.

$\mathbb{Q}$ = Conjunto dos números racionais: {...-3, ... -8/3,... -5/2,..., -2 ..., -3/2..., -1..., -1/2..., 0,1,2,...}

$\mathbb{I}$ = Conjunto dos números Irracionais = { x/x não pode ser escrito na forma p/q e q $\neq$ 0}.

$\mathbb{R}$ = Conjunto dos números reais (compreende os Irracionais unidos a $\mathbb{Q}$).

Subconjuntos dos Conjuntos Numéricos

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{ 0 \} \Rightarrow \mathbb{N}^* = \{ 1,2,3,4,5,6,7,... \} \Rightarrow$ conjuntos dos números naturais não nulos.

$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{ 0 \} \Rightarrow \mathbb{Z}^* = \{ ...-3, -2, -1,1,2,3,... \} \Rightarrow$ Conjuntos dos números naturais não nulos.

$\mathbb{Z}/+ = \{0, +1, +2, +3, \dots\} \Rightarrow$ Conjuntos dos números inteiros não negativos. $\mathbb{Z}/- = \{\dots -3, -2, -1, 0\} \Rightarrow$ conjuntos dos números não está em $\mathbb{N}$.

os inteiros não inteiros $\mathbb{Z}^*+ = \{+1, +2, +3, \dots\} \Rightarrow$ conjuntos dos números inteiros positivos.

$\mathbb{Z}^*_- = \{\dots -3, -2, -1, \} \Rightarrow$ conjuntos dos números inteiros negativos. De forma análoga, são subconjuntos de $\mathbb{R}$: $\mathbb{R}^*$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}^-$, $\mathbb{R}^{*+}$, $\mathbb{R}^{*-}$.

$\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^*$, $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{Z}^*$ - EXERCÍCIOS

1- Classifique como Racional ($\mathbb{Q}$) ou Irracional($\mathbb{I}$) os números abaixo:

- a) $\sqrt{7}$ b) $\frac{3}{4}$ c) 0,777.... d) π
 e) 0,7222... f) 0,101001000100001.... g) $\frac{20}{5}$
 h) 2,131415.....
 i) $\sqrt[3]{9}$

2- Os números que seguem são racionais; escreva-os na forma p/q , com p e q inteiros e $q \neq 0$.

- a) 7 b) -7 c) 0
 0 d) 0,7 e) 0,53
 0,53 f) -2,468

3- Os números que seguem, apesar de apresentarem uma infinidade de casas decimais, são racionais; eles são chamados dízimas periódicas. Escreva-os na forma p/q , com p e q inteiros e $q \neq 0$.

- a) 0,555.... b) 0,131313....
 c) 4,333... d) 0,277...

Exercícios

Que operações são sempre possíveis no conjunto $\mathbb{N}$? Quais

operações não são sempre possíveis em $\mathbb{IN}$?

Mesmo em $\mathbb{Z}$, que operações não são possíveis?

Historicamente, que conjunto apareceu primeiro para resolver problemas de medidas, foi o conjunto $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Q}$?

Em matemática, o que significa a palavra razão?

Cite uma propriedade do conjunto dos números Racionais.

Como você representaria em um desenho (diagrama) utilizando

$\mathbb{IN} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

círculos e retângulos as relações Que números ou conjuntos

numéricos fazem parte do

Conjunto dos números Racionais?

Faça alguma observação importante sobre conjuntos Numéricos.

Elabore três questões (teste, exercícios ou problemas) envolvendo conjuntos Numéricos.

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

I- INTERSECÇÃO COM CONJUNTOS

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \text{ intersecção } B = \{2, 4\}$$

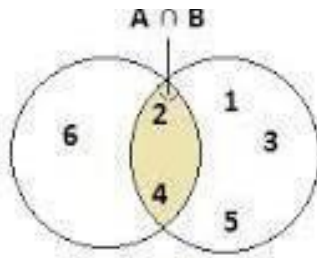
OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

I- INTERSECÇÃO COM CONJUNTOS

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \text{ intersecção } B = \{2, 4\}$$



Definição: Dados dois conjuntos A e B, de um mesmo universo U, chama-se conjunto intersecção o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e B.

OUTROS EXEMPLOS: Dados os conjuntos $A = \{0, 2\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$,

$$A \cap B = \{0, 2\} \quad A \cup B = B$$

$$2) \quad A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \text{vazio} \quad A \cup B = A \cup B$$

Conjuntos disjuntos: dois conjuntos são disjuntos se, e somente se, $A \cap B = \text{vazio}$

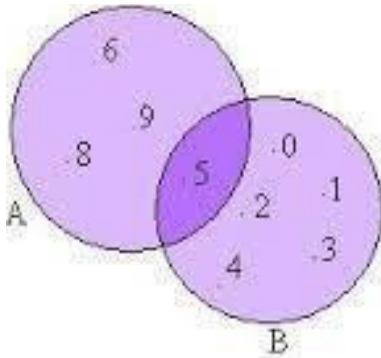
$$A \cap B = \text{vazio}$$

II - Reunião de dois conjuntos:

Definição: Dados A e B, de um mesmo universo U, chama-se conjunto reunião de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou B

$$A = \{5, 6, 8, 9\} \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$$



Outros exemplos:

$$1) A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{0, 2\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$2) A = \{1, 2, 3\} \text{ e } B = \{3, 4, 5\} \implies A - B = \{1, 2\}$$

$$2) A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

2) CONJUNTOS DISJUNTOS

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{Obs.: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\text{III-DIFERENÇA DE DOIS CONJUNTOS} A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4, 5\} \quad A - B = \{1, 2\}$$

Definição: Dados A e B, de um mesmo universo U, chama-se diferença de conjuntos A e B, e indica-se $A \setminus B$ o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

IV - CONJUNTOS COMPLEMENTARES

Definição: Dados A e B, de um mesmo universo U, chama-se conjunto complementar de A em relação a B, e indica-se $C_A B$ o conjunto formado pela diferença B-A

$A = \{0, 2\}$ e $B = \{0, 2, 4\}$

Noção de Lógica: quantificadores; implicações e equivalência –

PROPOSIÇÃO

Denomina-se proposição a toda frase declarativa, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um juízo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: verdadeiro ou falso.

São exemplos de proposições as seguintes sentenças declarativas:

A capital do Brasil é Brasília.

$2^3 > 10$

Existe um número ímpar menor que dois.

João foi ao cinema ou ao teatro.

Não são proposições:

1) frases interrogativas: “Qual é o seu nome?”

2) frases exclamativas: “Que linda é essa mulher!”

3) frases imperativas: “Estude mais.”

4) frases optativas: “Deus te acompanhe.”

5) frases sem verbo: “O caderno de Maria.”

6) sentenças abertas (o valor lógico da sentença depende do valor (do nome) atribuído a variável):

“x é maior que 2”; “x+y = 10”; “Z é a capital do Chile”.

2. CONECTIVOS LÓGICOS

Conectivos (linguagem idiomática)	Conectivos (símbolos)	Estrutura lógica	Exemplo
e	$\wedge$	Conjunção : $A \wedge B$	João é ator e alagoano
ou	$\vee$	Disjunção: $A \vee B$	Irei ao cinema ou à praia.
Ou..ou, mas não ambos	$\vee$ —	Disjunção exclusiva : $A \vee B$	Ou Tiago é médico ou dentista, mas não ambos.
Se...então	$\rightarrow$	Condicional: $A \rightarrow B$	Se chove, então faz frio
Se e somente se	$\leftrightarrow$	Bicondicional: $A \leftrightarrow B$	Vivo se e somente se sou feliz.

- Conjunção : “ $A \wedge B$ ”

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção : “ $A \vee B$ ”

A	B	A ou B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA: “ou A ou B, mas não ambos”

A	B	A <u>ou</u> B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONDICIONAL: “Se A, então B”

A	B	A $\rightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

VISÃO GERAL DOS CONECTIVOS

A	B	A e B	A ou B	A <u>ou</u> B	A $\rightarrow$ B	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

No quadro abaixo, apresentamos uma tabela muito interessante a respeito dos conectivos, mostrando as condições em que o valor lógico é **verdade** e em que é **falso**.

Estrutura lógica	É verdade quando	É falso quando
A e B	A e B são, ambos, verdade	pelo menos um dos dois for falso
A ou B	pelo menos um dos dois for verdade	A e B, ambos, são falsos
A ou B	A e B tiverem valores lógicos diferentes	A e B tiverem valores lógicos iguais
A → B	nos demais casos	A é verdade e B é falso
A ↔ B	A e B tiverem valores lógicos iguais	A e B tiverem valores lógicos diferentes

Estrutura lógica	É verdade quando	É falso quando
A e B	A e B são, ambos, verdade	pelo menos um dos dois for falso
A ou B	pelo menos um dos dois for verdade	A e B, ambos, são falsos
A ou B	A e B tiverem valores lógicos diferentes	A e B tiverem valores lógicos iguais
A → B	nos demais casos	A é verdade e B é falso
A ↔ B	A e B tiverem valores lógicos iguais	A e B tiverem valores lógicos diferentes

ORDEM DE PRECEDÊNCIA DOS CONECTIVOS

1º) ~ (Negação)

2º) ∧ (Conjunção)

3º) ∨ (Disjunção)

4º) → (Condicional)

5º) ↔ (Bicondicional)

SENTENÇAS ABERTAS E QUANTIFICADORES

1. Sentenças Abertas

No capítulo um, comentamos sobre as **sentenças abertas**, que são sentenças do tipo:

- $x + 3 = 10$
- $x > 5$
- $(x+1)^2 - 5 = x^2$
- $x - y = 20$
- Em 2004 foram registradas 800+z acidentes de trânsito em São Paulo.
- Ele é o juiz do TRT da 5ª Região.

Tais sentenças não são consideradas proposições porque seu valor lógico (**V** ou **F**) depende do valor atribuído à variável ($x, y, z, \dots$). O pronome **ele** que aparece na última sentença acima, funciona como uma variável, a qual se pode atribuir nomes de pessoas.

Há, entretanto, duas maneiras de transformar sentenças abertas em proposições:

- 1ª) atribuir valor às variáveis;
- 2ª) utilizar quantificadores.

Ao atribuir a x o valor **5** na sentença aberta $x + 3 = 10$, esta transforma-se na proposição $5 + 3 = 10$, cujo valor lógico é **F**.

Ao atribuir a x o valor **2** na sentença aberta $(x+1)^2 - 5 = x^2$, esta transforma-se na proposição $(2+1)^2 - 5 = 2^2$, que resulta em $4 = 4$, tendo, portanto, valor lógico **V**.

A seguir, veremos a transformação de uma sentença aberta numa proposição por meio de quantificadores.

2. Quantificadores

Consideremos as afirmações

- a) Todo sangue é vermelho.
- b) Cada um dos alunos participará da execução.
- c) Algum animal é selvagem.
- d) Pelo menos um professor não é rico.
- e) Existe uma pessoa que é poliglota.
- f) Nenhum crime é perfeito.

Expressões como “todo”, “cada um”, “algum”, “pelo menos um”, “existe”, “nenhum” são quantificadores.

Há fundamentalmente dois tipos de quantificadores: Universal e Existencial.

2.1- O QUANTIFICADOR UNIVERSAL

O quantificador Universal é indicado pelo símbolo $\forall$ que se lê: para todo, para cada um, qualquer que seja.

$$1) (\forall x)(x \in \mathbb{N})(x + 3 = 10)$$

O símbolo $\forall$ é o quantificador universal, x é a variável, $\mathbb{N}$ é o conjunto dos números naturais e $x + 3 = 10$ é a sentença aberta. (É freqüente em questões de concurso a sentença aberta ser chamada de **predicado** ou **propriedade**.)

A proposição $(\forall x)(x \in \mathbb{N} \mid x+3=10)$ se lê da seguinte forma: “Para todo elemento x do conjunto dos números naturais, temos que $x + 3 = 10$ ”.

Qual o valor lógico dessa proposição? É claro que é **Falso**, pois se fizermos, por exemplo, o x igual ao número natural 1, teremos $1 + 3 = 10$ (resultado falso!).

2) $(\forall x)(x \in \mathbb{Z})(x^2 \geq x)$

O símbolo $\forall$ é o quantificador universal, x é a variável, $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros e $x^2 \geq x$ é a sentença aberta.

A proposição $(\forall x)(x \in \mathbb{Z})(x^2 \geq x)$ se lê da seguinte maneira: "Para todo elemento x do conjunto dos números inteiros, temos que $x^2 \geq x$ ".

Qual o valor lógico dessa proposição? Os números inteiros são $\{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Se substituirmos qualquer um desses números na sentença $x^2 \geq x$, o resultado será sempre verdadeiro. Portanto, o valor lógico da proposição é **Verdade**.

Se mudássemos do conjunto dos inteiros ($\mathbb{Z}$) para o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$), a proposição $(\forall x)(x \in \mathbb{Q})(x^2 \geq x)$ tornar-se-ia **Falsa**. Pois, se substituirmos x por $1/2$, teremos $(1/2)^2 \geq 1/2$, que resulta em $1/4 \geq 1/2$ (resultado falso).

Podemos simplificar a notação simbólica das proposições, conforme mostrado abaixo:

- $(\forall x)(x \in \mathbb{N})(x + 3 = 10)$ pode ser escrita como $(\forall x \in \mathbb{N})(x + 3 = 10)$;
- $(\forall x)(x \in \mathbb{Z})(x^2 \geq x)$ pode ser escrita como $(\forall x \in \mathbb{Z})(x^2 \geq x)$.

Qual o valor lógico dessa proposição? Ao resolver a equação $x^2 = 4$, encontramos como raízes os valores 2 e -2, sendo apenas o primeiro um número natural. Como existe uma raiz que é um número natural, então a proposição tem valor lógico **Verdade**.

2) $(\exists y)(y \in \mathbb{R})(y + 1 = y + 2)$

O símbolo $\exists$ é o quantificador existencial, y é a variável, $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais e $y + 1 = y + 2$ é a sentença aberta.

A proposição $(\exists y)(y \in \mathbb{R})(y + 1 = y + 2)$ se lê da seguinte maneira: "Existe pelo menos um y pertencente ao conjunto dos números reais tal que $y + 1 = y + 2$ ".

Podemos simplificar a sentença $y + 1 = y + 2$, cortando o y de cada lado da igualdade, resultando em $1 = 2$. Não há y que dê jeito de fazer 1 igual a 2, portanto a proposição é **Falsa**.

Há outro quantificador que deriva do quantificador existencial, ele é chamado de **quantificador existencial de unicidade**, simbolizado por $\exists!$ que se lê: **existe um único, existe um e um só**. Exemplos:

Faremos a negação do quantificador universal $\forall$ do seguinte modo: primeiro substituiremos o $\forall$ (para todo) pelo $\exists$ (existe um) e depois negaremos a sentença aberta. Simbolicamente, podemos escrever:

- $(\exists x)(x \in \mathbb{Z})(x^3 = 5x^2)$ pode ser escrita como $(\exists x \in \mathbb{N})(x^3 = 5x^2)$;
- $(\exists x)(x \in \mathbb{N})(x + 5 = 7)$ pode ser escrita como $(\exists x \in \mathbb{N})(x + 5 = 7)$.

- **A negação de $(\forall x)(P(x))$ é a sentença $(\exists x)(\neg P(x))$.**

Onde $P(x)$ representa a sentença aberta.

- 1) proposição: $(\exists x)(x \in \mathbb{R})(x^2 \geq x)$
 negação: $(\forall x)(x \in \mathbb{R})(x^2 < x)$

- 2) proposição: $(\exists x)(x \in \mathbb{Q})(1/x \text{ é um número natural})$
 negação: $(\forall x)(x \in \mathbb{Q})(1/x \text{ não é um número natural})$

- 3) proposição: $(\exists x)(x \in \mathbb{N})(x \text{ não é negativo})$
 negação: $(\forall x)(x \in \mathbb{N})(x \text{ é negativo})$

Exercícios

01. Sendo p a proposição Paulo é paulista e q a proposição Ronaldo é carioca, traduzir para a linguagem corrente as seguintes proposições:

- $\sim q$
- $p \wedge q$
- $p \vee q$
- $p \underline{\vee} q$
- $p \vee (\sim q)$

02. Sendo p a proposição Roberto fala inglês e q a proposição Ricardo fala italiano traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições:

- Roberto fala inglês e Ricardo fala italiano.
- Ou Roberto não fala inglês ou Ricardo fala italiano.
- Se Ricardo fala italiano então Roberto fala inglês.
- Roberto não fala inglês e Ricardo não fala italiano.

03. (UFB) Se p é uma proposição verdadeira, então:

- $p \wedge q$ é verdadeira, qualquer que seja q ;
- $p \vee q$ é verdadeira, qualquer que seja q ;
- $p \wedge q$ é verdadeira só se q for falsa;

- d) $p \Rightarrow q$ é falsa, qualquer que seja q
 e) nenhuma das respostas anteriores.

04. (MACK) Duas grandezas x e y são tais que "se $x = 3$ então $y = 7$ ". Pode-se concluir que:

- a) se $x = 3$ então $y = 7$
 b) se $y = 7$ então $x = 3$
 c) se $y = 7$ então $x = 3$
 d) se $x = 5$ então $y = 5$
 e) se $x = 7$ então $y = 3$

05. (ABC) Assinale a proposição composta logicamente verdadeira:

- a) $(2 = 3) \Rightarrow (2 \cdot 3 = 5)$
 b) $(2 = 2) \Rightarrow (2 \cdot 3 = 5)$
 c) $(2 = 3)$ e $(2 \cdot 3 = 5)$
 d) $(2 = 3)$ ou $(2 \cdot 3 = 5)$
 e) $(2 = 3)$ e $(\sim (2 = 2))$

06. (UGF) A negação de $x > -2$ é:

- a) $x > 2$
 b) $x \neq -2$
 c) $x < -2$
 d) $x < 2$
 e) $x \neq 2$

07. (ABC) A negação de todos os gatos são pardos é:

- a) nenhum gato é pardo;
 b) existe gato pardo;
 c) existe gato não pardo;
 d) existe um e um só gato pardo;
 e) nenhum gato não é pardo.

08. (ABC) Se A negação de o gato mia e o rato chia é:

- a) o gato não mia e o rato não chia;
 b) o gato mia ou o rato chia;
 c) o gato não mia ou o rato não chia;
 d) o gato e o rato não chamam nem miam;
 e) o gato chia e o rato mia.

09. Duas grandezas A e B são tais que "se $A = 2$ então $B = 5$ ". Pode-se concluir que:

- a) se $A \neq 2$ então $B = 5$
 b) se $A = 5$ então $B = 2$
 c) se $B \neq 5$ então $A \neq 2$

- d) se $A = 2$ então $B = 2$
 e) se $A = 5$ então $B = 2$

10. (VUNESP) Um jantar reúne 13 pessoas de uma mesma família. Das afirmações a seguir, referentes às pessoas reunidas, a única necessariamente verdadeira é:

- a) pelo menos uma delas tem altura superior a 1,90m;
 b) pelo menos duas delas são do sexo feminino;
 c) pelo menos duas delas fazem aniversário no mesmo mês;
 d) pelo menos uma delas nasceu num dia par;
 e) pelo menos uma delas nasceu em janeiro ou fevereiro.

Resolução:

- 01.** a) Paulo não é paulista.
 b) Paulo é paulista e Ronaldo é carioca.
 c) Paulo é paulista ou Ronaldo é carioca.
 d) Se Paulo é paulista então Ronaldo é carioca.
 e) Se Paulo é paulista então Ronaldo não é carioca.

- 02.** a) $p \wedge q$
 b) $(\sim p) \vee p$
 c) $q \supset p$
 d) $(\sim p) \wedge (\sim q)$

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 03. B | 04. C | 05. A | 06. C |
| 07. C | 08. C | 09. C | 10. C |

Funções Reais

1- Função Inversa

Dada a função bijetora f de A em B , definida pela sentença $y = f(x)$; para obtermos a sentença que define f^{-1} , podemos proceder assim:

1) Na sentença $y = f(x)$, trocamos x por y e y por x , obtendo $x = f(y)$.

2) Expressamos y em função de x , transformando a expressão $x = f(y)$ em $y = f(x)$. Exemplos:

1) qual a função inversa de função bijetora $f(x) = 2x - 1$ de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$: Aplicando a regra prática, temos:

1) permutamos as variáveis: $x = 2y - 1$

2) isolando y :

$$2y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{2}$$

$$y = \frac{x+1}{2}$$

Portanto, $y = \frac{x+1}{2}$ é a função inversa de $f(x) = 2x - 1$

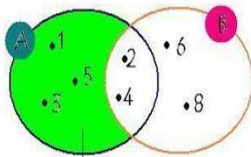
4.1- GRÁFICO DA FUNÇÃO INVERSA

Vamos construir no mesmo sistema cartesiano o gráfico de uma função f e sua inversa. Seja, então, $f(x) = x - 3$ e $f^{-1}(x) = x + 3$

$$f(x) = x - 3$$

$$f^{-1}(x) = x + 3$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$



$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

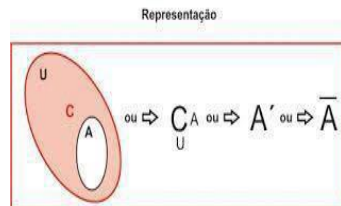
Conjunto complementar de A em relação ao universo U

OUTROS EXEMPLOS:

1
)
A

$$2) A = \{1, 2, 3\}$$

$$A - B =$$



$$C \setminus A = \{4\}$$

Obs.: se o conjunto $U = B$, de um mesmo universo U , não há necessidade de indicar $C \setminus A$, mas somente C ou ainda A' (complementar de A).

1-Determinar utilizando Intersecção de conjuntos:

a) o M.D.C. de 8 e 12

b) o M.M.C. de 8 e 12

2-Sendo $U = \{1,2,3,\dots,9\}$, $A = \{1,3,5\}$; $B = \{2,3,5,7\}$; $C = \{2,4,6,5,7\}$; $D = \{1,3,9\}$; $E = \{3,5,7\}$, determinar:

a) $A \cup B$

b) $(B \cup C) \setminus A$

c) $(D \cup C) \setminus U$

d) $A \cap B$

e) $(C \cap D) \setminus B$

f) $B \setminus E$

g) $C \cap B$

h) $(A \cup D) \cap C$

i) $B \cap E$

3) CONJUNTOS DISJUNTOS

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{4,5,6,7,8\}$$

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$

Obs.: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

III-DIFERENÇA DE DOIS CONJUNTOS $A - B = \{1,2,3\}$

$$B = \{3,4,5\} \quad A - B = \{1,2\}$$

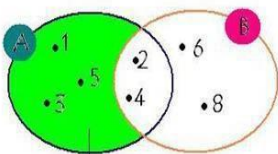
Definição: Dados A e B , de um mesmo universo U , chama-se

diferença de conjuntos A e B, e indica-se $A - B$ o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

IV - CONJUNTOS COMPLEMENTARES

Definição: Dados A e B, de um mesmo universo U, chama-se conjunto complementar de A em relação a B, e indica-se $C_B A$ o conjunto $A = \{0,2\}$ e $B = \{0,2,4\}$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$



$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

Conjunto complementar de A em relação ao universo U

OUTROS EXEMPLOS:

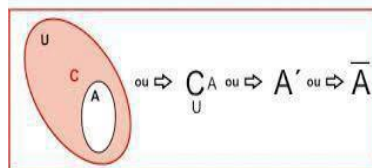
1)

A

$$2) A = \{1, 2, 3\}$$

$$A - B =$$

Representação



o formado

$$C_B A = \{4\}$$

Obs.: se o conjunto $U = B$, de um mesmo universo U, não há necessidade de indicar C_U^A , mas somente C

A ou ainda A' (complementar de A).

1-Determinar utilizando Intersecção de conjuntos:

c) o M.D.C. de 8 e 12

d) o M.M.C. de 8 e 12

2-Sendo $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$; $B = \{2, 3, 5, 7\}$; $C = \{2, 4, 6, 5, 7\}$;

$D = \{1, 3, 9\}$; $E = \{3, 5, 7\}$, determinar:

- | | | |
|---------------|------------------------|------------------------|
| a) $A \cup B$ | b) $(B \cup C) \cup A$ | c) $(D \cup C) \cup D$ |
| d) $A \cap B$ | e) $(C \cap D) \cup B$ | f) $B \cup E$ |
| g) $C \cap B$ | h) $(A \cup D) \cap C$ | i) $B \cap E$ |

a) o diagrama da esquerda representa a intersecção de dois conjuntos e o da direita representa a união dos conjuntos A e B.

b) os dois diagramas representam a união de conjuntos.

c) Nenhum dos dois representam operações com conjuntos.

o diagrama da esquerda

d) representa a união de dois conjuntos e o da direita representa a intersecção dos conjuntos A e B.

e) os dois diagramas representam a intersecção de conjuntos.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1. Se A é o conjunto dos múltiplos de 3 compreendidos entre 1 e 10; B é o conjunto dos inteiros ímpares, compreendidos entre 2 e 10, e C é o conjunto dos inteiros, obtenha os conjuntos:

AUBAUC

2. Dados os conjuntos $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x < 7\}$ e

$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } -4 < x < 2\}$, determine $A \cup B$ e $A \cap B$.

3. Transforme em frações irredutíveis os seguintes números decimais: a) 2,5

b) 3,81

c) 0,03

d) 4,222...

e) 3,4555...

4. Classifique como Racional (Q) ou Irracional (II) os números abaixo:

pela diferença B-A

a)

c) 0,555...

d) 3,1415...

e) 0,7222... f) 0,202002000200002...

g) $20/5$ h) 2,131

i) $\sqrt{3}$

5. Assinale com V (verdadeira) ou F (falsa) as alternativas abaixo:

a) Todo número Natural e todo número Inteiro é também racional. ()

b) A diferença de dois números Naturais é sempre um número natural. ()

c) No conjunto dos números Reais é possível qualquer divisão. ()

d) A união dos racionais com os irracionais corresponde aos conjuntos dos números reais. ()

)

Numa escola há n alunos. Sabe-se que 56 alunos lêem o jornal A, 21 lêem os jornais A e B, 106 lêem o jornal B e 66 não lêem o

a) 249 b) 137 c) 158 d) 207 e) 210
 6- Numa classe de 30 alunos, 16 gostam de matemática e 20, de história. O número somente de alunos desta classe que gosta de matemática e história é:

a) 16 b) 07 c) 10 e) 20 d) 06 e) 12

C-RELAÇÃO BINÁRIA

Definição: Chama-se relação binária de A em B e indica-se $R: A \rightarrow B$ se R é um subconjunto de $A \times B$.

Exemplo: $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4\}$

$A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$

ordenados em que o 1 elemento é menor ou igual ao 2 elemento do par.

$R_1: \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 4)\}$.

2-Determinar a relação definida pela lei: $R_2: \{(x, y) \mid$

$2 / y = 2x\}$

R

R

2: $\{(1, 2), (2, 4)\}$.

EXERCÍCIOS

1) Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-2, 0, 4\}$, calcule e represente no planocartesiano:

a) $A \times B$ b) $B \times A$ c) $R = \{(x, y) \mid A \times B / x < y\}$

2) Dados $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ e $B = \{1,3,5,7,9\}$, determine as relações seguintes:

a) $R = \{(x, y) \in AXB / x + y = 6\}$ b) $S = \{(x, y) \in AXB / x \cdot y \in 6\}$

3) Se um conjunto A tem 5 elementos e B tem 10 elementos, quantos elementos têm AXB ? E BXA ? Os conjuntos AXB e BXA são iguais?

4) Dados o conjunto $A = \{-2,-1,0,1,2,3\}$ e $B = \{-2,0,4\}$, calcule e represente no plano cartesiano:

a) $R = \{(x, y) \in AXB / x - y < 5\}$.

a) traçar o gráfico cartesiano que representa esta situação.

5) Dados $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ e $B = \{1,3,5\}$, determine as relações seguintes:

a) $R = \{(x, y) \in AXB / x + y < 6\}$

b) $S = \{(x, y) \in AXB / x \cdot y > 6\}$

7- ornal B. O valor de n é:

1) Se um conjunto A tem 6 elementos e B tem 11 elementos, quantos elementos tem AXB ? E BXA ? Os conjuntos AXB e BXA são iguais?

D-FUNÇÃO



Jakob Bernoulli, ou Jacob, ou Jacques, ou Jacob I Bernoulli, (nascimento: Basileia, 27 de Dezembro de 1654 - Faleceu: Basileia, 16 de Agosto de 1705) foi o primeiro matemático a desenvolver o cálculo infinitesimal para além do que fora feito por Newton e Leibniz, aplicando-o a novos problemas. Publicou a primeira integração de uma equação diferencial; deu solução ao problema dos isoperímetros, que abriu caminho ao cálculo das variações de Euler e Lagrange e estendeu suas principais aplicações ao cálculo das probabilidades. É considerado o pai do cálculo exponencial. Foi professor de matemática em Basileia, tendo sido importantíssima sua contribuição à geometria analítica, à teoria das probabilidades e ao cálculo de variações.

Histórico:

Definição de Bernoulli (1718): "Quantidades composta de um modo qualquer de grandezas variáveis e de constantes." Definição de Euler (1707- 1783): "Toda expressão analítica composta de um modo qualquer de quantidades constantes." Definição de função: "Uma variável y se diz função de outra variável x quando, entre os domínios de x e y ,

existe uma correspondência tal que a cada valor de x corresponde um único valor de y ." (final do séc. XIX)

Exemplo 1: No quadrado ABCD, com lado de 5 cm, o ponto P se movimentava sobre o lado BC, sem atingir suas extremidades.

Considere então um retângulo móvel QPCD. Sua área y (em cm) depende de x , medida de PC (em cm). Qual a expressão que dá y a partir de x (colocando y em função de x) para área?

b) Atribuindo a x os valores 1,2,3,4, quais são os correspondentes valores de y ? Faça uma tabela com esses valores de x e y .

- c) traçar o gráfico cartesiano que representa esta situação.

Exemplo 2: Mencionaremos algumas variações do exemplo 1.

- a) y = perímetro do retângulo;

- b) responda os mesmos itens do exemplo 1;

- a) X indica, agora, a medida BP (em vez da medida PC do exemplo 1). Qual a expressão que indica a área de y em função de x ? y indica a área de um trapézio APCD (em vez de retângulo), conforme esquema abaixo:

D e y indica a área de um trapézio APCD, conforme esquema abaixo:

(lembre – se $\text{Área do Trap} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ e B é base maior e b é a base menor)

Responda: a) Qual a expressão que dá y a partir de x (colocando y em função de x) para área?

- b) Atribuindo a x os valores 1, 2, 3, 4, quais são os correspondentes valores de y ? Faça uma tabela com esses valores de x e y .

Responda os mesmos itens do exemplo 1. Exemplo 3

A figura indica um quadrado ABCD com lados de 10 cm. Nos quatros cantos, há quadrados iguais (que não tem pontos comuns) que têm um tamanho variável, seus lados medem x cm. Sendo y a área (em cm^2) da cruz assinalada na figura, responda as mesmas perguntas do exemplo 1



Exemplo 4: Uma pessoa viaja a 80 Km/h durante X horas. Responda as mesmas perguntas do exemplo.

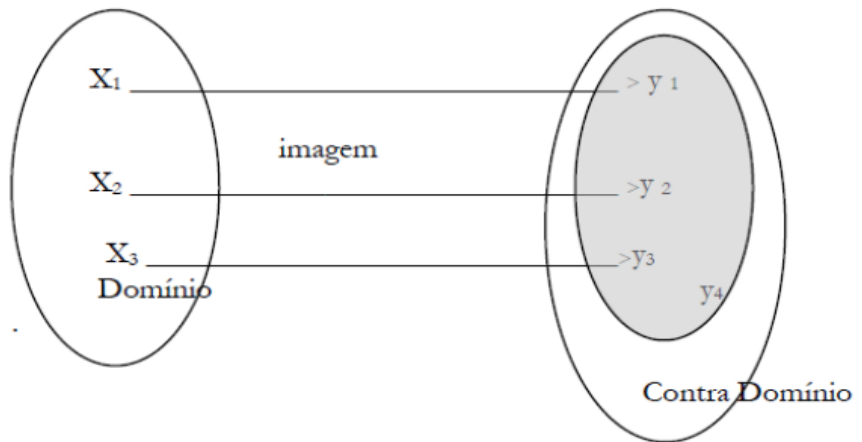
Exemplo 5- A figura abaixo representa o movimento de uma gota de água caindo verticalmente através do óleo; a tabela registra

instantes correspondentes do movimento da gota.

S(cm)	t (s)
0	0
5	2
10	4
15	6
20	8
25	10

Definição: Em vista dos exemplos dados, define-se: Sendo A e B dois conjuntos não vazios e uma relação f de A em B, essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A está associado um e um só elemento y de B.

CONJUNTO DOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM



1- O domínio da Função será o conjunto de todos os números reais para os quais as operações indicadas na lei sejam possíveis em $\mathbb{R}$.

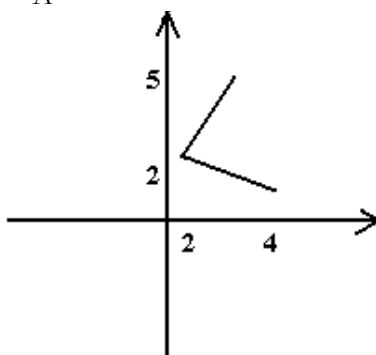
2- O contra domínio da função é $\mathbb{R}$. Por exemplo, mencionando-se "a função $y = 1/x$ ", fica subentendido que seu domínio é $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$, pois em $\mathbb{R}$ não

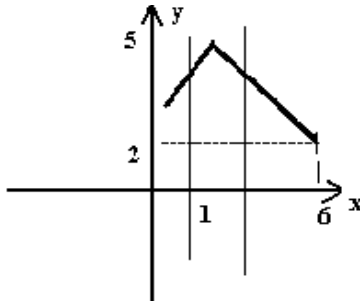
existe divisão por zero. Já "na função $y = \sqrt{x}$ " ficará subentendido que seu domínio é $\{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\}$, pois em $\mathbb{R}$ não existe raiz quadrada de número de número negativo. Nos dois casos o contra domínio será $\mathbb{R}$.

Observação sobre o gráfico

gráfico

A





GRÁFIC

Observe este gráfico (A) não é uma função, porque passando retas paralelas ao eixo y cortam as retas do gráfico em mais de um ponto. $D = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 4\}$ e $Im = \{y \in \mathbb{R} / 2 \leq y \leq 5\}$. O gráfico (b) é o de uma função de domínio $D = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 6\}$ e a imagem $Im = \{y \in \mathbb{R} / 2 \leq y \leq 5\}$. (Note que retas ao eixo y , cortam o gráfico uma só vez. Nas paralelas)

EXERCÍCIOS

1-Dê o domínio das funções abaixo:

$$a) y = \frac{2x}{2x+3}$$

$$b) y = \sqrt{x+3}$$

$$c) y = \sqrt{2x+3}$$

$$d) y = \frac{6x}{\sqrt{x+3}}$$

$$e) \frac{6+3x}{\sqrt{3x-6}}$$

$$f) y = \frac{2x+1}{2x-8}$$

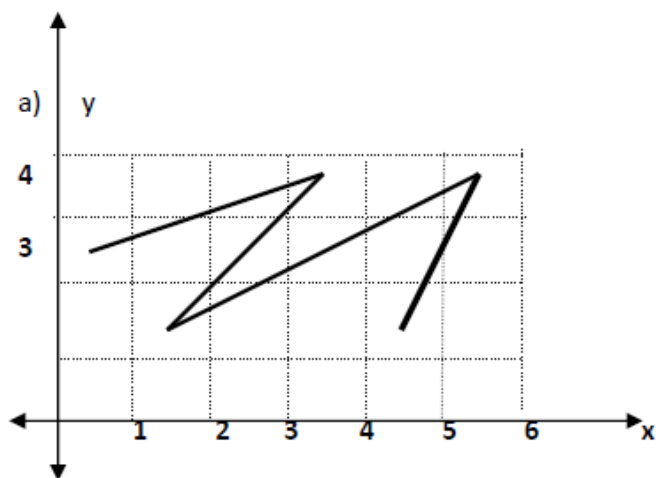
2-Faça o gráfico de $f(x) = 2x + 1$ com domínio $D = [0; 3]$.

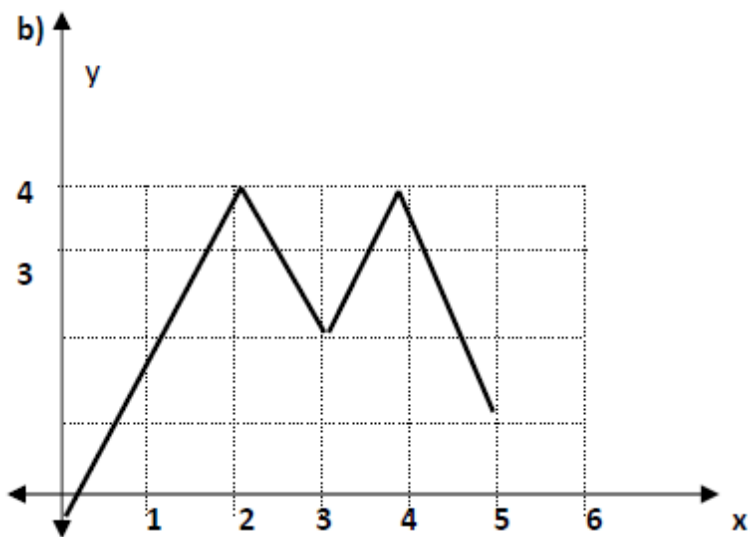
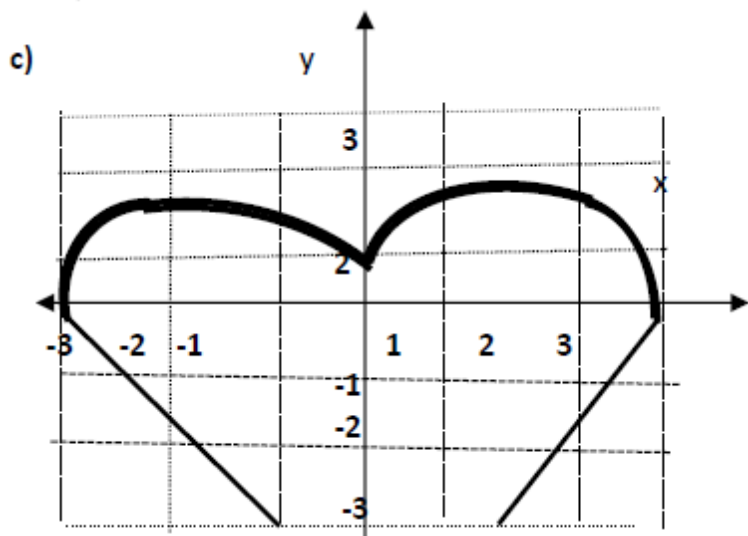
Observe o gráfico e dê a imagem da função:

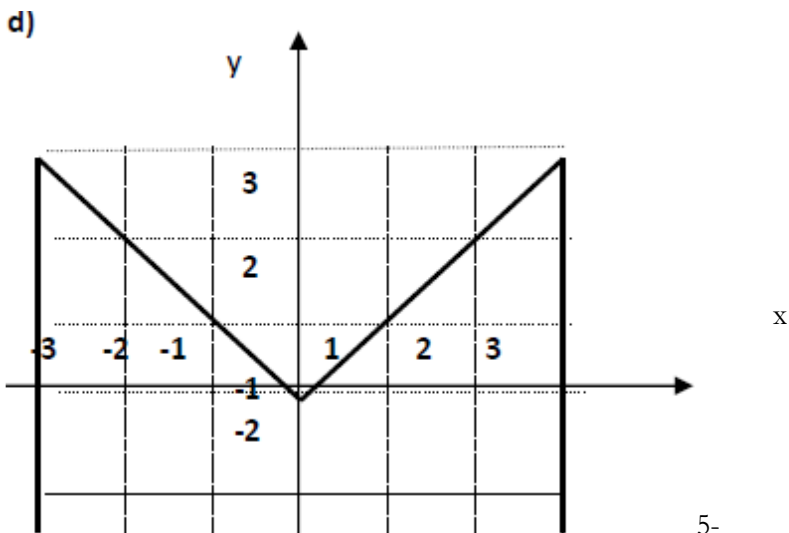
a) do exercício 2

3-Examine o gráfico de cada relação, dê o domínio e a imagem e diga se ou não gráfico de uma função

Primeiro, surgem os números naturais conhecidos, com outra notação, desde a pré-história. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$.







Obesidade: um problema de saúde pública?

Nos Estados Unidos a incidência da obesidade é

- Qual a expressão matemática que representa o perímetro da figura (colocando y em função de x) ?
- Dê para x os valores: 0,5; 1;2;3; e 4,5 faça uma tabela.
- Construa o gráfico cartesiano.

QUALIDADES DE UMA FUNÇÃO

1- Função Injetora

Se para elementos distintos do conjunto A ($x_1 \neq x_2$)

correspondem elementos distintos do conjunto B ($y_1 \neq y_2$)

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-1, 2, 5, 8, 11\}$ determinar a função $f: A \rightarrow B$, definida pela lei $y = 3x + 2$.

superior a 25% da população. As causas principais da obesidade são disfunções glandulares, alimentação incorreta, tensão emocional e gula. A obesidade glandular pode ser causada por distúrbios na tireóide, hipófise ou nas regiões cerebrais. A obesidade exógena é provocada por superingestão de alimentos que se acumulam nas células.

Como saber se estou obeso?

Essa avaliação pode se feita pelo cálculo do índice de massa

corpórea(IMC), obtido pela fórmula $IMC = \frac{PESO}{(altura)^2}$. O

resultado pode ser confrontado com a tabela proposta pela Organização Mundial da Saúde (OMS), reproduzida a seguir:
Índices de Massa corpórea

IMC(g/m ²)	Classificação
Abaixo de 16	Magreza Severa
Menor que 18,5	Abaixo do peso
18,5 a 25	Peso Normal adequado
Entre 25 e 30	Sobrepeso ou excesso de peso
30 a 39,99	Obesidade
Acima de 40	Obesidade de alto grau

fonte: OMS.

P.ex., se uma pessoa pesa 60 Kg e mede 1,68m, está com peso adequado por o IMC é de 21,25. Confira os cálculos.

Cada aluno deverá calcular seu IMC.Em seguida fazer um gráfico de coluna indicando as porcentagens de : magreza, peso adequado, sobrepeso, obesidade leve, obesidade moderada.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO-

01-Numa pesquisa de mercado ficou constatado que 350 pessoas lêem o jornal A,150 lêem o jornal B e 80 pessoas lêem os jornais A e B, 430 não lêem os jornais A ou B. Pergunta-se:

Quantas pessoas lêem somente o jornal A?

Quantas pessoas lêem somente o jornal B?

Quantas pessoas foram consultadas?

A alternativa correta é :

270 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 850 pessoas.

160 pessoas lêem o jornal A , 80 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 800 pessoas

60 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas, lêem o jornal B e foram consultadas 950 pessoas

360 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 750 pessoas

460 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 650 pessoas

02-Numa pesquisa realizada num colégio sobre o gosto musical dos alunos, foram feitas duas perguntas: você gosta de rock?

Você gosta de música clássica? Após a tabulação, foram obtidos os seguintes resultados

músicas	Nº. de alunos
rock	458
Música clássica	112
Ambos	62
nenhum	36

Com base nesses dados, determine o número de alunos consultados.

- a) 540 b) 544 c) 412 d) 312 e) N.D.A

3- Numa escola há n alunos. Sabe-se que 56 alunos lêem o jornal A , 21 lêem os jornais A e B, 106 lêem o jornal B e 66 não lêem o jornal B. O valor de n é :

- a) 249 b) 137 c) 158 d) 207 e) N.D.A

4- Numa classe de 30 alunos 16 gostam de matemática e 20, de história. O n^0 . de alunos desta classe que gosta de matemática e história é:

- a) 16 b) 07 c) 10 d) 20 e) N.D.A.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Numa pesquisa verificou-se que, das pessoas consultadas, 100 liam o jornal A, 150 jornal B, 20 liam os dois jornais (A e B) e 110 não liam nenhum dos dois jornais.Quantas pessoas foram consultadas?

Numa pesquisa verificou-se que 2000 pessoas usam o produto A ou B. O produto B é usado por 800 pessoas, e 320 usam os dois produtos ao mesmo tempo. Quantas usam o produto A?

Seja o quadrado A B C D de lado x considere y o perímetro deste quadrado, responda

5- Obesidade: um problema de saúde pública?

Nos Estados Unidos a incidência da obesidade é

- Qual a expressão matemática que representa o perímetro da figura (colocando y em função de x) ?
- Dê para x os valores: 0,5; 1;2;3; e 4,5 faça uma tabela.
- Construa o gráfico cartesiano.

QUALIDADES DE UMA FUNÇÃO

1- Função Injetora

Se para elementos distintos do conjunto A ($x_1 \neq x_2$)

correspondem elementos distintos do conjunto B ($y_1 \neq y_2$)

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-1, 2, 5, 8, 11\}$ determinar a função $f: A \rightarrow B$, definida pela lei $y = 3x + 2$.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO-

01-Numa pesquisa de mercado ficou constatado que 350 pessoas lêem o jornal A, 150 lêem o jornal B e 80 pessoas lêem os jornais A e B, 430 não lêem os jornais A ou B. Pergunta-se:

Quantas pessoas lêem somente o jornal A?

Quantas pessoas lêem somente o jornal B?

Quantas pessoas foram consultadas?

A alternativa correta é :

270 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 850 pessoas.

160 pessoas lêem o jornal A , 80 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 800 pessoas

60 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas, lêem o jornal B e foram consultadas 950 pessoas

360 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 750 pessoas

460 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 650 pessoas

02-Numa pesquisa realizada num colégio sobre o gosto musical dos alunos, foram feitas duas perguntas: você gosta de rock?

Você gosta de música clássica? Após a tabulação, foram obtidos os seguintes resultados

músicas	Nº. de alunos
rock	458
Música clássica	112
Ambos	62
nenhum	36

Com base nesses dados, determine o número de alunos consultados.

- a) 540 b) 544 c) 412 d) 312 e) N.D.A

3- Numa escola há n alunos. Sabe-se que 56 alunos lêem o jornal A, 21 lêem os jornais A e B, 106 lêem o jornal B e 66 não lêem o jornal B. O valor de n é:

- a) 249 b) 137 c) 158 d) 207 e) N.D.A

4- Numa classe de 30 alunos 16 gostam de matemática e 20, de história. O nº. de alunos desta classe que gosta de matemática e história é:

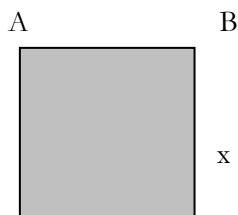
- a) 16 b) 07 c) 10 e) 20 d) 06 e) N.D.A.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

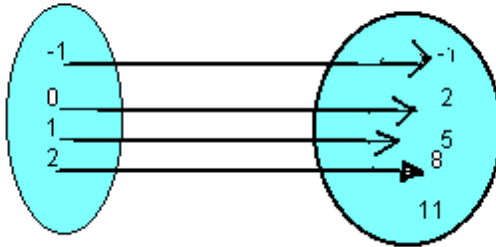
Numa pesquisa verificou-se que, das pessoas consultadas, 100 liam o jornal A, 150 jornal B, 20 liam os dois jornais (A e B) e 110 não liam nenhum dos dois jornais. Quantas pessoas foram consultadas?

Numa pesquisa verificou-se que 2000 pessoas usam o produto A ou B. O produto B é usado por 800 pessoas, e 320 usam os dois produtos ao mesmo tempo. Quantas usam o produto A?

Seja o quadrado A B C D de lado x considere y o perímetro deste quadrado, responda:



D x C



Contra exemplo: não é injetora a função $y = x^2$

Função sobrejetora

Se o conjunto imagem é igual ao conjunto B, $\text{Im}(f) = B$.

Exemplo: Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 3\}$ e $B = \{0, 1, 4, 9\}$

determinar a função $f: A \rightarrow B$, definida pela lei $y = x^2$

5- Obesidade: um problema de saúde pública?

Nos Estados Unidos a incidência da obesidade é

- Qual a expressão matemática que representa o perímetro da figura (colocando y em função de x) ?
- Dê para x os valores: 0,5; 1; 2; 3; e 4,5 faça uma tabela.
- Construa o gráfico cartesiano.

QUALIDADES DE UMA FUNÇÃO

1- Função Injetora

Se para elementos distintos do conjunto A ($x_1 \neq x_2$)

correspondem elementos distintos do conjunto B ($y_1 \neq y_2$)

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-1, 2, 5, 8, 11\}$ determinar a função $f: A \rightarrow B$, definida pela lei $y = 3x + 2$.

superior a 25% da população. As causas principais da obesidade são disfunções glandulares, alimentação incorreta, tensão emocional e

gula. A obesidade glandular pode ser causada por distúrbios na tireóide, hipófise ou nas regiões cerebrais. A obesidade exógena é provocada por superingestão de alimentos que se acumulam nas células.

Como saber se estou obeso?

Essa avaliação pode se feita pelo cálculo do índice de massa

corpórea(IMC), obtido pela fórmula $IMC = \frac{PESO}{(altura)^2}$. O

resultado pode ser confrontado com a tabela proposta pela Organização Mundial da Saúde (OMS), reproduzida a seguir:
Índices de massa corpórea

IMC(g/m ²)	Classificação
Abaixo de 16	Magreza Severa
Menor que 18,5	Abaixo do peso
18,5 a 25	Peso Normal adequado
Entre 25 e 30	Sobrepeso ou excesso de peso
30 a 39,99	Obesidade
Acima de 40	Obesidade de alto grau

fonte: OMS.

P.ex., se uma pessoa pesa 60 Kg e mede 1,68m, está com peso adequado por o IMC é de 21,25. Confira os cálculos.

Cada aluno deverá calcular seu IMC.Em seguida fazer um gráfico de coluna indicando as porcentagens de : magreza, peso adequado, sobrepeso, obesidade leve, obesidade moderada.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO-

01-Numa pesquisa de mercado ficou constatado que 350 pessoas lêem o jornal A,150 lêem o jornal B e 80 pessoas lêem os jornais A e B, 430 não lêem os jornais A ou B. Pergunta-se:

Quantas pessoas lêem somente o jornal A?

Quantas pessoas lêem somente o jornal B?

Quantas pessoas foram consultadas?

A alternativa correta é :

270 pessoas lêem o jornal A , 70 pessoas lêem o jornal B e foram consultadas 850 pessoas.