

Sous la direction de **Stéphane Cardini**

**Damien Jurine** | **Bernard Salamito**

Valérie Bouland | Rachel Comte | François Crépin

Luc Gauthier | Tom Morel | Marie-Noëlle Sanz

# PHYSIQUE

## PCSI

TOUT-EN-UN

7<sup>e</sup> édition

DUNOD

l'intel

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

# Les auteurs



**Stéphane Cardini**

Ancien élève de l'ENS (Paris-Saclay, ex-Cachan), agrégé de sciences physiques, professeur de chaire supérieure. Depuis plus de 20 ans, il enseigne en seconde année de CPGE à Saint-Cyr-l'École et participe à des jurys de concours, tant à l'écrit qu'à l'oral. Il a notamment dirigé cet ouvrage. Il est chevalier des Palmes académiques et président honoraire de la Société des agrégés.



**Damien Jurine**

Ancien élève de l'ENS (Paris Sciences Lettres, ex-Ulm), il est titulaire d'un doctorat de géophysique interne de l'Université Paris VII et professeur agrégé de sciences physiques. Depuis 18 ans, il enseigne avec passion la physique dans la filière PCSI au lycée Saint-Louis à Paris.



**Bernard Salamito**

Ancien élève de l'ENS (Paris Sciences Lettres, ex-Ulm), il est professeur de chaire supérieure enseignant au lycée François 1<sup>er</sup> à Fontainebleau en classe de seconde année MP. Il a participé aux jurys de plusieurs concours, à l'écrit et à l'oral.



**Valérie Bouland**

Diplômée de Télécom SudParis, ancienne élève de l'ENS (Paris-Saclay, ex-Cachan), agrégée de sciences physiques et docteure en télécommunications de Télécom Paris. Elle a enseigné en PTSI, PT et PC et est actuellement en poste en MPSI au lycée Claude Bernard, à Paris. Elle est membre de jury de concours.



**Rachel Comte**

Ancienne élève de l'ENS (Paris-Saclay, ex-Cachan), elle est agrégée de sciences physiques. Après une année de médiation au Palais de la découverte, elle a enseigné 6 ans en première année de CPGE au lycée Janson de Sailly à Paris. Elle est maintenant professeure en première année de CPGE au lycée Marcelin Berthelot à Saint-Maur-des-Fossés. Elle a co-écrit le livre d'annales *Physique-Chimie, sujets portant sur le programme de 1<sup>re</sup> année* chez Dunod. Elle participe à des jurys de concours, tant à l'écrit qu'à l'oral.



**François Crépin**

Ancien élève de l'ENS Lyon, il est professeur agrégé de sciences physiques. Après avoir soutenu une thèse de physique théorique à l'Université Paris Sud (aujourd'hui Paris-Saclay), il a été chercheur en Allemagne et en France. Il enseigne aujourd'hui en PCSI au lycée Saint-Louis à Paris.



**Luc Gauthier**

Diplômé de l'École nationale supérieure des industries chimiques (ENSIC), élève de l'ENS (Paris-Saclay, ex-Cachan), agrégé de sciences-physiques. Après avoir enseigné au lycée La Fayette de Clermont-Ferrand en seconde année de CPGE, il enseigne en première année de CPGE à Saint-Cyr-l'École et participe à des jurys de concours.



**Tom Morel**

Agrégé de sciences physiques, il enseigne en MPSI au lycée Marcelin Berthelot à Saint-Maur-des-Fossés et participe aux jurys des concours ENS et CCINP, tant à l'écrit qu'à l'oral. Il a co-écrit le livre d'annales *Physique-Chimie, sujets portant sur le programme de 1<sup>re</sup> année* chez Dunod.

# Avant-propos

La nouvelle édition du *Tout-en-un* reprend les fondamentaux qui ont assuré, édition après édition, le succès de l'ouvrage, tout en évoluant pour rester le plus proche, tant de la formation initiale des lycéens que des attentes des jurys de concours.

Les exercices et problèmes ont ainsi été remaniés. Certains, devenus obsolètes, ont été remplacés par d'autres, plus formateurs et plus en phase avec les énoncés de concours actuels.

Les étudiants des classes préparatoires, des universités et des préparations aux concours de recrutement trouveront dans cet ouvrage :

- un cours complet qui respecte les programmes officiels, afin de les guider dans leur apprentissage ;
- une méthodologie systématique, qui souligne les méthodes classiques, indispensables pour comprendre comment appréhender un problème de physique, puis le résoudre au mieux ;
- le programme officiel et le sommaire des exercices ;
- de très nombreux exercices de niveaux variés, en fin de chapitres, certains issus de problèmes de concours, souvent extrêmement récents, et de sujets d'oraux très actuels. La longue expérience au sein de jurys de concours des auteurs a permis de confronter les différentes pratiques et de sélectionner les exercices et problèmes les plus formateurs, adaptés à tous les étudiants, dont le niveau de difficulté est signalé :
  - ★ exercices de cours, dont la maîtrise est indispensable ;
  - ★★ exercices simples et formateurs ;
  - ★★★ exercices de niveau ambitieux ;
  - ★★★★ exercices de niveau très élevé, pour se préparer aux classes étoilées les plus exigeantes.

Le livre rassemble un très grand nombre d'exercices, afin que les étudiants les plus rapides trouvent à s'exercer efficacement. Néanmoins, un étudiant de niveau intermédiaire n'aura pas le temps pendant son année de tous les traiter, ce qui n'est pas rédhibitoire avec une passage en seconde année puis une belle intégration.

Les auteurs remercient tous les collègues et lecteurs qui prirent le temps de nous adresser leurs remarques et leurs encouragements.

Pour finir, puisse ce livre être un compagnon qui vous aidera à vous épanouir dans votre travail et à apprécier cette introduction au noble travail d'ingénieur !

Stéphane CARDINI



# « Mode d'emploi » d'un chapitre

Une introduction présente le sujet traité et le plan suivi.

## Oscillateur harmonique

6

Dans ce chapitre, on introduit un modèle physique qui produit un signal sinusoïdal appelé l'**oscillateur harmonique**. Les adjectifs harmonique et sinusoïdal sont synonymes : on rencontre parfois les expressions « signal harmonique » ou « oscillateur sinusoïdal ».

Les définitions importantes sont placées dans un encadré gris, les remarques et les exemples comportent un filet vertical sur la gauche.

On appelle alors la **profondeur de champ** l'étendue de la zone de netteté obtenue sur la photographie. Il s'agit alors de la distance entre les premiers et les derniers éléments nets d'une image.

Si une photo comporte de nombreux éléments nets on parlera d'une grande profondeur de champ. Si à l'inverse seuls quelques plans de l'objet apparaissent nets on parlera d'une courte (ou faible) profondeur de champ.

### Remarque

Les conséquences de la loi d'Ohm qui ont été vues en courant continu sont valables en régime variable, notamment les formules des diviseurs de tension et de courant.

### Exemple

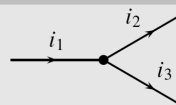
La résistance de sortie  $R_s$  d'un générateur de fonction est de l'ordre de  $50\ \Omega$ . Branché aux bornes d'une résistance de l'ordre du  $k\Omega$ , donc très supérieures à  $R_s$ , il se comporte pratiquement comme un générateur idéal, d'après la remarque de la page 111.

À la suite du cours, dans chaque chapitre, sont placées différentes questions de méthodologie entièrement traitées.

### MÉTHODOLOGIE

Comment utiliser la loi des nœuds ?

▷ Les intensités entrantes sont égales aux intensités sortantes :  $i_1 = i_2 + i_3$ .



Le programme officiel pour chaque thématique  
et le sommaire des exercices sont proposés à la fin de chaque cours.

| PROGRAMME OFFICIEL ET SOMMAIRE DES EXERCICES                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NOTIONS ET CONTENUS                                                           | CAPACITÉS EXIGIBLES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Oscillateur harmonique. Exemples du circuit LC et de l'oscillateur mécanique. | <p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales.</p> <p>► 6.C1 6.C2</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>► 6.C3</p> <p>▷ 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5</p> <p>Réaliser un bilan énergétique.</p> <p>► 6.C4</p> <p>▷ 6.6 6.7 6.8</p> |

Des exercices, dont la difficulté est traduite par des étoiles,  
sont proposés en fin de chapitre. On distinguera :

- les exercices de cours, qui reprennent les capacités exigibles du programme et classés 1 étoile ;

**EXERCICES ★ (LE COURS)**

**11.C1 Amplificateur non inverseur** Le circuit est figure 11.7 p. 301.

- Établir la fonction de transfert du montage.
- Calculer l'impédance d'entrée.

- les autres exercices, classés de 2 à 4 étoiles.

**1.1 Doublage de fréquence**

Le rayon laser utilisé à l'observatoire du CERGA pour mesurer la distance Terre-Lune est obtenu par doublage de fréquence à partir d'un laser de longueur d'onde  $\lambda_1 = 1,064 \mu\text{m}$ .

- Quelle est la longueur d'onde  $\lambda_2$  de la lumière envoyée vers la Lune ? Quelle est sa couleur ?
- On envoie en fait des impulsions durant 0,1 ns. Calculer le nombre d'oscillations du signal lumineux dans une impulsion.

Tous les exercices sont entièrement corrigés.

**CORRIGÉS**

**7.C1**

- C'est la sortie du montage quand l'entrée est nulle pour  $t < 0$  et est une constante positive pour  $t > 0$ .
- Plus la résistance est importante, plus les pertes Joules sont importantes, donc plus le système est amorti :  $\xi_2$  (qui correspond à  $R_2$ )  $>$   $\xi_1$  (qui correspond à  $R_1$ ) ou  $Q_2 < Q_1$ . Le graphe de gauche oscille beaucoup, le système est peu amorti, il correspond à  $R_1$ , résistance la plus faible ; le graphe de droite est très amorti, il correspond à  $R_2$ , résistance la plus forte.

# Table des matières

|                                                                      |               |
|----------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>Présentation des auteurs</b>                                      | <b>3</b>      |
| <b>Avant-propos</b>                                                  | <b>5</b>      |
| <b>Mode d'emploi</b>                                                 | <b>7</b>      |
| <br><b>OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE</b>                                       | <br><b>21</b> |
| <b>1 Sources lumineuses, modèle de l'optique géométrique</b>         | <b>21</b>     |
| 1 Description et propriétés de la lumière . . . . .                  | 21            |
| 2 Les sources lumineuses . . . . .                                   | 23            |
| 3 Modèle géométrique de la lumière . . . . .                         | 25            |
| 4 Lois de Snell-Descartes . . . . .                                  | 26            |
| Méthodologie, programme officiel et sommaire des exercices . . . . . | 29            |
| Exercices . . . . .                                                  | 30            |
| Corrigés . . . . .                                                   | 34            |
| <br><b>2 Optique géométrique</b>                                     | <br><b>39</b> |
| 1 Miroir plan . . . . .                                              | 39            |
| 2 Systèmes centrés et approximation de Gauss . . . . .               | 40            |
| 3 Lentilles minces . . . . .                                         | 44            |
| 4 Projection d'une image par une lentille . . . . .                  | 50            |
| Méthodologie . . . . .                                               | 53            |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .               | 55            |
| Exercices . . . . .                                                  | 56            |
| Corrigés . . . . .                                                   | 59            |

## TABLE DES MATIÈRES

|          |                                                                     |               |
|----------|---------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>3</b> | <b>Modèles de dispositifs optiques</b>                              | <b>63</b>     |
| 1        | L'œil . . . . .                                                     | 63            |
| 2        | L'appareil photo . . . . .                                          | 65            |
| 3        | La fibre à saut d'indice . . . . .                                  | 71            |
| 4        | Quelques dispositifs optiques à plusieurs lentilles . . . . .       | 74            |
|          | Méthodologie . . . . .                                              | 78            |
|          | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 81            |
|          | Exercices . . . . .                                                 | 82            |
|          | Corrigés . . . . .                                                  | 88            |
|          | <br><b>SIGNAUX ÉLECTRIQUES</b>                                      | <br><b>97</b> |
| <b>4</b> | <b>Circuits électriques dans l'ARQS</b>                             | <b>97</b>     |
| 1        | Intensité du courant électrique . . . . .                           | 97            |
| 2        | Circuit électrique . . . . .                                        | 103           |
| 3        | Tension électrique . . . . .                                        | 104           |
| 4        | Dipôles électrocinétiques en courant continu . . . . .              | 107           |
| 5        | Associations de dipôles . . . . .                                   | 111           |
| 6        | Ponts diviseurs . . . . .                                           | 112           |
| 7        | Résistances de sortie et d'entrée . . . . .                         | 113           |
| 8        | Dipôles électrocinétiques fondamentaux du régime variable . . . . . | 114           |
| 9        | Puissance et énergie en régime variable . . . . .                   | 116           |
|          | Méthodologie . . . . .                                              | 118           |
|          | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 120           |
|          | Exercices . . . . .                                                 | 121           |
|          | Corrigés . . . . .                                                  | 126           |
| <b>5</b> | <b>Circuit linéaire du premier ordre</b>                            | <b>133</b>    |
| 1        | Étude expérimentale d'un circuit $RC$ série . . . . .               | 133           |
| 2        | Modélisation . . . . .                                              | 134           |
| 3        | Régime libre du circuit $RC$ . . . . .                              | 137           |
| 4        | Étude de la tension $u_R(t)$ . . . . .                              | 138           |
| 5        | Exemple de circuit inductif . . . . .                               | 140           |
| 6        | Simulation . . . . .                                                | 142           |
|          | Méthodologie . . . . .                                              | 144           |
|          | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 148           |
|          | Exercices . . . . .                                                 | 149           |

|                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| Corrigés . . . . .                                                      | 155        |
| <b>6 Oscillateur harmonique</b>                                         | <b>163</b> |
| 1 Un oscillateur harmonique mécanique . . . . .                         | 163        |
| 2 Un oscillateur harmonique électrique . . . . .                        | 167        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 169        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 172        |
| Exercices . . . . .                                                     | 173        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 176        |
| <b>7 Circuit linéaire du second ordre</b>                               | <b>179</b> |
| 1 Étude expérimentale d'un circuit $RLC$ série . . . . .                | 179        |
| 2 Équation différentielle sur la tension $u_C$ . . . . .                | 181        |
| 3 Détermination de la tension $u_C$ . . . . .                           | 182        |
| 4 Durée du régime transitoire . . . . .                                 | 183        |
| 5 Réponse à un signal créneaux . . . . .                                | 185        |
| 6 Bilan énergétique . . . . .                                           | 186        |
| 7 Analogie entre un circuit $RLC$ et un oscillateur mécanique . . . . . | 187        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 188        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 190        |
| Exercices . . . . .                                                     | 191        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 194        |
| <b>8 Régime sinusoïdal - Résonance</b>                                  | <b>199</b> |
| 1 Régime transitoire et régime sinusoïdal forcé . . . . .               | 199        |
| 2 Signaux complexes en régime sinusoïdal forcé . . . . .                | 201        |
| 3 Impédance complexe . . . . .                                          | 204        |
| 4 Résonance d'intensité dans un circuit $RLC$ série . . . . .           | 207        |
| 5 Résonance de charge d'un circuit $RLC$ série . . . . .                | 211        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 213        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 216        |
| Exercices . . . . .                                                     | 217        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 223        |
| <b>9 Fonction de transfert - Diagramme de Bode</b>                      | <b>231</b> |
| 1 Fonction de transfert . . . . .                                       | 231        |
| 2 Diagramme de Bode . . . . .                                           | 233        |
| 3 Exemples de filtres . . . . .                                         | 236        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 244        |

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                              |            |
|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                       | 251        |
| Exercices . . . . .                                                          | 252        |
| Corrigés . . . . .                                                           | 256        |
| <b>10 Filtrage d'un signal périodique</b>                                    | <b>261</b> |
| 1 Contenu spectral d'un signal périodique . . . . .                          | 261        |
| 2 Puissance moyenne . . . . .                                                | 264        |
| 3 Filtrage . . . . .                                                         | 266        |
| 4 Réponse d'un filtre à un signal périodique non sinusoïdal . . . . .        | 266        |
| 5 Étude du filtrage d'un créneau périodique . . . . .                        | 267        |
| 6 Réponse indicielle et contenu spectral . . . . .                           | 271        |
| 7 Enrichissement du spectre par un système non linéaire . . . . .            | 273        |
| 8 Mise en cascade de filtres . . . . .                                       | 275        |
| 9 Simulation . . . . .                                                       | 277        |
| Méthodologie . . . . .                                                       | 279        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                       | 283        |
| Exercices . . . . .                                                          | 284        |
| Corrigés . . . . .                                                           | 291        |
| <b>11 Amplificateur linéaire intégré</b>                                     | <b>297</b> |
| 1 Amplificateur linéaire intégré . . . . .                                   | 297        |
| 2 Montage à rétroaction négative : l'amplificateur non inverseur . . . . .   | 298        |
| 3 Les lois de l'ALI . . . . .                                                | 300        |
| 4 Exemples de montage . . . . .                                              | 301        |
| Méthodologie . . . . .                                                       | 304        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                       | 305        |
| Exercices . . . . .                                                          | 306        |
| Corrigés . . . . .                                                           | 312        |
| <b>ONDES</b>                                                                 | <b>319</b> |
| <b>12 Propagation d'un signal</b>                                            | <b>319</b> |
| 1 Exemples de signaux . . . . .                                              | 319        |
| 2 Superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquences voisines . . . . . | 320        |
| 3 Phénomène de propagation . . . . .                                         | 324        |
| Méthodologie . . . . .                                                       | 336        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                       | 337        |
| Exercices . . . . .                                                          | 338        |

|                                                                             |            |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------|
| Corrigés . . . . .                                                          | 346        |
| <b>13 Phénomène d'interférences</b>                                         | <b>353</b> |
| 1 Superposition de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence . . . . .     | 353        |
| 2 Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence | 356        |
| 3 Interférences lumineuses avec les trous d'Young . . . . .                 | 358        |
| Méthodologie . . . . .                                                      | 364        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                      | 365        |
| Exercices . . . . .                                                         | 366        |
| Corrigés . . . . .                                                          | 371        |
| <b>14 Ondes stationnaires mécaniques</b>                                    | <b>375</b> |
| 1 Définition et forme d'une onde stationnaire . . . . .                     | 375        |
| 2 Nœuds et ventres de vibration . . . . .                                   | 376        |
| 3 Modes propres . . . . .                                                   | 377        |
| 4 Généralisation . . . . .                                                  | 379        |
| 5 Lien avec la musique : instruments à cordes . . . . .                     | 379        |
| Méthodologie . . . . .                                                      | 380        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                      | 381        |
| Exercices . . . . .                                                         | 382        |
| Corrigés . . . . .                                                          | 386        |
| <b>MÉCANIQUE</b>                                                            | <b>389</b> |
| <b>15 Cinématique du point</b>                                              | <b>389</b> |
| 1 Notion de point en physique . . . . .                                     | 389        |
| 2 Repérage d'un point du plan . . . . .                                     | 390        |
| 3 Repérage d'un point dans l'espace . . . . .                               | 393        |
| 4 Cinématique du point . . . . .                                            | 396        |
| 5 Utilisation des différents systèmes de coordonnées . . . . .              | 400        |
| 6 Études de mouvements en coordonnées cartésiennes . . . . .                | 407        |
| 7 Mouvements circulaires . . . . .                                          | 409        |
| 8 Interprétation du vecteur accélération . . . . .                          | 411        |
| Méthodologie . . . . .                                                      | 414        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                      | 416        |
| Exercices . . . . .                                                         | 417        |
| Corrigés . . . . .                                                          | 421        |

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                                    |            |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>16 Principes de la dynamique newtonienne</b>                                    | <b>427</b> |
| 1 Éléments cinétiques d'un point matériel . . . . .                                | 427        |
| 2 Les trois lois de Newton . . . . .                                               | 429        |
| 3 Limite de validité de la mécanique classique . . . . .                           | 432        |
| 4 Classification des forces . . . . .                                              | 433        |
| 5 Chute libre dans le champ de pesanteur . . . . .                                 | 442        |
| 6 Tir d'un projectile dans le champ de pesanteur . . . . .                         | 448        |
| 7 Le pendule simple . . . . .                                                      | 451        |
| Méthodologie . . . . .                                                             | 454        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                             | 456        |
| Exercices . . . . .                                                                | 458        |
| Corrigés . . . . .                                                                 | 469        |
| <b>17 Approche énergétique de la dynamique du point</b>                            | <b>487</b> |
| 1 Travail et puissance d'une force . . . . .                                       | 487        |
| 2 Premiers exemples de calculs de travaux . . . . .                                | 489        |
| 3 Théorème de l'énergie cinétique . . . . .                                        | 490        |
| 4 Énergie potentielle et forces conservatives . . . . .                            | 492        |
| 5 Énergie mécanique . . . . .                                                      | 496        |
| Méthodologie . . . . .                                                             | 499        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                             | 501        |
| Exercices . . . . .                                                                | 502        |
| Corrigés . . . . .                                                                 | 507        |
| <b>18 Mouvement conservatif à une dimension</b>                                    | <b>515</b> |
| 1 Étude qualitative des mouvements et des équilibres . . . . .                     | 515        |
| 2 Mouvement conservatif dans un puits de potentiel . . . . .                       | 520        |
| Méthodologie . . . . .                                                             | 525        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                             | 526        |
| Exercices . . . . .                                                                | 527        |
| Corrigés . . . . .                                                                 | 530        |
| <b>19 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique ou magnétique</b> | <b>537</b> |
| 1 Force de Lorentz . . . . .                                                       | 537        |
| 2 Mouvement dans un champ électrique uniforme . . . . .                            | 539        |
| 3 Mouvement dans un champ magnétique . . . . .                                     | 544        |
| 4 Quelques applications de ces mouvements . . . . .                                | 547        |
| Méthodologie . . . . .                                                             | 550        |

|                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 551        |
| Exercices . . . . .                                                     | 552        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 558        |
| <b>20 Moment cinétique</b>                                              | <b>565</b> |
| 1 Observations préliminaires . . . . .                                  | 565        |
| 2 Moment cinétique d'un point matériel . . . . .                        | 566        |
| 3 Moment d'une force . . . . .                                          | 568        |
| 4 Loi du moment cinétique pour un point matériel . . . . .              | 570        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 572        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 573        |
| Exercices . . . . .                                                     | 574        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 578        |
| <b>21 Mouvement dans un champ de force centrale - Champs newtoniens</b> | <b>587</b> |
| 1 Force centrale conservative . . . . .                                 | 587        |
| 2 Généralités sur les forces centrales conservatives . . . . .          | 591        |
| 3 Cas particulier de l'attraction gravitationnelle . . . . .            | 594        |
| 4 Étude directe de la trajectoire circulaire . . . . .                  | 598        |
| 5 Application aux satellites terrestres . . . . .                       | 600        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 604        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 605        |
| Exercices . . . . .                                                     | 607        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 613        |
| <b>22 Cinématique du solide</b>                                         | <b>621</b> |
| 1 Repérage d'un solide . . . . .                                        | 621        |
| 2 Mouvement de translation . . . . .                                    | 622        |
| 3 Solides en rotation autour d'un axe fixe . . . . .                    | 623        |
| Méthodologie . . . . .                                                  | 626        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .                  | 627        |
| Exercices . . . . .                                                     | 628        |
| Corrigés . . . . .                                                      | 629        |
| <b>23 Solide en rotation autour d'un axe fixe</b>                       | <b>631</b> |
| 1 Moment cinétique d'un solide ou d'un système de points . . . . .      | 631        |
| 2 Théorème du moment cinétique pour un solide en rotation . . . . .     | 634        |
| 3 Actions mécaniques s'exerçant sur un solide en rotation . . . . .     | 635        |
| 4 Pendule de torsion . . . . .                                          | 638        |

## TABLE DES MATIÈRES

|                        |                                                                      |            |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------|------------|
| 5                      | Pendule pesant . . . . .                                             | 640        |
| 6                      | Énergie d'un solide en rotation autour d'un axe fixe . . . . .       | 644        |
|                        | Méthodologie . . . . .                                               | 648        |
|                        | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .               | 649        |
|                        | Exercices . . . . .                                                  | 651        |
|                        | Corrigés . . . . .                                                   | 658        |
| <b>THERMODYNAMIQUE</b> |                                                                      | <b>667</b> |
| <b>24</b>              | <b>Système thermodynamique à l'équilibre</b>                         | <b>667</b> |
| 1                      | Descriptions microscopique et macroscopique de la matière . . . . .  | 667        |
| 2                      | Étude d'un gaz à l'échelle microscopique . . . . .                   | 670        |
| 3                      | Système thermodynamique, variables d'état . . . . .                  | 674        |
| 4                      | Équilibre thermodynamique . . . . .                                  | 676        |
| 5                      | Énergie interne, capacité thermique à volume constant . . . . .      | 680        |
| 6                      | Étude expérimentale d'un fluide réel . . . . .                       | 684        |
| 7                      | Corps pur diphasé en équilibre . . . . .                             | 688        |
|                        | Méthodologie . . . . .                                               | 697        |
|                        | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .               | 698        |
|                        | Exercices . . . . .                                                  | 700        |
|                        | Corrigés . . . . .                                                   | 705        |
| <b>25</b>              | <b>Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b> | <b>711</b> |
| 1                      | Transformation thermodynamique . . . . .                             | 711        |
| 2                      | Travail des forces de pression . . . . .                             | 715        |
| 3                      | Transfert thermique . . . . .                                        | 721        |
|                        | Méthodologie, programme officiel et sommaire des exercices . . . . . | 725        |
|                        | Exercices . . . . .                                                  | 726        |
|                        | Corrigés . . . . .                                                   | 728        |
| <b>26</b>              | <b>Premier principe - Bilans d'énergie</b>                           | <b>731</b> |
| 1                      | Le premier principe de la thermodynamique . . . . .                  | 731        |
| 2                      | La fonction d'état enthalpie . . . . .                               | 737        |
| 3                      | Mesures de grandeurs thermodynamiques . . . . .                      | 743        |
|                        | Méthodologie . . . . .                                               | 748        |
|                        | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .               | 749        |
|                        | Exercices . . . . .                                                  | 750        |
|                        | Corrigés . . . . .                                                   | 753        |

|                                                                   |            |
|-------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>27 Deuxième principe - Bilans d'entropie</b>                   | <b>757</b> |
| 1 Le deuxième principe de la thermodynamique . . . . .            | 757        |
| 2 Entropie d'un échantillon de corps pur . . . . .                | 761        |
| 3 Exemples de bilans d'entropie . . . . .                         | 766        |
| 4 Interprétation microscopique de l'entropie . . . . .            | 773        |
| Méthodologie . . . . .                                            | 776        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .            | 777        |
| Exercices . . . . .                                               | 778        |
| Corrigés . . . . .                                                | 785        |
| <b>28 Machines thermiques</b>                                     | <b>795</b> |
| 1 Machines thermiques dithermes . . . . .                         | 795        |
| 2 Moteur thermique . . . . .                                      | 796        |
| 3 Machine frigorifique . . . . .                                  | 799        |
| 4 Pompe à chaleur . . . . .                                       | 800        |
| Méthodologie . . . . .                                            | 803        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .            | 804        |
| Exercices . . . . .                                               | 805        |
| Corrigés . . . . .                                                | 810        |
| <b>STATIQUE DES FLUIDES</b>                                       | <b>819</b> |
| <b>29 Statique des fluides dans un référentiel galiléen</b>       | <b>819</b> |
| 1 Forces volumiques et surfaciques, pression . . . . .            | 819        |
| 2 Pression d'un fluide soumis au champ de pesanteur . . . . .     | 821        |
| 3 Facteur de Boltzmann . . . . .                                  | 826        |
| 4 Actions exercées par un fluide au repos sur un solide . . . . . | 827        |
| 5 Équation locale de la statique des fluides . . . . .            | 832        |
| Méthodologie . . . . .                                            | 834        |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .            | 835        |
| Exercices . . . . .                                               | 836        |
| Corrigés . . . . .                                                | 840        |
| <b>INDUCTION ET FORCES DE LAPLACE</b>                             | <b>847</b> |
| <b>30 Le champ magnétique</b>                                     | <b>847</b> |
| 1 Le champ magnétique . . . . .                                   | 847        |

## TABLE DES MATIÈRES

|           |                                                                     |            |
|-----------|---------------------------------------------------------------------|------------|
| 2         | Cartes de champ magnétique . . . . .                                | 848        |
| 3         | Invariances d'une distribution de courant . . . . .                 | 852        |
| 4         | Propriétés de symétries du champ magnétique . . . . .               | 853        |
| 5         | Moment magnétique . . . . .                                         | 855        |
|           | Méthodologie . . . . .                                              | 857        |
|           | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 858        |
|           | Exercices . . . . .                                                 | 859        |
|           | Corrigés . . . . .                                                  | 861        |
| <b>31</b> | <b>Actions d'un champ magnétique</b>                                | <b>863</b> |
| 1         | Densité linéique de force de Laplace . . . . .                      | 863        |
| 2         | Résultante et puissance dans le cas d'une translation . . . . .     | 864        |
| 3         | Couple magnétique . . . . .                                         | 866        |
| 4         | Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant . . . . .       | 868        |
|           | Méthodologie . . . . .                                              | 870        |
|           | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 871        |
|           | Exercices . . . . .                                                 | 872        |
|           | Corrigés . . . . .                                                  | 875        |
| <b>32</b> | <b>Lois de l'induction</b>                                          | <b>879</b> |
| 1         | Expériences d'induction électromagnétique . . . . .                 | 879        |
| 2         | Loi de Faraday . . . . .                                            | 881        |
| 3         | Loi de Lenz . . . . .                                               | 884        |
|           | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 885        |
| <b>33</b> | <b>Circuit fixe dans un champ magnétique variable</b>               | <b>887</b> |
| 1         | Auto-induction . . . . .                                            | 887        |
| 2         | Induction mutuelle . . . . .                                        | 890        |
| 3         | Transformateur de tension . . . . .                                 | 895        |
|           | Méthodologie . . . . .                                              | 897        |
|           | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 900        |
|           | Exercices . . . . .                                                 | 901        |
|           | Corrigés . . . . .                                                  | 906        |
| <b>34</b> | <b>Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>         | <b>911</b> |
| 1         | Conversion de puissance mécanique en puissance électrique . . . . . | 911        |
| 2         | Conversion de puissance électrique en puissance mécanique . . . . . | 918        |
|           | Méthodologie . . . . .                                              | 921        |
|           | Programme officiel et sommaire des exercices . . . . .              | 926        |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| Exercices . . . . . | 927 |
| Corrigés . . . . .  | 931 |

## **PHYSIQUE QUANTIQUE 939**

### **35 Introduction à la physique quantique 939**

|                                                        |     |
|--------------------------------------------------------|-----|
| 1 La dualité onde-particule de la lumière . . . . .    | 939 |
| 2 La dualité onde-particule de la matière . . . . .    | 943 |
| 3 Fonction d'onde et probabilités . . . . .            | 949 |
| 4 L'inégalité de Heisenberg . . . . .                  | 951 |
| 5 Quantification de l'énergie . . . . .                | 953 |
| Méthodologie . . . . .                                 | 958 |
| Programme officiel et sommaire des exercices . . . . . | 959 |
| Exercices . . . . .                                    | 960 |
| Corrigés . . . . .                                     | 967 |

## **INCERTITUDES 975**

### **36 Mesures et incertitudes 975**

|                        |     |
|------------------------|-----|
| Méthodologie . . . . . | 975 |
| Exercices . . . . .    | 987 |
| Corrigés . . . . .     | 988 |

## **Index 989**



# Sources lumineuses, modèle de l'optique géométrique

1

Les phénomènes lumineux peuvent être étudiés grâce à la théorie de l'optique ondulatoire, faisant intervenir la notion d'onde. L'optique géométrique, fondée sur la notion de rayons lumineux présente une autre approche plus simplifiée.

## 1 Description et propriétés de la lumière

### 1.1 Nature de la lumière

La question de la nature de la lumière est présente en science depuis plusieurs millénaires. Encore aujourd'hui, notre compréhension de la lumière est loin d'être complète et satisfaisante. Entre le XVII<sup>e</sup>, début de la physique moderne, et le début du XIX<sup>e</sup> siècle, deux théories *a priori* fondamentalement opposées existaient :

- la théorie corpusculaire, défendue par Newton notamment, où la lumière est représentée par des corpuscules, modélisés par des rayons qui se propagent rectilignement ;
- la théorie ondulatoire, initiée par Hooke et Huygens, selon laquelle la lumière est caractérisée par une onde.

La renommée de Newton, liée à ses travaux sur la gravitation, a permis à la théorie corpusculaire de s'imposer parmi les scientifiques de l'époque. Mais à partir du XIX<sup>e</sup> siècle, les nombreuses expériences d'interférences d'Young et les théories sur les ondes de Fresnel et de Maxwell ont finalement imposé la théorie ondulatoire : la lumière est une onde électromagnétique.

Mais l'avènement de la physique quantique a remis en question la nature de la lumière. On explique dans le chapitre *Introduction au monde quantique* que certaines expériences réalisées au début du XX<sup>e</sup> siècle, ont conduit à remettre en question la nature ondulatoire de la lumière : la lumière présente à la fois un comportement ondulatoire et un comportement corpusculaire.

## 1.2 Spectre de la lumière

La lumière fait partie d'un ensemble plus vaste d'ondes appelées ondes électromagnétiques. Les diverses valeurs de l'énergie de rayonnement, dont la fréquence varie théoriquement entre zéro et l'infini, constituent le **spectre électromagnétique**.

Une onde électromagnétique sinusoïdale, c'est-à-dire dont le spectre ne contient qu'une seule fréquence, est appelée **onde monochromatique**.

La lumière est composée d'une infinité d'ondes monochromatiques de fréquence bien définie.

Une onde monochromatique n'a pas de réalité physique : il s'agit d'un modèle théorique. En effet, une onde monochromatique sinusoïdale n'a ni début ni fin, ce qui est physiquement impossible. En revanche, n'importe quelle onde peut se décomposer en une infinité d'ondes monochromatiques.

La lumière est un phénomène ondulatoire et est donc caractérisée par une double périodicité : temporelle et spatiale. Le spectre peut donc soit être représenté en fonction de la fréquence  $f$  ou de la longueur d'onde  $\lambda$ . En effet, pour une onde monochromatique qui se propage avec une célérité  $c$ , on a la relation :  $\lambda = \frac{c}{f}$ .

Chaque couleur est associée à une fréquence donnée. Dans la partie suivante, on montre que la longueur d'onde dépend du milieu de propagation contrairement à la fréquence. Il est donc important de spécifier le milieu dès lors que l'on donne le spectre de la lumière en fonction de la longueur d'onde. Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs approchées associées à une couleur du spectre :

| Couleur                | bleu      | vert      | jaune     | rouge     |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $\lambda_0(\text{nm})$ | 450 – 500 | 500 – 550 | 550 – 600 | 650 – 800 |

Les couleurs perçues ne sont pas caractéristiques de la lumière elle-même mais une manifestation de notre œil et de notre cerveau. Les valeurs indiquées ci-dessus sont donc des valeurs approximatives. Par exemple, il est commode d'associer à la couleur rouge toute lumière de longueur d'onde dans le vide comprise entre 620 nm et 780 nm.

La lumière a un spectre constitué de longueurs d'onde dans le vide situées entre 400 nm (violet) et 800 nm (rouge), c'est-à-dire de fréquences entre  $4 \times 10^{14}$  Hz (rouge) et  $8 \times 10^{14}$  Hz (violet).

## 1.3 Propagation de la lumière

Dès lors que la nature ondulatoire de la lumière est posée, il est nécessaire de spécifier les caractéristiques et le milieu de propagation de cette onde.

La lumière se propage **dans le vide** avec une célérité indépendante de la fréquence et du référentiel d'étude. Depuis la conférence générale des poids et mesure de 1983, la célérité  $c_0$  de la lumière dans le vide est fixée à :

$$c_0 = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Avec une bonne approximation, il faut retenir la valeur approchée suivante :

La lumière se propage dans le vide avec une célérité constante  $c_0$  de valeur

$$c_0 = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Contrairement aux ondes sonores, dans un milieu matériel transparent, la lumière se propage à une célérité  $c$  inférieure à  $c_0$ . Afin de quantifier cette diminution, on introduit l'indice optique  $n$  du milieu.

L'indice optique (ou indice de réfraction)  $n$  est le rapport de la célérité  $c_0$  dans le vide sur la célérité  $c$  dans ce milieu :

$$n = \frac{c_0}{c}.$$

On donne dans le tableau ci-dessous quelques ordres de grandeur de l'indice optique :

| Milieu : | vide | air                | eau | plexiglas | diamant |
|----------|------|--------------------|-----|-----------|---------|
| $n =$    | 1    | $1,00029 \simeq 1$ | 1,3 | 1,5       | 2,4     |

On note que :

- par définition, l'indice optique est nécessairement supérieur ou égal à 1 ;
- les valeurs données dans ce tableau sont des valeurs approchées. L'indice optique varie avec les conditions physiques du milieu : pureté, pression, etc ;
- *a priori*, l'indice optique varie aussi en fonction de la fréquence de la lumière. On parle alors de **milieu dispersif**.

La fréquence  $f$  de la lumière ne dépend pas du milieu matériel étudié. Par conséquent, la modification de la célérité de la lumière dans un milieu d'indice optique  $n$  engendre une modification de la longueur d'onde. Notons  $\lambda_0$  (respectivement  $\lambda_n$ ) la longueur d'onde de la lumière dans le vide (respectivement dans le milieu d'indice optique  $n$ ). Dans ces deux milieux,  $c_0 = \lambda_0 f$  et  $c = \lambda_n f$  ; avec  $c = \frac{c_0}{n}$ , le rapport des deux relations précédente impose

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n}.$$

Dans un milieu d'indice optique  $n$ , la longueur d'onde  $\lambda_n$  de la lumière est reliée à celle du vide  $\lambda_0$  par :

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n}.$$

## 2 Les sources lumineuses

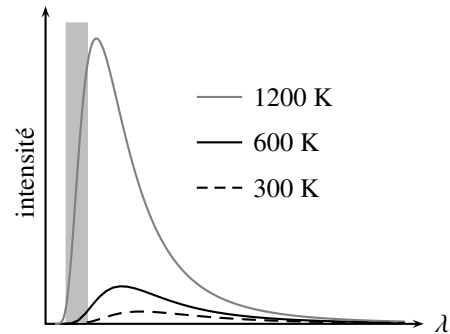
### 2.1 Sources thermique

Tout corps de température non nulle émet un **rayonnement thermique** induit par le mouvement continu et désordonné des particules qui le constitue. Ce rayonnement est caractérisé notamment par un **spectre continu et large**. Le spectre, dont l'allure est représentée ci-dessous pour différentes températures, possède un maximum à une longueur d'onde précise dépendant seulement de la température du corps.

Le corps humain est naturellement à une température d'environ 37 °C (environ 310 K) dont le maximum d'émission se situe pour une longueur d'onde d'environ 9  $\mu\text{m}$ . Le corps rayonne essentiellement dans l'infrarouge : ce rayonnement est invisible pour les yeux.

D'après la figure ci-contre, on remarque que plus la température du corps augmente, plus le maximum se déplace vers les longueurs d'onde faibles. À partir de 1200 K, une partie de ce rayonnement se situe dans le domaine visible et nos yeux le captent. Pour 6000 K, le maximum se situe dans le domaine visible. C'est notamment le cas du Soleil dont la température externe avoisine 6000 K.

Les lampes à incandescence (ou lampes à filament) se fondent sur ce phénomène : on porte un filament de tungstène à une température d'environ 2800 K, placé dans une atmosphère inerte pour ralentir sa vaporisation. Cependant, une grande partie de l'énergie rayonnée par le filament se situe dans l'infrarouge : seulement 5 % de l'électricité fournie à l'ampoule sert à émettre de la lumière visible, d'où leur remplacement par des LED.



**Figure 1.1** – Intensité lumineuse d'un corps chauffé à différentes températures en fonction de la longueur d'onde. La partie grisée représente le spectre de la lumière visible.

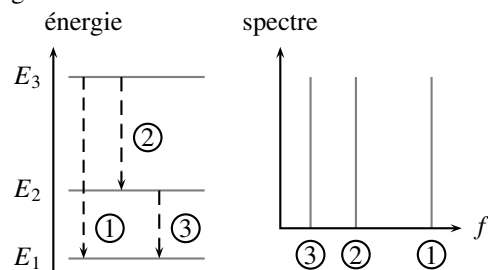
Une lampe à incandescence fonctionne à partir du rayonnement thermique émis par un corps chauffé. Le spectre est un spectre d'émission **continu**.

## 2.2 Sources spectrales

Le fonctionnement d'une lampe spectrale est différente de celle d'une lampe à incandescence : elle ne repose pas sur les mêmes principes physiques.

Dans une lampe spectrale, un gaz est placé dans une ampoule et est soumis à une décharge électrique, c'est-à-dire à un flux d'électrons énergétiques. Cette décharge vient exciter les atomes du gaz, c'est-à-dire augmenter leur énergie.

D'après la théorie quantique, l'énergie d'un atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées (dépendantes de l'atome étudié) : on parle de **quantification de l'énergie**. Lorsqu'un atome est excité, ce dernier passe d'un niveau d'énergie à un autre niveau d'énergie plus élevé. Au bout d'un certain temps, l'atome revient à son état fondamental en émettant une onde électromagnétique à une fréquence donnée : le spectre de l'atome est un spectre d'émission **discontinu** (voir figure ci-contre).



**Figure 1.2** – Lien entre les transitions énergétiques et le spectre émis.

Une lampe spectrale émet un rayonnement discontinu constitué de plusieurs fréquences bien précises. Le spectre est **discret** et contient des pics fins appelés **raies spectrales**.

## 2.3 Sources laser

Une source laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) fonctionne sur les mêmes principes physiques que les lampes spectrales à la différence près où le dispositif fait en sorte de désexciter tous les atomes en même temps.

Le rayonnement émis par les atomes de la source laser est confiné entre deux miroirs. Dans le chapitre *Ondes stationnaires mécaniques*, on montre que la fréquence d'une onde confinée entre deux extrémités ne peut prendre que certaines valeurs : la fréquence est **quantifiée**. Dans une source laser, l'onde effectue alors des allers-retours entre les deux miroirs : le spectre est **discontinu** et ne contient qu'une seule fréquence.

Un faisceau laser présente une unique raie spectrale beaucoup plus fine qu'une raie de lampe spectrale : la lumière laser constitue ainsi la forme la plus proche du modèle de la source lumineuse monochromatique.

Les sources laser sont très directifs et sont des sources de faible puissance lumineuse : quelques milliwatts. Le diamètre du faisceau à la sortie du tube est d'environ 1 mm. L'éclairement reçu sur un écran est d'environ  $1 \text{ mW} \cdot \text{mm}^{-1}$ . Cependant, le faisceau laser non étalé est dangereux pour l'œil : l'éclairement est sensiblement le même que celui reçu sur Terre par le Soleil mais il est focalisé sur la rétine sur une surface plus petite. Il est nécessaire de prendre des précautions dès que l'on utilise cette source lumineuse.

## 3 Modèle géométrique de la lumière

### 3.1 Cadre de l'approximation géométrique

De nombreuses expériences simples d'optique géométrique peuvent être étudiées et expliquées sans faire référence à la nature ondulatoire de la lumière, c'est-à-dire sans évoquer les effets d'interférence et de diffraction. L'optique géométrique est donc en soit une approximation de la théorie ondulatoire. Et comme toute approximation, elle n'est valable que si certaines conditions sont vérifiées.

SI l'on examine d'un peu plus près une expérience de diffraction. Un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda$  arrive sur une fente de largeur  $a$  réglable. Lorsque la largeur est « suffisamment grande », une fraction de la lumière incidente traverse la fente pour arriver sur l'écran : la tache observée est plus petite.

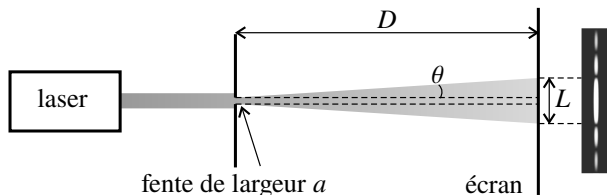


Figure 1.3 – Diffraction d'un faisceau laser par une fente fine.

Cependant, lorsque la largeur  $a$  est de l'ordre de quelques longueurs d'onde, la tache s'étale et est constituée de plusieurs fragments (voir figure 1.3).

L’optique géométrique est applicable lorsque les effets ondulatoires peuvent être ignorés, c’est-à-dire lorsque la taille  $a$ , caractéristique du milieu de propagation, est très grande devant la longueur d’onde de la lumière. Le critère souvent retenu est

$$a > 1000 \lambda.$$

Pour une longueur d’onde de la lumière visible de l’ordre de 500 nm, l’approximation géométrique est valable si la taille caractéristique du milieu de propagation est supérieure à 0,5 mm.

### 3.2 Notion de rayon lumineux

L’optique géométrique se construit autour de la notion de rayon lumineux. Cette notion est assez intuitive : il suffit d’imaginer la propagation d’un laser dans l’air pour se convaincre de la présence de rayons qui se propagent en ligne droite sans encombre. La direction de propagation de la lumière laser correspond à la direction de propagation de l’énergie.

L’optique géométrique introduit la notion de **rayons lumineux**, lignes le long desquelles l’onde lumineuse, c’est-à-dire son énergie, se propage.

Dans le cadre de l’approximation géométrique, la propagation d’un rayon lumineux n’est pas affectée par celle des autres.

### 3.3 Propagation rectiligne

Dans le vide, la lumière se propage **rectilignement** mais ce n’est *a priori* pas le cas dans un milieu matériel quelconque.

Il existe des milieux particuliers où la lumière se propage rectilignement : il s’agit des milieux **homogènes** et **isotropes** :

- milieu homogène : les propriétés sont identiques en tout point de l’espace ;
- milieu isotrope : les propriétés sont indépendantes de la direction de l’espace.

Afin de mieux visualiser ces définitions, prenons l’exemple d’une autoroute. *A priori* sur chaque portion d’autoroute les voitures peuvent choisir de rouler à n’importe quelle vitesse. En chaque point de cette autoroute les propriétés générales sont les mêmes : le milieu est homogène. En revanche, le milieu n’est pas isotrope car les voitures ne peuvent aller que dans deux directions possibles.

La lumière se propage rectilignement dans un milieu homogène.

Lorsque le milieu n’est pas homogène, notamment parce que l’indice optique varie en fonction de la température, la lumière ne se propage plus en ligne droite. Cela explique par exemple les mirages optiques observés dans des milieux où la température varie fortement en fonction de l’altitude (désert, zone glaciaire, etc.).

## 4 Lois de Snell-Descartes

Lorsqu’il y a un changement brusque de milieu, par exemple entre l’air et l’eau, la lumière **incidente** se sépare en deux parties :

- un rayon **réfléchi** qui se propage dans le même milieu que le rayon incident ;
- un rayon **réfracté** qui se propage dans l’autre milieu.

## 4.1 Définitions

Par définition,

- la surface entre les deux milieux transparents est appelée **dioptre** ;
- le point de contact entre le rayon incident et le dioptre est appelé point d'incidence ;
- la normale au dioptre et le rayon incident forment le **plan d'incidence** ;
- les angles  $i_1, r, i_2$  sont respectivement les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction. **Ces angles sont algébrisés et orientés par rapport à la normale.**

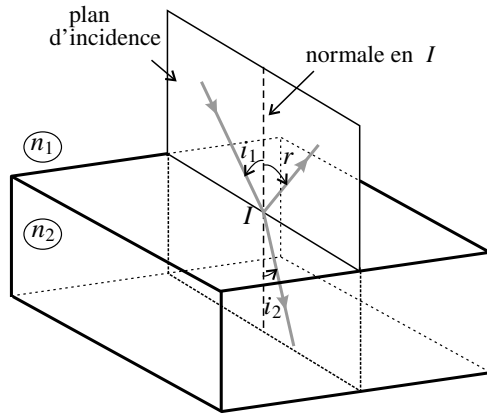


Figure 1.4 – Réflexion et réfraction sur un dioptre.

## 4.2 Énoncé des lois

On note  $n_1$  l'indice optique du milieu de propagation du rayon incident et  $n_2$  l'indice optique du milieu de propagation du rayon réfracté.

Lois de Descartes :

- les rayons réfléchi et réfracté sont situés dans le plan d'incidence ;
- loi de la réflexion :  $i_1 = -r$  ;
- loi de la réfraction :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

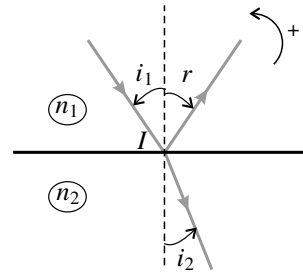


Figure 1.5 – Représentation dans le plan d'incidence.

On prêtera attention à l'algébrisation des angles ! Sur la figure ci-contre :  $i_1 > 0$ ,  $r < 0$  et  $i_2 > 0$ .

## 4.3 Détails sur la réfraction

D'après la loi de la réflexion, les rayons incident et réfléchi sont symétriques par rapport à la normale, indépendamment du milieu d'indice  $n_2$ .

D'après la loi de réfraction, l'angle de réfraction peut se calculer :  $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$ . Deux cas apparaissent :  $n_2 > n_1$  et  $n_2 < n_1$  :

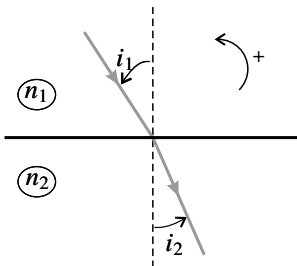


Figure 1.6 – Réfraction avec un milieu (2) plus réfringent.

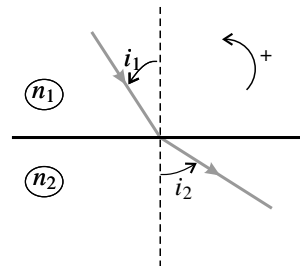


Figure 1.7 – Réfraction avec un milieu (2) moins réfringent.

- pour  $n_2 > n_1$ , le deuxième milieu est plus réfringent que le premier. On a alors :

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < \sin i_1,$$

c'est-à-dire  $i_2 < i_1$  : le rayon réfracté se rapproche de la normale (figure 1.6);

- pour  $n_1 > n_2$ , le deuxième milieu est moins réfringent que le premier. On a alors :

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > \sin i_1,$$

c'est-à-dire  $i_1 < i_2$  : le rayon réfracté s'écarte de la normale (figure 1.7).

## 4.4 Réflexion totale

Pour un angle d'incidence  $i_1$  donné, compris entre 0 et  $\pi/2$ , existe-t-il toujours un rayon réfracté ?

Dans le cas  $n_1 > n_2$ , on représente l'évolution de l'angle de réfraction lorsque l'angle d'incidence augmente :

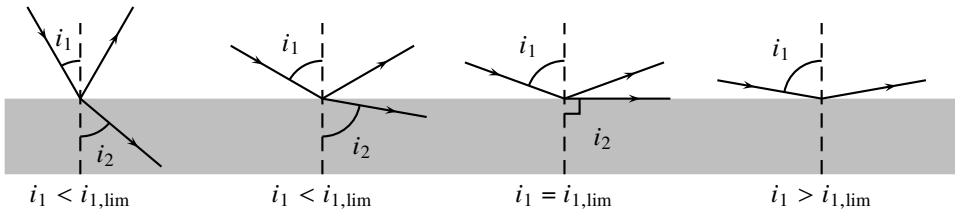


Figure 1.8 – Évolution des rayons en fonction de l'angle d'incidence dans le cas  $n_1 > n_2$ .

Dans cette situation, la loi de réfraction impose  $i_2 > i_1$ . L'angle de réfraction peut atteindre la valeur de  $\pi/2$  avant  $i_1$ . Cependant,  $i_2$  ne peut pas dépasser cette valeur, de sorte que le rayon réfracté disparaît à partir d'un angle d'incidence limite noté  $i_{1,\text{lim}}$ . Pour cette situation, la loi de la réfraction s'écrit

$$\sin i_{1,\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1} \sin \left( \frac{\pi}{2} \right) = \frac{n_2}{n_1} < 1.$$

Lorsque  $i_1 > i_{1,\text{lim}}$ , le rayon réfracté n'existe plus et toute l'intensité du rayon initialement réfracté se transmet au rayon réfléchi : on parle de **réflexion totale**.

Il y a réflexion totale lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- le milieu incident est plus réfringent que le milieu réfracté ( $n_2 < n_1$ );
- l'angle d'incidence  $i_1$  vérifie l'inégalité  $i_1 \geq i_{1,\text{lim}}$  avec :

$$i_{1,\text{lim}} = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right).$$

La réflexion totale est utilisée dans le guidage de la lumière par les fibres optiques, étudiée dans le chapitre suivant.

**MÉTHODOLOGIE**

Comment sont définis les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction ?

▷ *Toujours définis par rapport à la normale au dioptre (et non par rapport au dioptre).*

Y a-t-il toujours réflexion totale ?

▷ *Non. Seulement si l'onde se propage d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent.*

Comment établir l'angle de réfraction limite ?

▷ *Écrire la loi de la réfraction et prendre un angle de réfraction de valeur  $\frac{\pi}{2}$ .*

**PROGRAMME OFFICIEL ET SOMMAIRE DES EXERCICES**

## NOTIONS ET CONTENUS

## CAPACITÉS EXIGIBLES

|                                                                                            |                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Modèle de la source ponctuelle monochromatique.<br>Spectre.                                | Caractériser une source lumineuse par son spectre.<br>Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.<br>► <b>1.C3</b><br>▷ <b>1.3 1.4 1.7</b> |
| Modèle de l'optique géométrique. Notion de rayon lumineux. Indice d'un milieu transparent. | Définir le modèle de l'optique géométrique.<br>Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique.<br>► <b>1.C1</b>                             |
| Réflexion, réfraction. Lois de Snell-Descartes.                                            | Établir la condition de réflexion totale.<br>► <b>1.C2 1.C4</b><br>▷ <b>1.1 1.2 1.5 1.6 1.8</b>                                                      |

## EXERCICES ★ (LE COURS)

**1.C1 Approximation géométrique** À partir d'un calcul d'ordre de grandeur, déterminer si on peut appliquer les lois de l'optique géométrique dans les cas suivants :

- 1) un faisceau lumineux se propage à l'intérieur d'un objectif d'un téléphone portable ;
- 2) un laser rouge rencontre un cheveu.

**1.C2 Lois de Snell-Descartes**

Énoncer les lois de Snell-Descartes.

**1.C3 Réfraction** Un rayon lumineux de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$  se propage dans l'air d'indice  $n_a \simeq 1,0$  et arrive à la séparation avec un milieu constitué d'eau d'indice optique  $n_e \simeq 1,3$ .

L'onde transmise et l'onde réfléchie ont-elles la même longueur d'onde que l'onde incidente ? De même pour la fréquence ? Ont-elles la même couleur ?

**1.C4 Réflexion totale**

- 1) Définir la notion de réflexion totale.
- 2) À quelles conditions y a-t-il réflexion totale ? Établir l'expression de l'angle d'incidence limite.

## EXERCICES ★★

**1.1 Doublage de fréquence**

Le rayon laser utilisé à l'observatoire du CERGA pour mesurer la distance Terre-Lune est obtenu par doublage de fréquence à partir d'un laser de longueur d'onde  $\lambda_1 = 1,064 \mu\text{m}$ .

- 1) Quelle est la longueur d'onde  $\lambda_2$  de la lumière envoyée vers la Lune ? Quelle est sa couleur ?
- 2) On envoie en fait des impulsions durant  $0,1 \text{ ns}$ . Calculer le nombre d'oscillations du signal lumineux dans une impulsion.

**1.2 Incidence de Brewster**

Un rayon lumineux arrive à l'interface plane séparant l'air d'un milieu d'indice  $n$ . Il se scinde en un rayon réfléchi et un rayon réfracté.

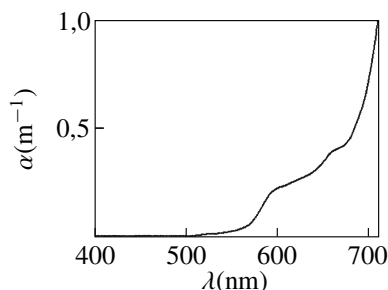
Trouver l'angle d'incidence  $i_B$ , appelé angle de Brewster, pour lequel ces deux rayons sont perpendiculaires entre eux. Faire l'application numérique dans le cas de l'eau d'indice  $n = 1,33$ , puis d'un verre d'indice  $1,5$ .

**1.3 Absorption de la lumière par l'eau**

Lorsqu'une lumière monochromatique de longueur  $\lambda$  traverse une épaisseur  $L$  d'eau, la puissance lumineuse est multipliée par le facteur de transmission :  $T(\lambda) = \exp(-\alpha(\lambda)L)$ , où  $\alpha(\lambda)$  est appelé coefficient d'absorption. La figure page suivante représente le coefficient d'absorption de l'eau en fonction de la longueur d'onde pour le spectre visible.

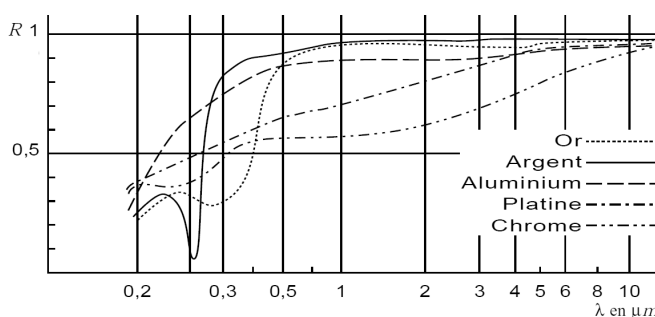
1) Quelle est d'après cette courbe la couleur de la radiation la plus absorbée par l'eau ? Pour cette radiation, quel est le facteur de transmission lorsque l'épaisseur traversée vaut 10 cm ? 2 m ? Quel est le facteur de transmission pour la longueur d'onde la moins absorbée ?

2) Un poisson rouge et blanc est photographié sous l'eau, à quelques mètres de profondeur. Quelle sont les couleurs du poisson sur la photo si elle a été prise sans flash ? avec flash ?



#### 1.4 Réflectivité d'un métal

Lorsqu'une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  est réfléchi par un métal, la puissance lumineuse est multipliée par  $R(\lambda)$ . La figure ci-après compare les coefficients de réflexion  $R(\lambda)$  de divers métaux en fonction de la longueur d'onde.



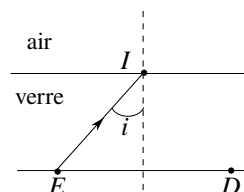
1) Quel est le métal qui vous semble le plus adapté à la réalisation d'un bon miroir dans le domaine visible ? Estimer son coefficient de réflexion sur l'ensemble du visible.

2) Interpréter la couleur d'un miroir obtenu par dépôt d'une couche d'or.

### EXERCICES ★★★

#### 1.5 Détection de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur  $e = 5$  mm, d'indice  $n_v = 1,5$ . Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en  $E$  arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en  $I$  avec un angle d'incidence  $i = 60^\circ$ .



1) Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en  $D$  et déterminer la distance  $ED$ .

2) Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice  $n_e = 1,33$  et d'épaisseur  $e' = 1$  mm se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

#### 1.6 Erreur sur le positionnement d'un objet

Un observateur de taille  $t = 1,8$  m regarde un objet au fond d'un bassin depuis le bord. Le bassin de hauteur  $h = 1,5$  m contient une épaisseur  $e = 1,0$  m d'eau (indice  $n = 1,33$ ). L'objet semble situé à une distance  $d = 1$  m du bord. Déterminer la véritable position de l'objet.

**1.7 Décalage vers le rouge**

Soit un détecteur  $D$  fixe en un point  $O$  de l'espace, une source  $S$  se déplace à la vitesse algébrique  $V$  sur un axe  $(Ox)$  orienté du détecteur vers la source. L'abscisse  $x(t)$  représente la distance entre  $D$  et  $S$ . La source  $S$  émet un signal de période  $T$ ; la célérité du signal dans le milieu qui sépare  $S$  de  $D$  est  $c$ .

- 1) Soit  $t$  (respectivement  $t'$ ) et  $t + T$  (respectivement  $t' + T'$ ) les instants correspondant à l'émission par la source (respectivement la réception par le détecteur) du début et de la fin d'une période du signal. Calculer  $t'$  et  $t' + T'$  en fonction des données.
- 2) Si on suppose que le temps caractéristique de variation de la vitesse de la source est très grand devant  $T$ , exprimer  $T'$  en fonction de  $T$ ,  $V$  et  $c$ . Dans le cas où  $V \ll c$ , exprimer  $\nu'$  la fréquence mesurée par le détecteur en fonction de la fréquence émise  $\nu$ , de  $V$  et de  $c$ .
- 3) On constate que le spectre de la lumière reçue des étoiles est décalé vers le rouge par rapport à celui que l'on obtiendrait sur Terre avec une source composée d'atomes identiques à ceux constituant les étoiles observées. Quelle information peut-on en déduire ?

**EXERCICES ★★★★★****1.8 Dispersion de la lumière solaire lors d'un arc-en-ciel**

Un milieu dispersif est un milieu dont l'indice optique dépend de la longueur d'onde de la lumière. Dans ce problème on s'intéresse à une conséquence du caractère dispersif de l'eau : le phénomène d'arc-en-ciel. L'indice optique de l'eau est donné par la loi de Cauchy :  $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ , où  $a$  et  $b$  sont des constantes positives caractéristiques du milieu et  $\lambda$  la longueur d'onde.

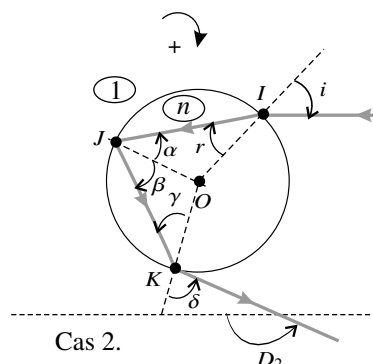
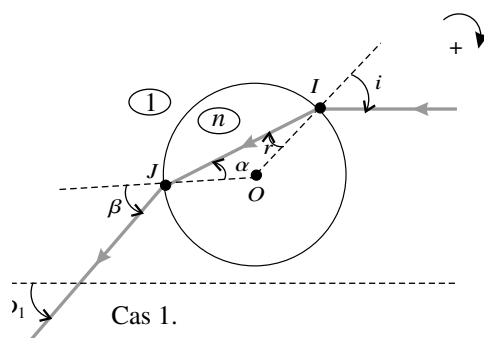
- 1) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction d'un rayon lumineux passant de l'air (milieu d'indice unité) vers un milieu d'indice  $n$ . On fera un schéma en notant  $i$  l'angle d'incidence et  $r$  l'angle de réfraction. Exprimer la dérivée  $\frac{dr}{di}$  exclusivement en fonction de l'indice  $n$  et du sinus ( $\sin i$ ) de l'angle d'incidence.
- 2) Exprimer, en fonction de  $i$  et de  $r$ , la valeur de la déviation du rayon lumineux, définie par l'angle entre la direction incidente et la direction émergente, orientées dans le sens de propagation.
- 3) Exprimer aussi, à l'appui d'un schéma, la déviation d'un rayon lumineux dans le cas d'une réflexion.
- 4) Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère recevant un faisceau de rayons parallèles entre eux. Dans tout ce qui suit, on considérera que l'observation est faite par un œil accommodant à l'infini, c'est-à-dire assimilable à une lentille convergente (cristallin) capable de focaliser sur un écran (rétine) tout faisceau de lumière parallèle issu d'une goutte d'eau. On recherche, dans un premier temps, les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau de lumière parallèle. Pour cela on fait intervenir l'angle de déviation  $D$  de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle de déviation  $D$  est une fonction de l'angle d'incidence  $i$ .

Exprimer la condition de parallélisme des rayons émergents en la traduisant mathématiquement au moyen de la dérivée  $\frac{dD}{di}$ .

Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre  $O$ , est atteinte sous des incidences  $i$  variables comprises entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Son indice, pour une radiation donnée, sera noté  $n$  tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité.

On considère les trois cas représentés sur la figure ci-dessous :

1. lumière directement transmise ;
2. lumière transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte ;
3. lumière transmise après deux réflexions partielles à l'intérieur de la goutte.



5) Pour le cas 1 :

a. Exprimer en fonction de l'angle d'incidence  $i$  ou de l'angle de réfraction  $r$ , tous les angles marqués de lettres grecques.

b. En déduire l'angle de déviation  $D$  propre à chaque cas, en fonction de  $i$  et de  $r$ .

c. Rechercher ensuite, si elle existe, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus ( $\sin i$ ) de l'angle d'incidence et l'indice  $n$  de l'eau.

6) Mêmes questions dans le cas 2.

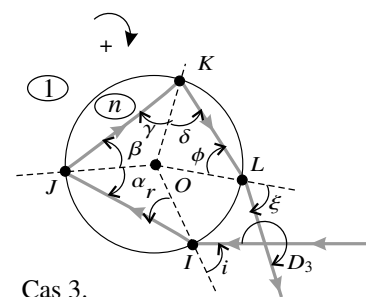
7) Mêmes questions dans le cas 3.

8) Le soleil étant supposé très bas sur l'horizon, normal au dos d'un observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte d'eau se trouve sur deux cônes d'axes confondus avec la direction solaire et de demi-angles au sommet  $\theta_2 = 180^\circ + D_2 = 180^\circ - |D_2|$  (justification de l'arc primaire) et  $\theta_3 = D_3 - 180^\circ$  (justification de l'arc secondaire).

9) Les angles  $\theta_2$  et  $\theta_3$  dépendant de l'indice  $n$  de l'eau, on observe un phénomène d'irisation dû au fait que cet indice évolue en fonction de la longueur d'onde.

Calculer ces angles pour le rouge et le violet, sachant que pour le rouge l'indice vaut 1,3317 tandis que pour le violet il est égal à 1,3448.

En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets.



## CORRIGÉS

- 1.C1** 1)  $\lambda \simeq 500 \text{ nm}$  et  $d \simeq 1 \text{ mm}$  :  $\frac{d}{\lambda} \simeq 2000$ . On peut utiliser l'optique géométrique.  
 2)  $\lambda \simeq 600 \text{ nm}$  et  $d \simeq 50 \mu\text{m}$  :  $\frac{d}{\lambda} \simeq 80$ . On ne peut pas utiliser l'optique géométrique.

**1.C2** Cf p. 27.

**1.C3** Même fréquence, et donc même couleur, mais pas même longueur d'onde, cf p. 23.

**1.C4** 1) Cf p. 28. 2) Cf p. 28.

### 1.1 Doublage de fréquence

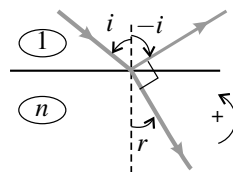
1) La relation entre la longueur d'onde  $\lambda$  et la fréquence  $f$  est  $\lambda = \frac{c}{f}$  où  $c$  est la vitesse de la lumière. Si la fréquence est doublée, la longueur d'onde est divisée par deux. Donc :  $\lambda_2 = \frac{1}{2}\lambda_1 = 532 \text{ nm}$ . Cette longueur d'onde correspond à une **couleur verte**.

2) La période de l'onde est  $T_2 = \frac{\lambda_2}{c} = 1,77 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ . Le nombre d'oscillations dans une impulsion durant  $\tau = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$  est  $\frac{\tau}{T_2} \simeq 6 \cdot 10^4$ .

### 1.2 Incidence de Brewster

D'après la figure on doit avoir :  $r + \frac{\pi}{2} + i = \pi$ , soit  $r = \frac{\pi}{2} - i$ . La loi de la réflexion,  $\sin i = n \sin r$ , donne alors :  $\sin i = n \cos i$  soit  $\tan i = n$ . L'angle d'incidence de Brewster est :  $i_B = \arctan(n)$ .

Pour l'eau  $i_{B,\text{eau}} = 53^\circ$  et pour le verre  $i_{B,\text{verre}} = 56^\circ$ .



### 1.3 Absorption de la lumière par l'eau

1) L'absorption est d'autant plus forte que  $\alpha(\lambda)$  est grand. Les longueurs d'onde les plus absorbées par l'eau sont au-dessus de 600 nm et correspondent à la **couleur rouge**.

Pour  $\lambda_1 \simeq 710 \text{ nm}$  (plus grande longueur d'onde sur le graphe),  $\alpha(\lambda_1) \simeq 1 \text{ m}^{-1}$ . Pour une épaisseur d'eau traversée de 10 cm,  $T(\lambda_1) \simeq \exp(-0,1) = 0,90$  et pour une épaisseur de 2 m,  $T(\lambda_1) \simeq \exp(-2) = 0,14$ .

Pour les longueurs d'onde les plus faibles (**couleur bleu**), l'eau n'absorbe pas :  $\alpha(\lambda) \simeq 0$   $T(\lambda) \simeq 1$ .

2) Les parties rouges du poisson réfléchissent dans le rouge. Mais à quelques mètres de profondeur la lumière du soleil est fortement appauvrie en rouge, elles apparaîtront donc noires sur la photo. Les parties blanches réfléchissent tout le spectre, elles apparaîtront vertes (couleur complémentaire du rouge absent de la lumière reçue par le poisson). Ainsi, le poisson sera **noir et vert** sur la photo en lumière solaire.

Si on utilise un flash, on éclaire le poisson avec un spectre complet (on peut négliger l'absorption par la dizaine de centimètres d'eau entre l'appareil et le poisson) et le poisson aura ses véritables couleurs sur la photo.

### 1.4 Réflectivité d'un métal

1) Le meilleur métal pour faire un miroir est l'argent car il a le plus fort pouvoir réflecteur et ce pouvoir réflecteur est assez uniforme sur le spectre visible. Le coefficient de réflexion moyen est environ de 0,9.

2) L'or ne réfléchit pas bien les longueurs d'onde les plus petites du spectre visible (entre 400 et 450 nm). Il réfléchit donc peu la lumière bleue, ce qui explique sa couleur jaune (couleur complémentaire du bleu).

### 1.5 Détection de pluie sur un pare-brise

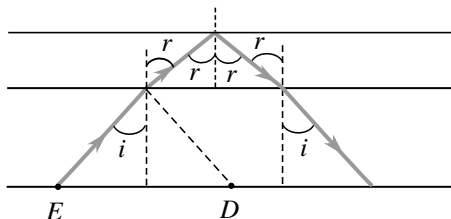
1) Il peut y avoir réflexion totale en  $I$ , car le rayon passe du verre à l'air qui est moins réfringent. On calcule l'angle de réfraction limite en  $I$  :  $R_{\text{lim},v} = \arcsin \frac{1}{n_v} = 41,8^\circ$  (on a pris 1 pour l'indice de l'air). Il y a réflexion totale en  $I$  si  $i > R_{\text{lim},v}$ , ce qui est le cas pour  $i = 60^\circ$ . Le flux lumineux est donc entièrement réfléchi.

Pour trouver la position du détecteur, on applique la loi de réflexion en  $I$  : le rayon est réfléchi symétriquement par rapport à la normale : la distance entre l'émetteur  $E$  et le détecteur  $D$  doit donc être :  $ED = 2e \tan i = 1,7 \text{ cm}$ .

2) Les deux dioptres sont maintenant verre-eau et eau-air. Dans les deux cas, il peut y avoir réflexion totale. On calcule les deux angles de réfraction limite : pour le dioptre verre-eau,  $n_v \sin R_{\text{lim},1} = n_e \sin \pi/2$  soit  $R_{\text{lim},1} = 62,5^\circ$  et pour le dioptre eau-air :  $n_e \sin R_{\text{lim},2} = \sin \pi/2$  soit  $R_{\text{lim},2} = 48,75^\circ$ .

L'angle  $i$  est inférieur à  $R_{\text{lim},1}$ , il y a donc réfraction sur le premier dioptre. On calcule l'angle  $r$  après réfraction :  $n_v \sin i = n_e \sin r$  donc  $r = 77,6^\circ$ .

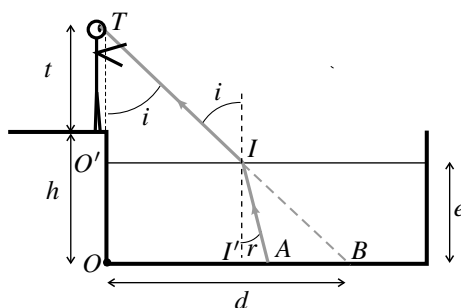
L'angle  $r$  est aussi l'angle d'incidence sur le deuxième dioptre, il y a donc réflexion totale sur ce dioptre puisque  $r > R_{\text{lim},2}$ . On obtient la marche du rayon lumineux représenté sur la figure. On constate que le rayon lumineux ne tombe plus sur le détecteur mais à distance  $2e' \tan r = 0,9 \text{ cm}$  de celui-ci. Un système de commande relié au détecteur peut alors déclencher les essuie-glaces.



### 1.6 Erreur sur le positionnement d'un objet

L'observateur a l'impression que l'objet est dans la direction du rayon qu'il reçoit. On voit sur la figure que le rayon provenant de l'objet s'est éloigné de la normale au dioptre (air-eau) puisque  $n > 1$ . On note  $A$  la position réelle de l'objet et  $B$  sa position apparente ; puis :

- dans le triangle  $TOB$  :  $d = OB = (h + t) \tan i$  d'où  $i = 16,9^\circ$  ;
- dans le triangle  $TO'I$  :  $O'I = (h - e) \tan i$  ;
- dans le triangle  $II'A$  :  $AI' = e \tan r$  ;
- loi de Descartes en  $I$  :  $\sin i = n \sin r$ .



D'autre part, les angles sont inférieurs à  $\frac{\pi}{2}$  donc :  $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}$ . On en déduit que :  $OA = O'I + I'A = e \tan r + (h - e + t) \tan i$  donc :

$$OA = e \frac{\sin i}{n} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}} + (h - e + t) \tan i = 0,92 \text{ m.}$$

### 1.7 Décalage vers le rouge

1) Le signal de début de période, émis à l'instant  $t$ , doit parcourir jusqu'au détecteur la distance  $x(t)$ ; il est donc reçu à l'instant :  $t' = t + \frac{x(t)}{c}$ . Le signal de fin de période, émis à l'instant  $t + T$ , doit parcourir jusqu'au détecteur la distance  $x(t + T)$ ; il est donc reçu à l'instant :  $t' + T' = t + T + \frac{x(t+T)}{c}$ .

2) Si la vitesse  $V$  de la source varie peu entre les instants  $t$  et  $t + T$ , on a :  $x(t + T) \simeq x(t) + VT$ . On a alors :  $T' = \left(t + T + \frac{x(t+T)}{c}\right) - \left(t + \frac{x(t)}{c}\right) = T + \frac{1}{c}(x(t + T) - x(t)) \simeq \left(1 + \frac{V}{c}\right) T$ .

On en déduit la fréquence  $f'$  mesurée par le détecteur :

$$f' = \frac{1}{T'} = \left(1 + \frac{V}{c}\right)^{-1} \frac{1}{T} = \left(1 + \frac{V}{c}\right)^{-1} f \simeq \left(1 - \frac{V}{c}\right) f,$$

en faisant l'approximation  $(1 + \varepsilon)^{-1} \simeq 1 - \varepsilon$  pour  $\varepsilon = \frac{V}{c} \ll 1$ . Ce changement de fréquence est une manifestation de l'effet Doppler.

3) Le décalage vers le rouge, nommé *redshift* en anglais, correspond à une augmentation des longueurs d'onde, par l'effet Doppler, donc à une diminution des fréquences. Le calcul précédent montre que c'est ce qui se passe si la distance entre la source et le détecteur augmente au cours du temps. On peut donc déduire de cette observation que les étoiles lointaines s'éloignent de nous, phénomène dû à l'expansion de l'Univers.

### 1.8 Dispersion de la lumière solaire lors d'un arc-en-ciel

1) Loi de Descartes pour la réfraction : le rayon réfracté appartient au plan d'incidence et  $\sin i = n \sin r$ . On dérive cette loi par rapport à  $i$  sachant que  $n$  est indépendant de  $i$  :

$$\cos i = n \cos r \frac{dr}{di} \Rightarrow \frac{dr}{di} = \frac{1}{n} \frac{\cos i}{\cos r}.$$

Les angles sont dans l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , donc le cosinus est positif; on peut utiliser la

formule  $\cos = \sqrt{1 - \sin^2}$  pour trouver :  $\frac{dr}{di} = \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} = \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}}.$

2) La déviation est l'angle dont a tourné le rayon lumineux par rapport à la direction incidente. Dans le cas de la réfraction (figure ci-dessous, à gauche), la déviation  $D$  est égale à  $r - i$ .

3) Dans le cas de la réflexion (figure page suivante à droite), la déviation vaut  $D = \pi - 2i$ .

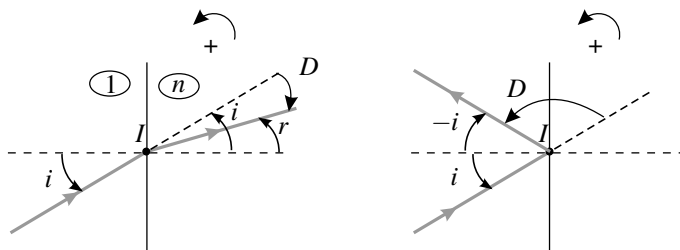
4) Les rayons émergents sont parallèles quel que soit l'angle d'incidence  $i$  si la déviation  $D$  est indépendante de  $i$  soit  $\frac{dD}{di} = 0$ .

5) a. Le triangle  $OIJ$  est isocèle, donc  $\alpha = -r$ . Dans ce cas, la loi de Descartes en  $J$  s'écrit  $\sin \beta = n \sin(-r) = -n \sin r = -\sin i$  donc  $\beta = -i$ .

b. La déviation en  $I$  est  $D = r - i$ , et celle en  $J$  est  $D' = \beta - \alpha = r - i$ , soit globalement :  $D_1 = D + D' = 2(r - i)$ .

c. On calcule la dérivée de  $D_1$  par rapport à  $i$  :  $\frac{dD_1}{di} = 2 \frac{dr}{di} - 2 = 2 \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}} - 2$ .

La dérivée est nulle si  $\sqrt{1 - \sin^2 i} = n \sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}$ . En élevant au carré et en simplifiant, on trouve  $n = 1$ , ce qui n'a pas d'intérêt. Dans ce cas, il n'est pas possible d'avoir des rayons émergents parallèles.



6) a. L'application de la loi de Descartes pour la réflexion en  $J$  donne  $\beta = -\alpha$ . D'autre part, les triangles  $OIJ$  et  $OKJ$  sont isocèles donc  $r = \beta = -\alpha = -\gamma$ . Alors, l'application de la loi de Descartes en  $K$  donne  $\sin \delta = n \sin \gamma = -n \sin r = -\sin i$  soit  $\delta = -i$ .

b. Pour la déviation, on a la somme de trois termes : la déviation en  $I$ ,  $D = r - i$ ; la déviation en  $J$ ,  $D' = \pi - 2\alpha = \pi + 2r$ ; la déviation en  $K$ ,  $D'' = \delta - \gamma = -i + r$ . Donc :  $D_2 = D + D' + D'' = \pi + 4r - 2i$ .

c. On dérive  $D_2$  :  $\frac{dD_2}{di} = 4 \frac{dr}{di} - 2 = 4 \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}} - 2$ . Cette dérivée

s'annule si :  $\sin^2 i = \frac{4 - n^2}{3}$ .

7) a. De manière analogue :  $r = \beta = \delta = -\alpha = -\gamma = -\phi$  et  $\xi = -i$ .

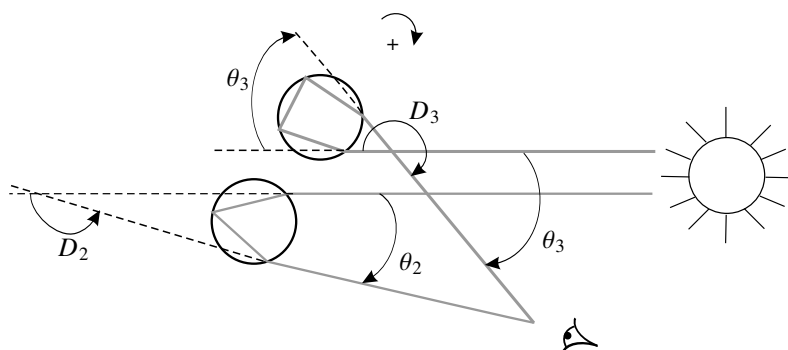
b.  $D_3 = (r - i) + (\pi - 2\alpha) + (\pi - 2\gamma) + \xi - \phi = (r - i) + (\pi + 2r) + (\pi + 2r) + (-i + r)$  soit :  $D_3 = 2\pi + 6r - 2i$ .

c. On dérive  $D_3$  :  $\frac{dD_3}{di} = 6 \frac{dr}{di} - 2 = 6 \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}} - 2$ . Cette dérivée s'annule si :

$\sin^2 i = \frac{9 - n^2}{8}$ .

8) Le soleil étant très bas sur l'horizon, on peut supposer que les rayons incidents sont horizontaux. La figure ci-dessous représente les deux cas possibles. Les angles  $\theta_2$  et  $\theta_3$  entre les rayons incidents pour l'œil et les rayons provenant du soleil valent :

$$\begin{cases} \theta_2 = \pi + D_2 = \pi - |D_2| \\ \theta_3 = D_3 - \pi. \end{cases}$$



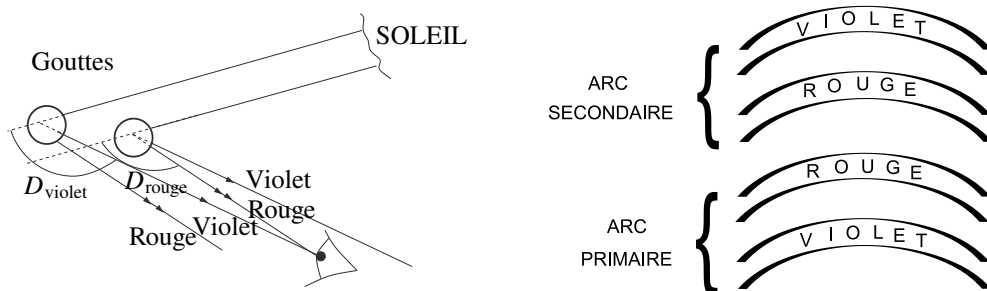
9) Pour l'arc primaire, on calcule  $i$  avec la relation  $\sin^2 i = \frac{4-n^2}{3}$ , on en déduit  $r$  avec la loi de Descartes puis  $D_2$  avec la relation  $D_2 = D + D' + D'' = \pi + 4r - 2i$ . On procède de même pour  $D_3$  avec les relations  $\sin^2 i = \frac{9-n^2}{8}$  et  $D_3 = 2\pi + 6r - 2i$ .

| couleur | $i$    | $r$    | $ D_2 $ | $\theta_2(\text{rad})$ | $\theta_2(^{\circ})$ |
|---------|--------|--------|---------|------------------------|----------------------|
| rouge   | 1,0382 | 0,7035 | 2,4039  | 0,7377                 | 42,2675              |
| violet  | 1,0250 | 0,6887 | 2,4366  | 0,7050                 | 40,3927              |
| couleur | $i$    | $r$    | $D_3$   | $\theta_3$             | $\theta_3(^{\circ})$ |
| rouge   | 1,2546 | 0,7948 | 4,0238  | 0,8823                 | 50,5494              |
| violet  | 1,2473 | 0,7825 | 4,0830  | 0,9414                 | 53,9363              |

L'angle  $\theta_2$  est plus grand pour le rouge que pour le violet. Les rayons rouges observés par l'œil proviennent donc de gouttes de plus haute altitude, car dans ce cas les rayons violets « passent au-dessus de l'œil », et ce sont les rayons violets des gouttes de plus basse altitude qui entrent dans l'œil. On voit donc le violet en dessous du rouge pour l'arc primaire.

En ce qui concerne l'arc secondaire, il n'est pas toujours visible car beaucoup moins intense (il y a deux réflexions dans la goutte). On remarque que  $\theta_3 > \theta_2$ , donc les gouttes donnant l'arc secondaire visible par l'œil seront à plus haute altitude que celles donnant l'arc primaire. L'arc secondaire est donc vu au-dessus de l'arc primaire. D'autre part, les couleurs sont inversées car  $\theta_3$  est plus grand pour le violet que pour le rouge.

Les figures suivantes récapitulent l'ordre des couleurs.



# Optique géométrique

## 2

Ce chapitre est consacré à la formation d'images par des systèmes optiques, c'est-à-dire un ensemble de composants optiques (dioptries ou miroirs) rencontrés successivement par les rayons lumineux. Le système optique le plus simple est le miroir plan que nous étudierons en première partie. Puis nous étudierons les lentilles minces.

## 1 Miroir plan

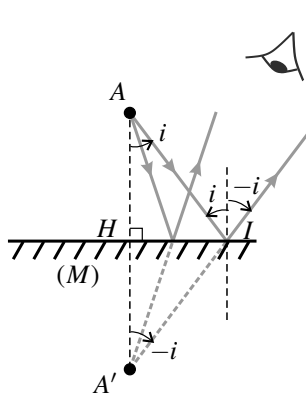
### 1.1 Image d'un point objet par un miroir plan

Un **miroir plan** est une surface réfléchissante plane. Comme chacun sait, on « se voit » dans un miroir. L'optique géométrique explique cette constatation en termes de rayons lumineux.

#### a) Image par un miroir plan d'un point objet réel

Un **point objet réel** est un point d'où partent les rayons lumineux qui arrivent sur un système optique.

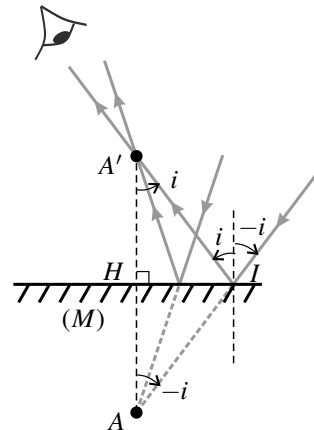
On considère un point objet réel  $A$  situé devant un miroir plan. Un observateur reçoit les rayons lumineux issus de  $A$  après qu'ils ont été réfléchis par  $(M)$  (voir figure 2.1). La loi de la réflexion fait que ces rayons semblent provenir du point  $A'$  symétrique de  $A$  par rapport au plan de  $(M)$  (voir figure 2.1).



**Figure 2.1** – Image d'un point objet réel par un miroir plan.

On considère un point objet réel  $A$  situé devant un miroir plan. Un

observateur reçoit les rayons lumineux issus de  $A$  après qu'ils eurent été réfléchis par  $(M)$  (voir figure 2.1). La loi de la réflexion fait que ces rayons semblent provenir du point  $A'$  symétrique de  $A$  par rapport au plan de  $(M)$  (voir figure 2.1).



**Figure 2.2** – Image d'un point objet virtuel par un miroir plan.

On prouve maintenant ce résultat. Soit un rayon issu de  $A$  se réfléchissant sur  $(M)$  en  $I$  avec un angle d'incidence quelconque  $i$  et soit  $A'$  le point d'intersection du prolongement du rayon réfléchi avec la droite normale au miroir passant par  $A$ . Sur la figure 2.1 on retrouve l'angle  $i$  en  $A$  par la propriété des angles alterne-interne et l'angle  $-i$  en  $A'$ . Il vient alors :

$$\tan i = \frac{HI}{HA} = \frac{HI}{HA'} \quad \text{donc} \quad HA' = HA.$$

Ainsi,  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au plan du miroir. Il en est ainsi quel que soit l'angle d'incidence  $i$  donc tous les rayons réfléchis semblent venir de  $A'$ .

Pour l'œil qui reçoit les rayons réfléchis, tout se passe comme si ces rayons provenaient de  $A'$ . On dit que  $A'$  est l'image de  $A$  dans le miroir. C'est une image virtuelle.

Un **point image virtuel**  $A'$  est un point d'où semblent provenir les rayons lumineux sortant d'un système optique. Le prolongement des rayons au-delà de la surface du système passe par  $A'$ .

### b) Image par un miroir plan d'un point objet virtuel

Un **point objet virtuel**  $A$  est un point vers lequel convergent les rayons lumineux arrivant sur un système optique. Le prolongement des rayons au-delà de la surface du système passe par  $A$ .

Sur la figure 2.2 le point  $A$  est un point objet virtuel pour le miroir  $(M)$ . La géométrie est la même que sur la figure 2.1 avec des rayons lumineux parcourus dans l'autre sens. Les rayons réfléchis passent tous par le symétrique  $A'$  de  $A$  par rapport au plan du miroir. On dit que  $A'$  est l'image de  $A$  par le miroir. C'est une image réelle.

Un **point image réel** est un point par lequel passent les rayons lumineux sortant d'un système optique.

En plaçant un écran perpendiculaire aux rayons en  $A'$  on voit un point lumineux net. Une image réelle peut être recueillie sur un écran.

## 1.2 Image d'un objet par un miroir plan

Un objet est un ensemble de points images. L'objet le plus simple que l'on puisse envisager est un vecteur  $\overrightarrow{AB}$ . Son image est le vecteur  $\overrightarrow{A'B'}$  symétrique par rapport au miroir, soit un vecteur de même taille et de même sens. Le **grandissement** d'un miroir plan est égal à 1.

Un miroir plan donne de tout objet une image symétrique par rapport au plan du miroir.

## 2 Systèmes centrés et approximation de Gauss

### 2.1 Systèmes optiques centrés

Un **système optique centré** est un système optique dont les éléments constitutifs (dioptries, miroirs) ont un axe de symétrie commun. Cet axe est appelé **axe optique**. Il est orienté dans le sens de propagation de la lumière.

Les plans perpendiculaires à l'axe optique sont appelés **plans de front** (voir figure 2.4).

## 2.2 Approximation de Gauss

### a) Exemple d'une lentille demi-boule

La figure 2.3 montre des **rayons incidents** parallèles traversant une demi-boule transparente d'indice  $n = 1,5$ , placée dans l'air d'indice optique  $n_{\text{air}} = 1$ . Les rayons sortant de la demi-boule sont les **rayons émergents**.

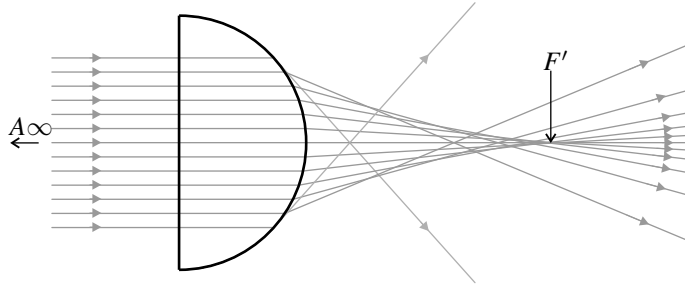


Figure 2.3 – Lentille demi-boule éclairée par un faisceau parallèle.

La demi-boule est un système centré. Les rayons incidents sont parallèles à son axe de symétrie, c'est-à-dire son axe optique. Ces rayons proviennent d'un point objet réel  $A$  situé à distance infinie dans la direction des rayons. On constate que les rayons émergents ne passent pas tous par un point image. Cependant, les cinq rayons les plus proches de l'axe optique passent quasiment par le point  $F'$  indiqué par la flèche sur la figure. La demi-boule ne donne pas une image rigoureuse comme le miroir plan, mais une image approchée *si l'on se restreint aux rayons proches de l'axe*.

### b) Rayons paraxiaux, conditions de Gauss

Un rayon incident sur un système centré est dit **paraxial** quand les deux conditions suivantes sont respectées :

- le rayon est proche de l'axe optique du système ;
- le rayon est peu incliné par rapport à l'axe optique.

Un système centré est utilisé dans les **conditions de Gauss** si tous les rayons incidents sont des rayons paraxiaux.

## 2.3 Propriétés d'un système centré dans les conditions de Gauss

Les systèmes centrés s'utilisent toujours dans les conditions de Gauss. Ils ont alors les propriétés de **stigmatisme** et d'**aplanétisme** approchés

### a) Stigmatisme approché

On admet le résultat suivant :

Un **système centré** utilisé **dans les conditions de Gauss** donne de tout point objet (pouvant être réel ou virtuel) une image ponctuelle approchée (pouvant être réelle ou virtuelle).

Ceci est représenté sur la figure 2.4 dans le cas de points objets réels et de points images réels. L'image de tout objet  $A$  appartenant à l'axe optique est un point  $A'$  appartenant aussi à l'axe optique.

Les points objet et image sont dits **conjugués** par le système optique.

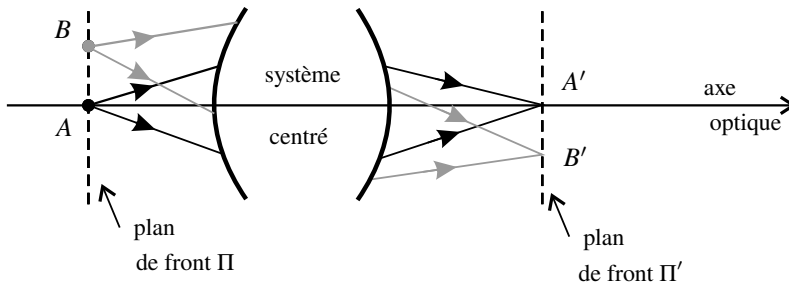


Figure 2.4 – Stigmatisme et aplanétisme dans les conditions de Gauss.

### b) Aplanétisme approché

Un point  $B$  du plan de front passant par  $A$  a son image  $B'$  dans le plan de front passant par  $A'$  (voir figure 2.4).

Les plans de front  $\Pi$  et  $\Pi'$  passant par  $A$  et par  $A'$  sont conjugués par le système optique.

De plus, par symétrie les vecteurs  $\overrightarrow{A'B'}$  et  $\overrightarrow{AB}$  sont colinéaires. On peut montrer qu'il existe un nombre sans dimension  $\gamma$  tel que  $\overrightarrow{A'B'} = \gamma \overrightarrow{AB}$ .  $\gamma$  est appelé **grandissement linéaire** et on le définit traditionnellement par la relation :

$$\gamma = \frac{\overrightarrow{A'B'}}{\overrightarrow{AB}}.$$

les mesures algébriques étant prises le long de deux axes orientés dans le même sens. Le grandissement  $\gamma$  est indépendant du point  $B$  mais *il dépend des plans  $\Pi$  et  $\Pi'$  conjugués*.

La signification physique du grandissement  $\gamma$  est la suivante :

- si  $|\gamma| > 1$  l'image est plus grande que l'objet, si  $|\gamma| < 1$  l'image est plus petite que l'objet ;
- si  $\gamma > 0$  l'image est droite, c'est-à-dire de même sens que l'objet, si  $\gamma < 0$  l'image est renversée par rapport à l'objet.

### c) Le stigmatisme approché est-il suffisant ?

Les systèmes centrés dans les conditions de Gauss n'ont qu'un stigmatisme approché. Ainsi, lorsqu'on recueille l'image réelle d'un point sur un écran on obtient non un point, mais une tache lumineuse plus ou moins grosse. Est-ce que cela peut être satisfaisant ? Quelle taille maximale de la tache peut-on accepter ?

Pour répondre à ces questions il faut réfléchir à l'utilisation de l'image. Par exemple, dans le cas d'un appareil photographique, l'objectif forme l'image sur le capteur CCD qui est le récepteur photosensible de l'appareil. Ce capteur est une mosaïque de cellules élémentaires correspondant chacune à un pixel, c'est-à-dire un « point » sur l'image finale. Ces cellules ont une taille non nulle, de l'ordre de quelques microns. Le capteur ne fait pas la distinction entre un point parfait et une tache plus petite que la cellule élémentaire. En effet, si deux photons arrivent sur la même cellule élémentaire, ils sont identifiés comme arrivant au même point. Le stigmatisme approché de l'objectif est donc suffisant si la taille des taches images est inférieure à la taille d'une cellule élémentaire du capteur.

## 2.4 Foyers objet, foyers image

### a) Point à l'infini

Un point à l'infini est un point situé à distance infinie du système. Les rayons passant par un point à l'infini sont parallèles entre eux. Le point est localisé à l'infini, dans la direction commune aux rayons.

### b) Foyers principaux

On appelle **foyer image principal** l'image du point objet situé à l'infini dans la direction de l'axe optique. Ce point est noté  $F'$ . Les rayons incidents parallèles à l'axe optique donnent des rayons émergents qui passent tous par  $F'$  (voir figure 2.5).

On appelle **foyer objet principal** le point objet dont l'image est située à l'infini dans la direction de l'axe optique. Ce point est noté  $F$ . Les rayons incidents issus de  $F$  donnent des rayons émergents tous parallèles à l'axe optique (voir figure 2.6).

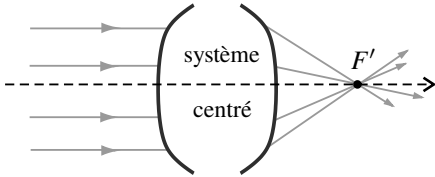


Figure 2.5 – Foyer image principal.

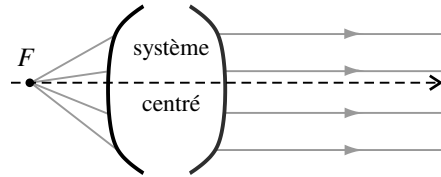


Figure 2.6 – Foyer objet principal.



Contrairement à ce que les notations pourraient laisser croire, le foyer principal image  $F'$  n'est pas le point conjugué du foyer principal objet  $F$  !

### c) Foyers secondaires

Par aplanétisme, tout point objet à l'infini mais hors de l'axe optique a son image dans le plan de front passant par  $F'$ . Ce plan est appelé **plan focal image**. Les points du plan focal image sont des **foyers image secondaires** et notés  $F'_s$ . Un faisceau incident de rayons parallèles entre eux, mais non parallèle à l'axe optique, est transformé en un faisceau convergent vers un foyer image secondaire (voir figure 2.7).

De même, on appelle **plan focal objet** le plan de front passant par  $F$ . Les points  $F_s$  de ce plan sont des **foyers objet secondaires**. Un faisceau incident issu d'un foyer objet secondaire donne un faisceau de rayons parallèles entre eux, mais non parallèle à l'axe optique. (voir figure 2.8).

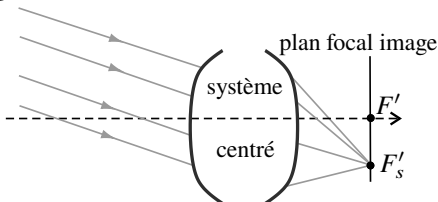


Figure 2.7 – Foyer image secondaire.

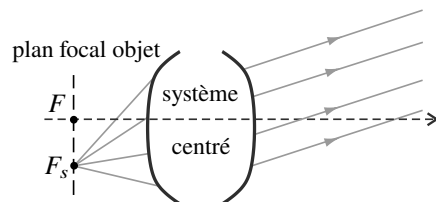


Figure 2.8 – Foyer objet secondaire.

d) **Système afocal**

Un système qui transforme un faisceau incident parallèle en un faisceau émergent parallèle, conjugue un point objet à l’infini avec un point image à l’infini. Il n’a donc pas de foyers et est qualifié de **système afocal** (voir figure 2.9).

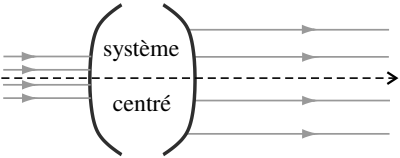


Figure 2.9 – Système afocal.

3 **Lentilles minces**

Les lentilles minces sont les composants élémentaires de la plupart des systèmes centrés.

3.1 **Présentation des lentilles**

a) **Les différentes sortes de lentilles**

Une **lentille** est un composant optique constitué par un milieu transparent, homogène et isotrope, délimité par deux dioptries sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan (voir figures 2.10 et 2.11).

Les lentilles sont des systèmes centrés. On distingue deux types de lentilles :

- les **lentilles convergentes** qui sont les lentilles à bords minces (voir figure 2.10) ;
- les **lentilles divergentes** qui sont les lentilles à bords épais (voir figure 2.11).

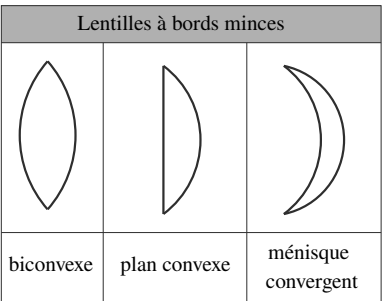


Figure 2.10 – Différentes lentilles à bords minces, convergentes.

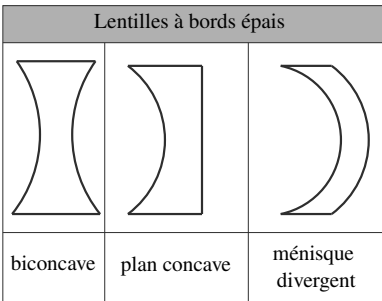


Figure 2.11 – Différentes lentilles à bords épais, divergentes.

Dans les conditions normales d’utilisation de la lentille, il existe un point *O* situé sur l’axe optique, tel que pour tout rayon passant par *O* à l’intérieur de la lentille, le rayon sortant de la lentille est parallèle au rayon entrant (voir figure 2.12). Ce point est appelé **centre optique** de la lentille.

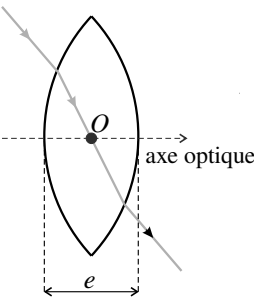


Figure 2.12 – Centre optique d’une lentille.

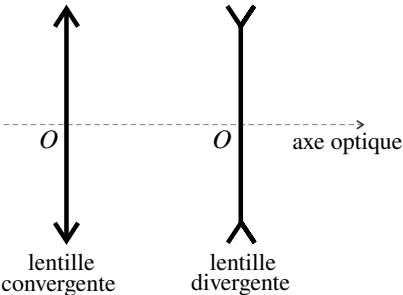


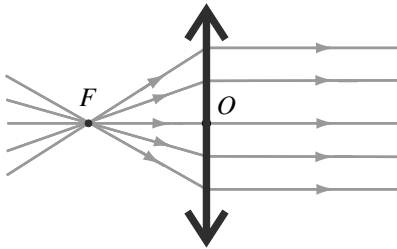
Figure 2.13 – Symbole des lentilles minces.

Une **lentille mince** est une lentille dont l'épaisseur  $e$  sur l'axe est petite comparée aux rayons de courbures de ses faces. Dans ce cas, on néglige complètement cette épaisseur et on représente les lentilles par un trait sur lequel on fait seulement figurer le centre optique  $O$ . Les symboles des lentilles convergente et divergente sont donnés sur la figure 2.13.

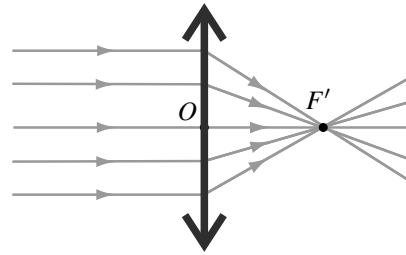
### b) Lentilles convergentes

Si on éclaire une lentille convergente par un faisceau parallèle à l'axe optique, on observe que les rayons réfractés convergent en un point de l'espace image qui est donc le foyer principal image  $F'$  (voir figure 2.15). De même, si on place une source ponctuelle au point  $F$ , symétrique de  $F'$  par rapport à  $O$ , on observe qu'après la lentille, le faisceau est parallèle à l'axe, donc  $F$  est le foyer principal objet (voir figure 2.14).

Pour une **lentille convergente**, les foyers principaux objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Le foyer objet est situé avant le centre optique  $O$  et le foyer image après  $O$  dans le sens de propagation de la lumière.



**Figure 2.14** – Foyer principal objet d'une lentille convergente.



**Figure 2.15** – Foyer principal image d'une lentille convergente.

On définit les distances focales :

- la **distance focale objet**  $f = \overline{OF}$ , qui est négative pour une lentille convergente ;
- la **distance focale image**  $f' = \overline{OF'}$ , qui est positive pour une lentille convergente.

Les distances focales  $f$  et  $f'$  sont l'opposée l'une de l'autre.

On définit aussi la **vergence**  $V$  d'une lentille par :

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}. \quad (2.1)$$

La vergence d'une lentille convergente est positive. La vergence est homogène à l'inverse d'une distance et l'unité de la vergence est la **dioptrie** (symbole  $\delta$ ) qui correspond à des  $\text{m}^{-1}$ . Ainsi une lentille de distance focale image  $f' = 50 \text{ cm}$  a une vergence de  $2 \delta$ .

### c) Lentilles divergentes

Si l'on éclaire une lentille divergente avec un faisceau parallèle à l'axe, on observe que le faisceau diverge après passage à travers la lentille (voir figure 2.17). Si on prolonge les rayons du faisceau divergent, ils semblent provenir d'un point de l'espace objet qui est donc l'image du faisceau parallèle. Ce point est le foyer principal image  $F'$  de la lentille. C'est un point image virtuel.

Si l'on éclaire la lentille par un faisceau convergent (voir figure 2.16), dont les prolongements de rayon se croisent au point symétrique de  $F'$  par rapport à la lentille, le faisceau émergent est parallèle à l'axe. Ce point est donc le foyer principal objet  $F$ . C'est un point objet virtuel.

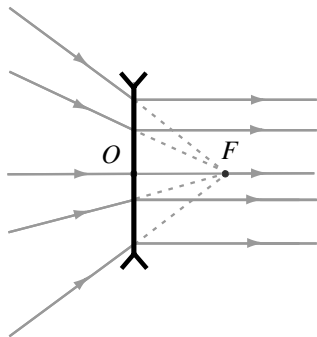


Figure 2.16 – Foyer objet d'une lentille divergente.

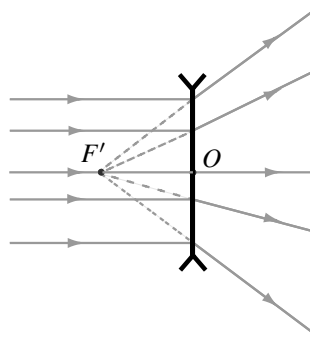


Figure 2.17 – Foyer image d'une lentille divergente.

Pour une **lentille divergente** les foyers principaux objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Ce sont des points *virtuels* : le foyer objet est situé après le centre optique  $O$  et le foyer image avant  $O$  dans le sens de propagation de la lumière.

On note :  $f = \overline{OF} > 0$ ,  $f' = \overline{OF'} < 0$ ,  $f = -f'$  et  $V < 0$ .

## 3.2 Constructions géométriques

Pour trouver l'image d'un objet par une lentille on peut procéder graphiquement, en réalisant une construction géométrique. Il est important de maîtriser cette méthode qui est présentée dans ce paragraphe.

### a) Les règles de construction

On connaît le rayon émergent d'une lentille mince pour trois types de rayons incidents remarquables :

1. un rayon incident passant par le centre optique  $O$  n'est pas dévié ;
2. un rayon incident parallèle à l'axe donne un rayon émergent qui passe (réellement ou virtuellement) par le foyer image  $F'$  ;
3. un rayon incident passant (réellement ou virtuellement) par le foyer objet  $F$  donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique.

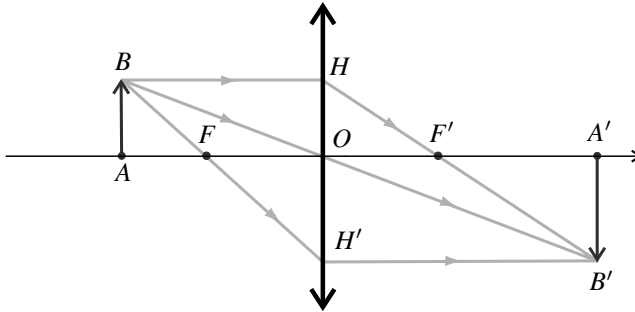
De plus, d'après la définition des foyers secondaires :

4. deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal image ;
5. deux rayons incidents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal objet donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

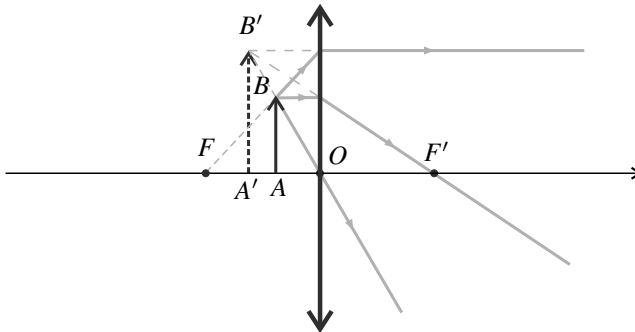
Dans les deux paragraphes suivants, on appliquera la méthode « Comment construire l'image d'un objet par une lentille ? »

### b) Application à une lentille convergente

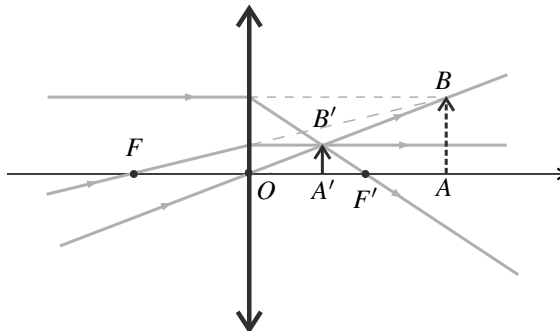
Les figures 2.18 à 2.21 montrent les constructions géométriques dans les quatre cas possibles.



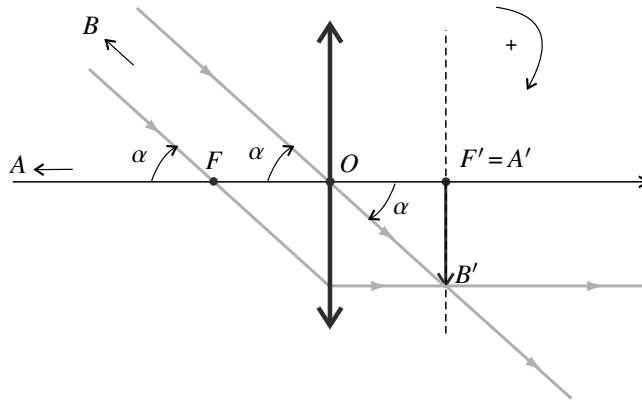
**Figure 2.18** – L'objet est réel situé avant le foyer objet. L'image est réelle, renversée, agrandie.



**Figure 2.19** – L'objet réel est situé entre le foyer objet et le centre. L'image est virtuelle, droite, agrandie.



**Figure 2.20** – L'objet virtuel est situé après le centre. L'image est réelle, droite, rétrécie.



**Figure 2.21** – L'objet réel est à l'infini. L'image, est réelle, renversée.

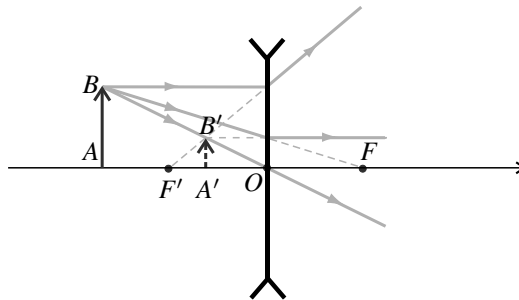
Dans le cas où l'objet est à l'infini, figure 2.21, on ne peut tracer que deux rayons remarquables venant de  $B$ . Ils sont parallèles entre eux et inclinés d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique.  $B'$  appartient au plan focal image ce qui est normal puisque  $B$  est à l'infini. Dans le triangle  $OF'B'$  on peut écrire :

$$\tan \alpha = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF'}} \quad \text{soit} \quad \overline{A'B'} = -f' \tan \alpha \simeq -f' \alpha,$$

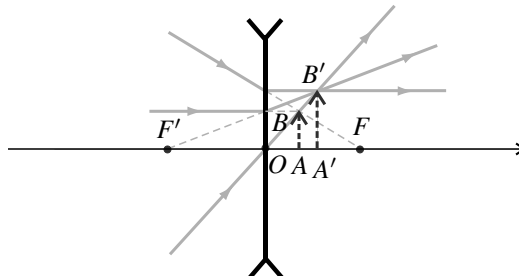
puisque, dans les conditions de Gauss, l'angle  $\alpha$  est très petit.

### c) Application à une lentille divergente

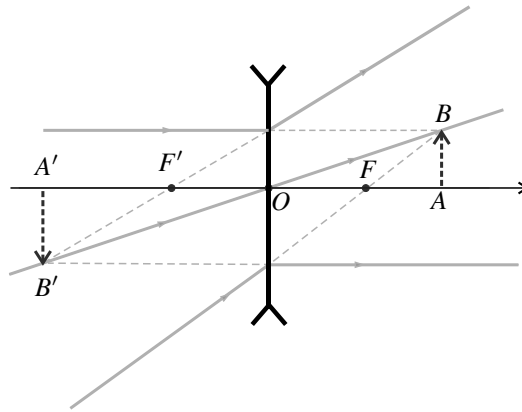
Les figures 2.22 à 2.25 montrent les constructions géométriques dans les quatre cas possibles.



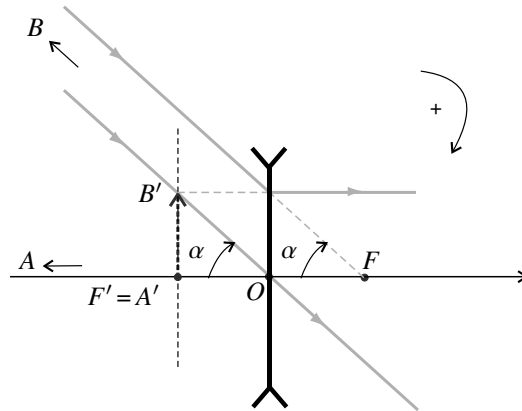
**Figure 2.22** – L'objet réel est situé avant le centre. L'image est virtuelle, droite, rétrécie.



**Figure 2.23** – L'objet virtuel situé entre le centre et le foyer objet. L'image est réelle, droite, agrandie.



**Figure 2.24** – L'objet virtuel est situé après le foyer objet. L'image est virtuelle, renversée, agrandie.



**Figure 2.25** – L'objet réel est à l'infini. L'image est virtuelle, droite.

À la différence de la lentille convergente, une lentille divergente ne peut pas donner une image réelle d'un objet réel.

Dans le cas où l'objet est à l'infini on ne peut tracer que deux rayons remarquables venant de  $B$ . Ils sont parallèles entre eux et inclinés d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique.  $B'$  appartient au plan focal image ce qui est normal puisque  $B$  est à l'infini. Dans le triangle  $OF'B'$  on peut écrire :

$$\tan \alpha = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF'}} \quad \text{soit} \quad \overline{A'B'} = -f' \tan \alpha \simeq -f' \alpha,$$

puisque, dans les conditions de Gauss, l'angle  $\alpha$  est très petit ( $\alpha \ll 1$  rad).

### 3.3 Relations de conjugaison

#### a) Principe

Les images trouvées par les constructions géométriques peuvent se calculer en utilisant les **formules de conjugaison**. Ces formules vont par deux :