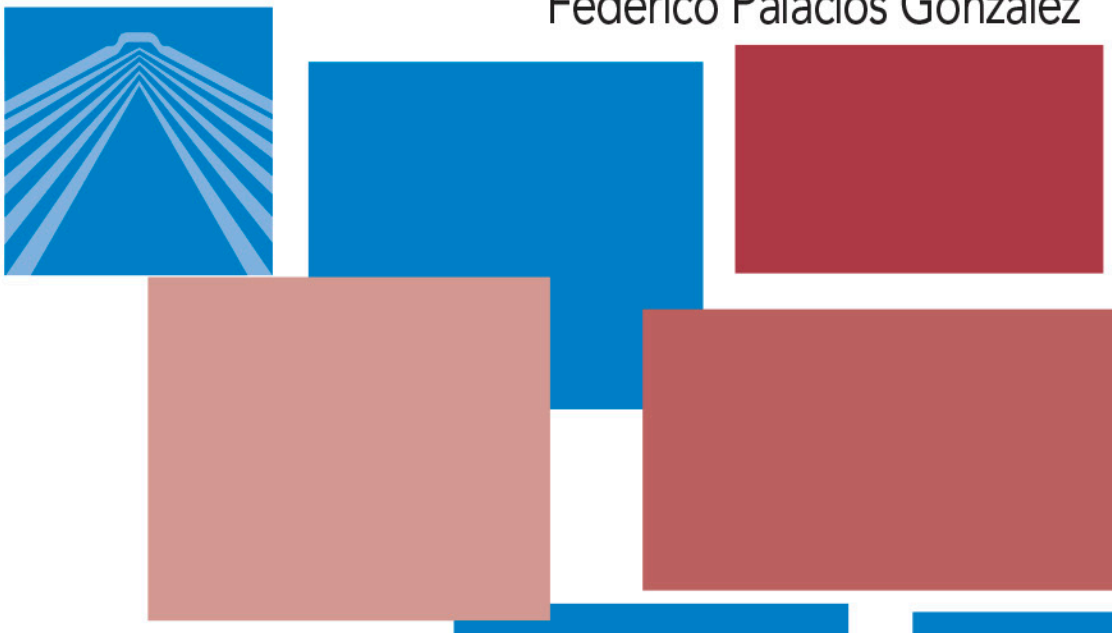
# Econometría

## Ejercicios resueltos

Rosa María García Fernández
José Manuel Herrerías Velasco
Federico Palacios González



PIRÁMIDE

# Econometría

## Ejercicios resueltos

**ROSA MARÍA GARCÍA FERNÁNDEZ**
PROFESORA CONTRATADA DOCTORA DEL DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA

**JOSÉ MANUEL HERRERÍAS VELASCO**
PROFESOR TITULAR DEL DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA

**FEDERICO PALACIOS GONZÁLEZ**
PROFESOR DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA

# Econometría

## Ejercicios resueltos

EDICIONES PIRÁMIDE

COLECCIÓN «ECONOMÍA Y EMPRESA»

Director:
Miguel Santesmases Mestre
Catedrático de la Universidad de Alcalá

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Rosa María García Fernández y José Manuel Herrerías Velasco, 2017
© Primera edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2017
Para cualquier información pueden dirigirse a piramide_legal@anaya.es
Juan Ignacio Luca de Tena, 15. 28027 Madrid
Teléfono: 91 393 89 89
www.edicionespiramide.es
ISBN digital: 978-84-368-3827-5

# Índice


Introducción ..... 11

1. El modelo lineal I ..... 13

1.1. Sobre los errores de redondeo ..... 13
1.1.1. Ejercicio ..... 14
1.2. Sobre la notación usada ..... 15
1.3. Estimación de los parámetros de posición ..... 16
1.3.1. Ejercicio ..... 16
1.3.2. Ejercicio ..... 17
1.3.3. Ejercicio ..... 18
1.3.4. Ejercicio ..... 19
1.3.5. Ejercicio ..... 19
1.3.6. Ejercicio ..... 20
1.4. Estimación de los parámetros de dispersión ..... 21
1.4.1. Ejercicio ..... 21
1.4.2. Ejercicio ..... 22
1.5. Bondad de ajuste. Coeficiente de determinación ..... 23
1.5.1. Ejercicio ..... 23
1.5.2. Ejercicio ..... 25
1.5.3. Ejercicio ..... 26
1.6. Coeficiente de determinación corregido y criterios de información de Akaike y Schwarz ..... 28
1.6.1. Ejercicio ..... 28
1.6.2. Ejercicio ..... 34
1.6.3. Ejercicio ..... 40
1.7. Algunos ejercicios con variables económicas y empresariales ..... 47
1.7.1. Ejercicio ..... 47
1.7.2. Ejercicio ..... 49
1.7.3. Ejercicio ..... 51


© Ediciones Pirámide

1.7.4. Ejercicio ..... 53
1.7.5. Ejercicio ..... 55
1.7.6. Ejercicio ..... 57
1.7.7. Ejercicio ..... 59
1.7.8. Ejercicio ..... 61
1.7.9. Ejercicio ..... 67
1.7.10. Ejercicio ..... 73

**2. El modelo lineal II** ..... 81

2.1. Intervalos de confianza ..... 81
2.1.1. Ejercicio ..... 81
2.1.2. Ejercicio ..... 83
2.1.3. Ejercicio ..... 85
2.2. Contrastes ..... 87
2.2.1. Ejercicio ..... 87
2.2.2. Ejercicio ..... 91
2.2.3. Ejercicio ..... 94
2.3. Explotación del modelo: predicción ..... 98
2.3.1. Ejercicio ..... 98
2.3.2. Ejercicio ..... 100
2.3.3. Ejercicio ..... 102
2.4. Ejemplos de tipo económico y empresarial ..... 104
2.4.1. Ejercicio ..... 104
2.4.2. Ejercicio ..... 108
2.4.3. Ejercicio ..... 111
2.4.4. Ejercicio ..... 115

**3. Multicolinealidad** ..... 121

3.1. Multicolinealidad exacta ..... 121
3.1.1. Ejercicio ..... 121
3.1.2. Ejercicio ..... 122
3.1.3. Ejercicio ..... 122
3.1.4. Ejercicio ..... 124
3.1.5. Ejercicio ..... 126
3.1.6. Ejercicio ..... 131
3.1.7. Ejercicio ..... 135
3.2. Variables ficticias ..... 147
3.2.1. Ejercicio ..... 149
3.2.2. Ejercicio ..... 153
3.2.3. Ejercicio ..... 157
3.2.4. Ejercicio ..... 162
3.2.5. Ejercicio ..... 166
3.2.6. Ejercicio ..... 171
3.2.7. Ejercicio ..... 176


© Ediciones Pirámide

3.3. Multicolinealidad aproximada ..... 190
3.3.1. Ejercicio ..... 190
3.3.2. Ejercicio ..... 191
3.3.3. Ejercicio ..... 193
3.3.4. Ejercicio ..... 196

**4. Heterocedasticidad** ..... 199

4.1. Detección de la heterocedasticidad ..... 199
4.1.1. Ejercicio ..... 199
4.1.2. Ejercicio ..... 201
4.1.3. Ejercicio ..... 202
4.2. Estimación baja heterocedasticidad ..... 204
4.2.1. Ejercicio ..... 204
4.2.2. Ejercicio ..... 207
4.2.3. Ejercicio ..... 212
4.2.4. Ejercicio ..... 216
4.2.5. Ejercicio ..... 221
4.2.6. Ejercicio ..... 226
4.2.7. Ejercicio ..... 229

**5. Autocorrelación** ..... 235

5.1. Contraste de Durbin-Watson ..... 235
5.1.1. Ejercicio ..... 235
5.1.2. Ejercicio ..... 237
5.1.3. Ejercicio ..... 240
5.2. Contraste de Ljung-Box ..... 242
5.2.1. Ejercicio ..... 242
5.2.2. Ejercicio ..... 244
5.2.3. Ejercicio ..... 246
5.3. Prueba h de Durbin ..... 248
5.3.1. Ejercicio ..... 249
5.3.2. Ejercicio ..... 251
5.3.3. Ejercicio ..... 254
5.3.4. Ejercicio ..... 256
5.4. Estimación por mínimos cuadrados generalizados ..... 258
5.4.1. Ejercicio ..... 260
5.4.2. Ejercicio ..... 262
5.4.3. Ejercicio ..... 267

**6. Ejercicios con datos reales** ..... 273

6.1. Comprobando si los EMCO son los más eficientes ..... 273
6.1.1. Ejercicio ..... 273
6.1.2. Ejercicio ..... 277

© Ediciones Pirámide

6.1.3. Ejercicio ..... 278
6.1.4. Ejercicio ..... 279
6.1.5. Ejercicio ..... 280
6.1.6. Ejercicio ..... 285
6.1.7. Ejercicio ..... 286
6.1.8. Ejercicio ..... 292
6.2. Estimación y análisis estructural ..... 295
6.2.1. Ejercicio ..... 295
6.2.2. Ejercicio ..... 298
6.2.3. Ejercicio ..... 301
6.2.4. Ejercicio ..... 304
6.2.5. Ejercicio ..... 307
6.2.6. Ejercicio ..... 311
6.2.7. Ejercicio ..... 315
6.3. Explotación del modelo ..... 320
6.3.1. Ejercicio ..... 320
6.3.2. Ejercicio ..... 322
6.3.3. Ejercicio ..... 324

**Bibliografía** ..... 329



© Ediciones Pirámide

# Introducción

Este texto ha sido pensado como recurso didáctico para que el alumno adquiera los principios elementales de la Econometría. En él se muestra una colección de ejercicios resueltos para ayudar al estudiante a comprender los procesos de cálculo, la interpretación de resultados y, sobre todo, preguntarse por la coherencia y sensatez de los mismos. Una vez que el alumno ha adquirido unos conocimientos sólidos sobre los fundamentos de esta materia, estará capacitado para hacer un uso racional de ellos mediante cualquier paquete econométrico.

El manual se ha estructurado en seis capítulos que abarcan el temario de la asignatura de Econometría que se estudia, entre otros, en el Grado de Administración y Dirección de Empresas de la Universidad de Granada.

Los ejercicios planteados y resueltos en los capítulos primero y segundo profundizan en la estimación, validación y explotación de un modelo econométrico.

Los ejercicios se resuelven de forma detallada con el propósito de que el alumno aprenda razonadamente a estimar los parámetros de un Modelo Lineal General, estudiar la bondad del ajuste, discriminar entre distintos modelos econométricos, realizar los contrastes de hipótesis, calcular los intervalos de confianza pertinentes y, finalmente, analizar la capacidad predictiva del modelo estimado.

En el tercer capítulo se estudia la posible existencia de multicolinealidad. Se resuelven problemas relacionados con la multicolinealidad exacta y aproximada.

De forma adicional, en este capítulo se introduce al alumno en la utilización de variables ficticias. Hemos visto conveniente incluir las variables ficticias en este capítulo ya que, para estimar modelos con este tipo de variables, debe corregirse previamente la multicolinealidad exacta que estructuralmente presentan. Los capítulos cuarto y quinto, muestran al alumno cómo detectar si los datos presentan autocorrelación y/o heterocedasticidad y cómo hacer la estimación del modelo econométrico bajo estas circunstancias.

Finalmente, se ha introducido un capítulo en el que se resuelven ejercicios utilizando datos reales y no simulados. De esta forma el alumno puede profundizar en la utilidad e interpretación económica de los modelos que ha aprendido a estimar durante el curso de Econometría.

© Ediciones Pirámide

# 1 El modelo lineal I

## 1.1. SOBRE LOS ERRORES DE REDONDEO

Tenemos especial interés en introducir algún comentario sobre el problema de la propagación de errores como consecuencia del necesario redondeo en los resultados intermedios de un proceso encadenado de operaciones. Siempre que se hacen cálculos complejos y reiterados hay que administrar el número de cifras decimales que se conservarán. Esto produce errores de redondeo que se propagan y amplían en las operaciones sucesivas. Tanto más cuantas más operaciones con errores en los operandos se encadenan.

En general, el problema del redondeo no es demasiado grave cuando se trabaja con ordenadores. Los números pueden contener hasta 15 dígitos significativos (cada número usa 64 bits de memoria en lo que se conoce como doble precisión). Esto significa que, por ejemplo, para valores reales comprendidos entre 100 y 1000, se pueden conservar 12 cifras a la derecha de la coma que separa los decimales. Las 11 primeras serían exactas y la número 12 se redondearía para minimizar el error. Cualquier valor que en total quede representado con menos de 15 dígitos (total de cifras a la izquierda y derecha de la coma decimal) se conservará íntegro, sin redondeos.

El problema surge cuando se quieren plasmar los resultados en material impreso, como el presente libro. Se puede trabajar con una precisión elevada, pero no se pueden escribir todas las cifras decimales porque la escritura resulta farragosa y poco estética.

Si se decide mostrar los resultados intermedios y finales con un número de decimales inferior al que realmente se usa, entonces, al revisar ciertas operaciones mostradas en el texto, aparecerán errores de cálculo que son aparentes. Las discrepancias son debidas al recorte de cifras decimales hecho en el material impreso. Sin embargo, el resultado mostrado en el texto es más preciso que el obtenido repitiendo los cálculos indicados con los operandos mostrados.

Veamos el siguiente ejemplo aclaratorio. No importan los contenidos que posteriormente estudiaremos. Prestemos atención a los cálculos y su precisión.

© Ediciones Pirámide

### 1.1.1. Ejercicio

Considere el conjunto de variables $M$, $O$ y $N$. Se define el MLG con variable explicada $M$. Calcule los EMCO para los parámetros $\beta_i$ y estime la varianza de las perturbaciones aleatorias. Utilice los datos que seguidamente se detallan:

| $O$ | $N$ | $M$ | $O$ | $N$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 22,38 | 25,49 | 431,28 | 22,43 | 16,54 | 255,86 |
| 22,29 | 26,56 | 207,90 | 8,44 | 12,62 | 302,70 |
| 27,78 | 0,95 | 182,73 | 26,75 | 28,29 | 375,91 |
| 14,73 | 12,98 | 320,80 | 24,65 | 35,03 | 654,65 |
| 21,76 | 11,34 | 322,58 | 20,07 | 17,62 | 246,26 |
| 13,96 | 22,54 | 211,65 | | | |

**Solución:**

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11,00 & 225,24 & 209,96 \\ 225,24 & 4955,12 & 4392,88 \\ 209,96 & 4392,88 & 4931,93 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 3512,32 \\ 73490,62 \\ 75239,36 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 108,85 \\ 2,22 \\ 8,64 \end{pmatrix}$$

$$\hat{M} = 108,85 + 2,22O + 8,64N$$

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1}^{n} M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= 1301991,89 - \begin{pmatrix} 108,85 \\ 2,22 \\ 8,64 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 3512,32 \\ 73490,62 \\ 75239,36 \end{pmatrix} = 106138,73$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{106138,73}{11-3} = 13267,34$$

Este ejercicio ha sido resuelto trabajando con máxima precisión. Sin embargo, por razones estéticas, todos los resultados parciales y finales aparecen con 2 cifras decimales.


© Ediciones Pirámide

Concentre su atención en el apartado previo titulado *Suma de cuadrados residual y varianza residual.* Si usted revisa el cálculo de la suma de cuadrados residual,

$$SCR = 1301991,89 - \begin{pmatrix} 108,85 \\ 2,22 \\ 8,64 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 3512,32 \\ 73490,62 \\ 75239,36 \end{pmatrix} = 106138,73$$

llegará a la conclusión de que $SCR = 106458,61$ y no $SCR = 106138,73$. No hay una errata en el libro. Hay un error de redondeo (en sus cálculos) introducido al recortar las cifras decimales de los operandos que conducen a la obtención de $SCR$, dejando sólo dos de ellas. La cantidad mostrada es más precisa que la que usted obtiene.

Por esta razón, hemos decidido adoptar una posición intermedia entre precisión y estética y trabajar con la misma cantidad de decimales mostrada en el texto. Concretamente se trabaja con seis cifras decimales aun a riesgo de que, en algunos casos, la precisión no sea la necesaria. Esto tiene otro inconveniente. Si usted carga los datos de un ejercicio en un paquete econométrico cualquiera, aparecerán discrepancias entre los resultados del paquete y los del texto. En este caso, los primeros son más precisos, ya que nosotros estamos trabajando con menor precisión, y las discrepancias son debidas a nuestros mayores errores de redondeo.

En definitiva, por razones de tipo didáctico se ha preferido la coherencia interna de cálculos dentro del texto a cambio de sacrificar algo la precisión de los resultados. Ha sido el criterio general utilizado, salvo en algunas ocasiones puntuales, donde se ha considerado preferible trabajar con suficiente precisión para obtener resultados satisfactorios. Por ejemplo, en los ejercicios con datos reales (último capítulo) se ha trabajado con la máxima precisión.

## 1.2. SOBRE LA NOTACIÓN USADA

Queremos subrayar que a lo largo del presente libro, $\mathbf{X}$ será una matriz que contiene una primera columna de unos y los datos de cada variable explicativa en las restantes. Análogamente, $\mathbf{Y}$ representa un vector columna que contiene los datos de la variable explicada. Esta notación será independiente de los nombres que se asignen a las variables del modelo lineal general. Nunca debe confundirse $\mathbf{Y}$ con $Y$, que en muchas ocasiones será el nombre de la variable explicada y en alguna otra podría ser el nombre de una variable explicativa.

En general, los vectores y matrices se notarán mediante letra recta y en negrita. Pero hay una excepción. El vector de parámetros de posición del modelo lineal general se denotará de la siguiente forma:

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ .... \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

De este modo, $\beta$ representa el vector completo y $\beta_i \quad \forall i = 1, 2, ..., k$ representa la *i-ésima* componente de dicho vector.

© Ediciones Pirámide

Análogamente serán notados los estimadores de dichos parámetros de posición:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ .... \\ \hat{\beta}_k \end{pmatrix}$$

## 1.3. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE POSICIÓN

### 1.3.1. Ejercicio

Obtenga el valor de $\hat{\beta}$ en el modelo lineal general (MLG) cuya variable explicada es $Y$ y cuyas variables explicativas son $X_2$ y $X_3$. Para resolver el problema utilice los siguientes datos:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_2$ | 17 | 20 | 23 | 9 | 8 | 4 | 3 | 12 | 11 |
| $X_3$ | 25 | 12 | 16 | 24 | 10 | 22 | 33 | 17 | 14 |
| $Y$ | 134 | −2 | 19 | 46 | 201 | 85 | 118 | 74 | 63 |

**Solución:**

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 17 & 25 \\ 1 & 20 & 12 \\ 1 & 23 & 16 \\ 1 & 9 & 24 \\ 1 & 8 & 10 \\ 1 & 4 & 22 \\ 1 & 3 & 33 \\ 1 & 12 & 17 \\ 1 & 11 & 14 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 134 \\ -2 \\ 19 \\ 46 \\ 201 \\ 85 \\ 118 \\ 74 \\ 63 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 9 & 107 & 173 \\ 107 & 1653 & 1874 \\ 173 & 1874 & 3759 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 738 \\ 6972 \\ 14648 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{1185559} \begin{pmatrix} 2701751 & -78011 & -85451 \\ -78011 & 3902 & 1645 \\ -85451 & 1645 & 3428 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 738 \\ 6972 \\ 14648 \end{pmatrix}$$


© Ediciones Pirámide

Observe que la estrategia más conveniente para ejecutar la operación precedente es hacer primero el producto matricial de $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ por $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$:

$$\begin{pmatrix} 2701751 & -78011 & -85451 \\ -78011 & 3902 & 1645 \\ -85451 & 1645 & 3428 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 738 \\ 6972 \\ 14648 \end{pmatrix}$$

y luego dividir cada uno de los tres elementos del vector columna resultante entre el determinante de $\mathbf{X}'\mathbf{X}$. Es decir, dividir entre $|\mathbf{X}'\mathbf{X}| = 1185559$. Hay dos razones para proceder de este modo. La primera, ahorro de cálculos. Con este procedimiento hacemos tres divisiones. Si, por el contrario, primero dividimos la adjunta entre su determinante habrá que hacer nueve divisiones. La segunda, los operandos de la matriz adjunta no llevan errores de redondeo y los de la matriz inversa (adjunta de la transpuesta dividida entre su determinante) sí los llevarían y se propagarían y amplificarían al multiplicar por el vector $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$. De este modo el resultado final mostrado tiene las cinco primeras cifras exactas porque el único error que acumulan los estimadores es el redondeo que puede afectar a las sexta cifra decimal. Dicho resultado es:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 167,274086 \\ -5,289837 \\ -1,164475 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Y} = 167,274086 - 5,289837X_2 - 1,164475X_3$$

## 1.3.2. Ejercicio

Considere el modelo $Q = \beta_1 + \beta_2 X + \beta_3 Z + u$. Obtenga el valor de $\hat{\beta}$. Use los datos que se recogen a continuación:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 35 | 29 | 29 | 21 | 17 | 12 | 19 | 26 | 35 |
| $Q$ | 257 | 376 | 57 | 418 | 251 | 187 | 343 | 313 | 226 |
| $Z$ | 34 | 26 | 18 | 36 | 18 | 35 | 33 | 35 | 24 |

**Solución:**

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 35 & 34 \\ 1 & 29 & 26 \\ 1 & 29 & 18 \\ 1 & 21 & 36 \\ 1 & 17 & 18 \\ 1 & 12 & 35 \\ 1 & 19 & 33 \\ 1 & 26 & 35 \\ 1 & 35 & 24 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 257 \\ 376 \\ 57 \\ 418 \\ 251 \\ 187 \\ 343 \\ 313 \\ 226 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & 223 & 259 \\ 223 & 6043 & 6325 \\ 259 & 6325 & 7891 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 2428 \\ 59406 \\ 73349 \end{pmatrix}$$

© Ediciones Pirámide

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= \frac{1}{1961220}\begin{pmatrix} 7679688 & -121518 & -154662 \\ -121518 & 3938 & 832 \\ -154662 & 832 & 4658 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2428 \\ 59406 \\ 73349 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 42,361957 \\ -0,04003 \\ 7,936946 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Q} = 42,361957 - 0,04003X + 7,936946Z$$

### 1.3.3. Ejercicio

Teniendo en cuenta que:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 17 & 387 & 336 \\ 387 & 9263 & 7712 \\ 336 & 7712 & 7066 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 5571 \\ 129730 \\ 114112 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1} A_t^2 = 1911355$$

calcule los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios para los parámetros de posición en el MLG $A = \beta_1 + \beta_2 B + \beta_3 C + u$.

**Solución:**

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= \frac{1}{3206204}\begin{pmatrix} 5977414 & -143310 & -127824 \\ -143310 & 7226 & -1072 \\ -127824 & -1072 & 7702 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5571 \\ 129730 \\ 114112 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 38,149415 \\ 5,215172 \\ 8,643418 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = 38,149415 + 5,215172B + 8,643418C$$


© Ediciones Pirámide

## 1.3.4. Ejercicio

Obtenga el valor de $\hat{\beta}$ en el MLG $A = \beta_1 + \beta_2 B + \beta_3 C + u$, con la información que a continuación se detalla:

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 25 & 644 & 491 \\ 644 & 17768 & 12837 \\ 491 & 12837 & 10357 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 8588 \\ 227604 \\ 173284 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y'Y} = \sum_{t=1} A_t^2 = 3069160$$

**Solución:**

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{20138711} \begin{pmatrix} 19234607 & -366941 & -457060 \\ -366941 & 17844 & -4721 \\ -457060 & -4721 & 29464 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8588 \\ 227604 \\ 173284 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 122,568943 \\ 4,56845 \\ 5,258033 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = 122,568943 + 4,56845B + 5,258033C$$

## 1.3.5. Ejercicio

Sea el modelo $A = \beta_1 + \beta_2 B + \beta_3 C + u$. Calcule los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios para los parámetros de posición sabiendo que:

$$\sum_{t=1}^{15} B_t = 380 \qquad \sum_{t=1}^{15} C_t = 284 \qquad \sum_{t=1}^{15} A_t = 5192$$

$$\sum_{t=1}^{15} B_t^2 = 9926 \qquad \sum_{t=1}^{15} B_t \times C_t = 7164 \qquad \sum_{t=1}^{15} B_t \times A_t = 134307$$

$$\sum_{t=1}^{15} C_t^2 = 6000 \qquad \sum_{t=1}^{15} C_t \times A_t = 101892$$

© Ediciones Pirámide

$$\sum_{t=1}^{15} A_t^2 = 1886250$$

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 15 & 380 & 284 \\ 380 & 9926 & 7164 \\ 284 & 7164 & 6000 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 5192 \\ 134307 \\ 101892 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{2782864} \begin{pmatrix} 8233104 & -245424 & -96664 \\ -245424 & 9344 & 460 \\ -96664 & 460 & 4490 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5192 \\ 134307 \\ 101892 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} -23,419574 \\ 9,915512 \\ 6,251406 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = -23,419574 + 9,915512B + 6,251406C$$

## 1.3.6. Ejercicio

Calcule los EMCO para los parámetros $\beta_i$ en el modelo lineal general (MLG) cuya variable explicada es $P$ y cuyas variables explicativas son $R$ y $S$. Los datos necesarios para la resolución de este problema se escriben a continuación:

$$\sum_{t=1}^{28} R_t = 448 \qquad \sum_{t=1}^{28} S_t = 623 \qquad \sum_{t=1}^{28} P_t = 5364$$

$$\sum_{t=1}^{28} R_t^2 = 7824 \qquad \sum_{t=1}^{28} R_t \times S_t = 9891 \qquad \sum_{t=1}^{28} R_t \times P_t = 85709$$

$$\sum_{t=1}^{28} S_t^2 = 14283 \qquad \sum_{t=1}^{28} S_t \times P_t = 121564$$

$$\sum_{t=1}^{28} P_t^2 = 1290670$$


© Ediciones Pirámide

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 28 & 448 & 623 \\ 448 & 7824 & 9891 \\ 623 & 9891 & 14283 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 5364 \\ 85709 \\ 121564 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{7571508} \begin{pmatrix} 13918311 & -236691 & -443184 \\ -236691 & 11795 & 2156 \\ -443184 & 2156 & 18368 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5364 \\ 85709 \\ 121564 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 65,51555 \\ 0,451576 \\ 5,340704 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P} = 65,51555 + 0,451576R + 5,340704S$$

## 1.4. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DISPERSIÓN

### 1.4.1. Ejercicio

Considere el conjunto de variables $M$, $O$ y $N$. Se define el MLG con variable explicada $M$. Usando los datos que se escriben a continuación:

| $O$ | $N$ | $M$ | $O$ | $N$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 20 | 224 | 10 | 25 | 343 |
| 33 | 39 | 359 | 0 | 30 | 255 |
| 22 | 26 | 438 | 28 | 15 | 203 |
| 20 | 22 | 384 | 5 | 22 | 215 |
| 32 | 23 | 252 | 22 | 29 | 343 |

estime la varianza de las perturbaciones aleatorias.

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 10 & 190 & 251 \\ 190 & 4714 & 4813 \\ 251 & 4813 & 6685 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 3016 \\ 58994 \\ 78060 \end{pmatrix}$$

© Ediciones Pirámide

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= \frac{1}{4229936}\begin{pmatrix} 8348121 & -62087 & -268744 \\ -62087 & 3849 & -440 \\ -268744 & -440 & 11040 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3016 \\ 58994 \\ 78060 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 126,956015 \\ 1,292481 \\ 5,979555 \end{pmatrix}$$

$$\hat{M} = 126,956015 + 1,292481O + 5,979555N$$

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n}\hat{u}_t^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1}^{n}M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= 969618 - \begin{pmatrix} 126,956015 \\ 1,292481 \\ 5,979555 \end{pmatrix}'\begin{pmatrix} 3016 \\ 58994 \\ 78060 \end{pmatrix} = 43705,971346$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{43705,971346}{10-3} = 6243,710192$$

## 1.4.2. Ejercicio

Se dispone del siguiente conjunto de variables $Y$, $X_2$ y $X_3$. Sea el MLG cuya variable explicada es $Y$, calcule la varianza residual. Use los datos siguientes:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_2$ | 23 | 33 | 16 | 7 | 12 | 12 | 14 | 22 | 7 |
| $X_3$ | 27 | 15 | 14 | 20 | 28 | 23 | 24 | 17 | 25 |
| $Y$ | 401 | 378 | 137 | 371 | 283 | 298 | 93 | 410 | 265 |

**Solución:**

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & 146 & 193 \\ 146 & 2940 & 2977 \\ 193 & 2977 & 4353 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 2636 \\ 45635 \\ 56440 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$


© Ediciones Pirámide

$$= \frac{1}{888823} \begin{pmatrix} 3935291 & -60977 & -132778 \\ -60977 & 1928 & 1385 \\ -132778 & 1385 & 5144 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2636 \\ 45635 \\ 56440 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 108,85335 \\ 6,096048 \\ 3,97045 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Y} = 108,85335 + 6,096048X_2 + 3,97045X_3$$

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1}^{n} M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= 875962 - \begin{pmatrix} 108,85335 \\ 6,096048 \\ 3,97045 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 2636 \\ 45635 \\ 56440 \end{pmatrix} = 86739,22092$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{86739,22092}{9-3} = 14456,53682$$

## 1.5. BONDAD DE AJUSTE. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN

### 1.5.1. Ejercicio

Sea el modelo $C = \beta_1 + \beta_2 S + \beta_3 W + u$. Calcule el coeficiente de determinación. Use los datos que se recogen a continuación:

| $S$ | $C$ | $W$ | $S$ | $C$ | $W$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 17 | 103 | 31 | 25 | 106 | 14 |
| 23 | 69 | 17 | 15 | 43 | 24 |
| 24 | 83 | 27 | 24 | 99 | 18 |
| 16 | 82 | 28 | 0 | −29 | 25 |
| 23 | 101 | 39 | 22 | 74 | 19 |

**Solución:**

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 10 & 189 & 242 \\ 189 & 4089 & 4471 \\ 242 & 4471 & 6366 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 731 \\ 16264 \\ 17821 \end{pmatrix}$$

© Ediciones Pirámide

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= \frac{1}{2528444}\begin{pmatrix} 6040733 & -121192 & -144519 \\ -121192 & 5096 & 1028 \\ -144519 & 1028 & 5169 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 731 \\ 16264 \\ 17821 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} -51,717168 \\ 4,987249 \\ 1,262734 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C} = -51,717168 + 4,987249S + 1,262734W$$

**Sumas de cuadrados y coeficiente de determinación**

$$\bar{C} = \frac{731}{10} = 73,1$$

$$SCT = \sum_{t=1}^{10}(C_t - \bar{C})^2 = \sum_{t=1}^{10} C_t^2 - n\bar{C}^2 =$$

$$= 68387 - 10 \times 73,1^2 = 14950,9$$

$$SCE = \sum_{t=1}^{10}(\hat{C}_t - \bar{C})^2 = \sum_{t=1}^{10} \hat{C}_t^2 - n\bar{C}^2 = \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{C}^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} -51,717168 \\ 4,987249 \\ 1,262734 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 731 \\ 16264 \\ 17821 \end{pmatrix} - 10 \times 73,1^2 =$$

$$= 65810,550542 - 10 \times 73,1^2 = 12374,450542$$

$$SCR = \sum_{t=1}^{10} C_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = SCT - SCE =$$

$$= 14950,9 - 12374,450542 = 2576,449458$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} =$$


© Ediciones Pirámide

$$= \frac{12374,450542}{14950,9} = 1 - \frac{2576,449458}{14950,9} = 0,827673$$

El $82,7673\,\%$ de la varianza total es explicada por el modelo. Hay una determinación moderadamente alta de la variable explicada por las explicativas.

## 1.5.2. Ejercicio

Calcule el coeficiente de determinación en el modelo lineal general (MLG) cuya variable explicada es $B$ y cuyas variables explicativas son $D$ y $A$. Considere los datos siguientes:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $D$ | 19 | 26 | 24 | 11 | 23 | 25 | 23 | 24 | 14 |
| $A$ | 24 | 22 | 14 | 14 | 17 | 10 | 14 | 18 | 21 |
| $B$ | 275 | 197 | 72 | 161 | 93 | $-52$ | 159 | 83 | 50 |

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 9 & 189 & 154 \\ 189 & 4189 & 3207 \\ 154 & 3207 & 2802 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 1038 \\ 21034 \\ 20027 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{323879} \begin{pmatrix} 1452729 & -35700 & -38983 \\ -35700 & 1502 & 243 \\ -38983 & 243 & 1980 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1038 \\ 21034 \\ 20027 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} -73,155836 \\ -1,843191 \\ 13,277699 \end{pmatrix}$$

$$\hat{B} = -73,155836 - 1,843191D + 13,277699A$$

**Sumas de cuadrados y coeficiente de determinación**

$$\bar{B} = \frac{1038}{9} = 115,333333$$

$$SCT = \sum_{t=1}^{9}(B_t - \bar{B})^2 = \sum_{t=1}^{9} B_t^2 - n\bar{B}^2 =$$

© Ediciones Pirámide

$$= 191562 - 9 \times 115,333333^2 = 71846,000692$$

$$SCE = \sum_{t=1}^{9}(\hat{B}_t - \bar{B})^2 = \sum_{t=1}^{9}\hat{B}_t^2 - n\bar{B}^2 = \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{B}^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} -73,155836 \\ -1,843191 \\ 13,277699 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 1038 \\ 21034 \\ 20027 \end{pmatrix} - 9 \times 115,333333^2 =$$

$$= 151207,040611 - 9 \times 115,333333^2 = 31491,041303$$

$$SCR = \sum_{t=1}^{9} B_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = SCT - SCE =$$

$$= 71846,000692 - 31491,041303 = 40354,959389$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} =$$

$$= \frac{31491,041303}{71846,000692} = 1 - \frac{40354,959389}{71846,000692} = 0,438313$$

El $43,8313\,\%$ de la varianza total es explicada por el modelo. La determinación es relativamente baja.

### 1.5.3. Ejercicio

Teniendo disponible la información:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 28 & 629 & 228 \\ 629 & 16813 & 4472 \\ 228 & 4472 & 4072 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 5814 \\ 148544 \\ 47800 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1} W_t^2 = 1486408$$

calcule $R^2$ en el MLG $W = \beta_1 + \beta_2 V + \beta_3 Z + u$.

**Solución:**

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$


© Ediciones Pirámide

$$= \frac{1}{154604840} \begin{pmatrix} 48463752 & -1541672 & -1020476 \\ -1541672 & 62032 & 18196 \\ -1020476 & 18196 & 75123 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5814 \\ 148544 \\ 47800 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 25,764884 \\ 7,250544 \\ 2,333294 \end{pmatrix}$$

$$\hat{W} = 25,764884 + 7,250544V + 2,333294Z$$

**Sumas de cuadrados y coeficiente de determinación**

$$\bar{W} = \frac{5814}{28} = 207,642857$$

$$SCT = \sum_{t=1}^{28} (W_t - \bar{W})^2 = \sum_{t=1}^{28} W_t^2 - n\bar{W}^2 =$$

$$= 1486408 - 28 \times 207,642857^2 = 279172,430233$$

$$SCE = \sum_{t=1}^{28} (\hat{W}_t - \bar{W})^2 = \sum_{t=1}^{28} \hat{W}_t^2 - n\bar{W}^2 = \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{W}^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 25,764884 \\ 7,250544 \\ 2,333294 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 5814 \\ 148544 \\ 47800 \end{pmatrix} - 28 \times 207,642857^2 =$$

$$= 1338353,296712 - 28 \times 207,642857^2 = 131117,726945$$

$$SCR = \sum_{t=1}^{28} W_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = SCT - SCE =$$

$$= 279172,430233 - 131117,726945 = 148054,703288$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} =$$

$$= \frac{131117,726945}{279172,430233} = 1 - \frac{148054,703288}{279172,430233} = 0,469666$$

La determinación del modelo no es demasiado alta.

© Ediciones Pirámide

## 1.6. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN CORREGIDO Y CRITERIOS DE INFORMACION DE AKAIKE Y SCHWARZ

### 1.6.1. Ejercicio

Obtenga el $R^2$ corregido y los criterios de información AIC y BIC en el modelo lineal general (MLG) cuya variable explicada es $Q$ y cuyas variables explicativas son $X$ y $Z$. Los datos de este ejercicio son los siguientes:

$$\sum_{t=1}^{21} X_t = 392 \qquad \sum_{t=1}^{21} Z_t = 427 \qquad \sum_{t=1}^{21} Q_t = 2325$$

$$\sum_{t=1}^{21} X_t^2 = 9044 \qquad \sum_{t=1}^{21} X_t \times Z_t = 8318 \qquad \sum_{t=1}^{21} X_t \times Q_t = 53203$$

$$\sum_{t=1}^{21} Z_t^2 = 10519 \qquad \sum_{t=1}^{21} Z_t \times Q_t = 48130$$

$$\sum_{t=1}^{21} Q_t^2 = 556935$$

Repita los cálculos para los distintos submodelos que se obtienen usando solo parte de las variables explicativas y diga cuál es el mejor modelo según los diferentes criterios.

#### Modelo completo; contiene todas las variables explicativas del enunciado

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 21 & 392 & 427 \\ 392 & 9044 & 8318 \\ 427 & 8318 & 10519 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \\ 48130 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{64064084} \begin{pmatrix} 25944712 & -571662 & -601132 \\ -571662 & 38570 & -7294 \\ -601132 & -7294 & 36260 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \\ 48130 \end{pmatrix}$$



© Ediciones Pirámide

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 15,216621 \\ 5,804584 \\ -0,632192 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Q} = 15,216621 + 5,804584X - 0,632192Z$$

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1}^{n} M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= 556935 - \begin{pmatrix} 15,216621 \\ 5,804584 \\ -0,632192 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \\ 48130 \end{pmatrix} = 243162,474583$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{243162,474583}{21-3} = 13509,026366$$

**Sumas de cuadrados y coeficiente de determinación**

$$\bar{Q} = \frac{2325}{21} = 110,714286$$

$$SCT = \sum_{t=1}^{21}(Q_t - \bar{Q})^2 = \sum_{t=1}^{21} Q_t^2 - n\bar{Q}^2 =$$

$$= 556935 - 21 \times 110,714286^2 = 299524,284386$$

$$SCE = \sum_{t=1}^{21}(\hat{Q}_t - \bar{Q})^2 = \sum_{t=1}^{21} \hat{Q}_t^2 - n\bar{Q}^2 = \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{Q}^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 15,216621 \\ 5,804584 \\ -0,632192 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \\ 48130 \end{pmatrix} - 21 \times 110,714286^2 =$$

$$= 313772,525417 - 21 \times 110,714286^2 = 56361,809803$$

$$SCR = \sum_{t=1}^{21} Q_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = SCT - SCE =$$

© Ediciones Pirámide

$$= 299524,284386 - 56361,809803 = 243162,474583$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} =$$

$$= \frac{56361,809803}{299524,284386} = 1 - \frac{243162,474583}{299524,284386} = 0,188171$$

**Criterios para la selección del mejor modelo**

Coeficiente de determinación corregido:

$$R_c^2 = 1 - \frac{\frac{SCR}{n-k}}{\frac{SCT}{n-1}} = 1 - \frac{\frac{243162,474583}{21-3}}{\frac{299524,284386}{21-1}} = 0,097968$$

Criterio de información de Akaike:

$$AIC = Ln\frac{SCR}{n} + \frac{2k}{n} = Ln\frac{243162,474583}{21} + \frac{2 \times 3}{21} = 9,642677$$

Criterio de información de Schwarz:

$$BIC = Ln\frac{SCR}{n} + \frac{k}{n}Ln(n) = Ln\frac{243162,474583}{21} + \frac{3}{21}Ln(21) = 9,791894$$

## Modelo cuya única variable explicativa es $X$

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 21 & 392 \\ 392 & 9044 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{36260}\begin{pmatrix} 9044 & -392 \\ -392 & 21 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 4,735907 \\ 5,677413 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Q} = 4,735907 + 5,677413X$$


© Ediciones Pirámide

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \sum_{t=1}^{n} M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} =$$

$$= 556935 - \begin{pmatrix} 4,735907 \\ 5,677413 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \end{pmatrix} = 243868,612386$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{243868,612386}{21-2} = 12835,190126$$

**Sumas de cuadrados y coeficiente de determinación**

$$\bar{Q} = \frac{2325}{21} = 110,714286$$

$$SCT = \sum_{t=1}^{21} (Q_t - \bar{Q})^2 = \sum_{t=1}^{21} Q_t^2 - n\bar{Q}^2 =$$

$$= 556935 - 21 \times 110,714286^2 = 299524,284386$$

$$SCE = \sum_{t=1}^{21} (\hat{Q}_t - \bar{Q})^2 = \sum_{t=1}^{21} \hat{Q}_t^2 - n\bar{Q}^2 = \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{Q}^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 4,735907 \\ 5,677413 \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 2325 \\ 53203 \end{pmatrix} - 21 \times 110,714286^2 =$$

$$= 313066,387614 - 21 \times 110,714286^2 = 55655,672$$

$$SCR = \sum_{t=1}^{21} Q_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = SCT - SCE =$$

$$= 299524,284386 - 55655,672 = 243868,612386$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} =$$

$$= \frac{55655,672}{299524,284386} = 1 - \frac{243868,612386}{299524,284386} = 0,185814$$

© Ediciones Pirámide

**Criterios para la selección del mejor modelo**

Coeficiente de determinación corregido:

$$R_c^2 = 1 - \frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{SCT} = 1 - \frac{(21-1)12835,190126}{299524,284386} = 0,142962$$

Criterio de información de Akaike:

$$AIC = Ln\frac{SCR}{n} + \frac{2k}{n} = Ln\frac{243868,612386}{21} + \frac{2\times 2}{21} = 9,550339$$

Criterio de información de Schwarz:

$$BIC = Ln\frac{SCR}{n} + \frac{k}{n}Ln(n) = Ln\frac{243868,612386}{21} + \frac{2}{21}Ln(21) = 9,649817$$

## Modelo cuya única variable explicativa es $Z$

**Solución:**

$$\mathbf{X'X} = \begin{pmatrix} 21 & 427 \\ 427 & 10519 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X'Y} = \begin{pmatrix} 2325 \\ 48130 \end{pmatrix}$$

**Estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (EMCO)**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y} =$$

$$= \frac{1}{38570}\begin{pmatrix} 10519 & -427 \\ -427 & 21 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2325 \\ 48130 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 101,248768 \\ 0,465517 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Q} = 101,248768 + 0,465517Z$$

**Suma de cuadrados residual y varianza residual**

$$SCR = \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = \sum_{t=1}^{n}\hat{u}_t^2 = \mathbf{Y'Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X'Y} = \sum_{t=1}^{n}M_t^2 - \hat{\beta}'\mathbf{X'Y} =$$


© Ediciones Pirámide